Физика

для чайников®

Стивен Хольцнер

ДИАЛЕКТИКА

Москва • Санкт-Петербург • Киев
2012

ББК (В)22,3
Х75
УДК 530.1

Компьютерное издательство "Диалектика"

Главный редактор *С.Н. Тригуб*

Зав. редакцией *В.Р. Гинзбург*

Перевод с английского *И.В. Константинова*

Под редакцией канд. физ.-мат. наук *Ю.Г. Гордиенко*

По общим вопросам обращайтесь в издательство "Диалектика" по адресу:
info@dialektika.com, http://www.dialektika.com

Хольцнер, Стивен.

Х75 Физика для чайников. : Пер. с англ. — М. : ООО "И.Д. Вильямс", 2012. — 336 с. : ил. — Парал. тит. англ.

ISBN 978-5-8459-1791-1 (рус.)

Эта книга позволит читателю легко изучить основы школьного курса физики. Автор поможет понять суть основных законов и явлений физики, не углубляясь в сложные теоретические выкладки. В книге приводятся базовые сведения из основных областей физики: кинематики, механики, термодинамики, электромагнетизма и оптики. Все пояснения сопровождаются простыми примерами, которые не претендуют на полное описание физических процессов, но позволяют быстро понять их суть.

ББК (В)22,3

ISBN 978-5-8459-1791-1 (рус.)

ISBN 0-7645-5433-6 (англ.)

Оглавление

Содержание

Об авторе

Стивен Хольцнер — автор 94 книг, проданных общим тиражом свыше 2 млн. экземпляров и переведенных на 18 языков. Он более 10 лет работал на физическом факультете Корнельского университета (США), преподавая физику для студентов первых курсов. Он получил докторскую степень по физике в Корнельском университете, а до этого учился и работал в Массачусетском технологическом институте (США).

Введение

Физика — это то, что нас окружает. А что *именно* нас окружает?

Все. Физика присутствует в каждом действии вокруг нас. А поскольку физика не имеет границ, то она неизбежно связана с такими замысловатыми вещами, что не сразу-то их и поймешь. Дело порой обстоит еще хуже при чтении толстенных учебников и пособий.

Для большинства людей, которые соприкасаются с физикой, единственным воспоминанием об этой чрезвычайно богатой и благодарной науке были 1000-страничные тома учебников на столе. Читателям этих книг приходилось упорно продираться сквозь "бастионы" формул. Осталась ли хоть одна живая и смелая душа, которая смогла бы написать книгу по физике с точки зрения *читателя*? Да, осталась, и вот она-то и предлагает вам эту книгу.

Об этой книге

Физика для "чайников" — книга о физике с *вашей* точки зрения. Мне приходилось преподавать физику многим тысячам студентов на университетском уровне, и из своего личного опыта я знаю, что большинство студентов испытывают одно общее чувство смятения. Каждый из них мог бы воскликнуть: "Что такого я сделал, что меня обрекли на такие муки?"

Эта книга совсем другая. Вместо изложения материала с точки зрения физика или преподавателя, я написал ее с точки зрения читателя. После 1001 урока лицом к лицу с учениками я хорошо представляю, в каких местах и почему стандартные учебники по физике смущают людей. Потому я стремился свести к минимуму сложные объяснения. Длительное обучение невозможно без понимания особенностей восприятия людей: что и как они видят со *своей* точки зрения. Иначе говоря, в эту книгу я попытался вложить полезный и *только* полезный материал. Кроме того, в ней описаны характерные приемы решения задач, которые часто используются преподавателями.

Соглашения, принятые в этой книге

В некоторых книгах используются десятки обозначений, который нужно запомнить, прежде чем начать чтение. В этой книге все по-другому. Вам нужно знать лишь, что новые термины обозначаются *курсивом*, а векторы, т.е. объекты, которые обладают величиной и направлением, обозначаются **полужирным** начертанием.

Что не обязательно читать

В этой книге есть два структурных элемента, которые не обязательно читать, если вас не интересуют тонкости физики, а именно: врезки и абзацы, отмеченные пиктограммой "Технические подробности".

Во врезках собраны дополнительные сведения по текущей теме, например об истории открытия, сделанного знаменитым ученым, или о неожиданном практическом применении обсуждаемого физического явления. Материал во врезках можно пропустить без ущерба для понимания остальной части книги.

Абзацы "Технические подробности" дают более подробное техническое описание текущей темы, но пропуская их, читатель ни в коей мере не утратит нить изложения основного материала. Ваше путешествие по миру физики никак не пострадает.

Что предполагается знать

Для чтения этой книги не нужно никаких специальных знаний в области физики, однако читателю все же потребуются базовые математические навыки. Например, необходимо знание основ алгебры. Можно не быть специалистом в этой области, но нужно уметь переносить члены уравнения из одной части в другую и решать простейшие уравнения. Более подробная информация об этом приводится в главе 2. Кроме того, читателю потребуются базовые сведения по тригонометрии, которые также более подробно рассматриваются в главе 2.

Структура книги

Нас окружает *огромный* мир. Чтобы "стройно" описать его, физики разделили его на части. Ниже перечислены разделы, которые стали составными частями данной книги.

Часть I. Мир в движении

Именно с этой темы обычно начинается любое путешествие в мир физики. Дело в том, что описание движения, включая понятия ускорения, скорости и смещения, не так уж и сложно. Для понимания физических законов движения потребуется совсем немного времени на изучение всего нескольких уравнений. Исследование движения открывает двери к пониманию основных законов физики, используемых для измерения и предсказания явлений.

Часть II. Да пребудут с нами силы физики

"Для каждого действия есть равное и противоположно направленное противодействие". Вам знакома такая формулировка? Этот и другие законы физики описываются в данной части. Без сил движение объектов никак не изменялось бы, а наш мир был бы невероятно скучным. Благодаря сэру Исааку Ньютону физикам удается очень хорошо описывать, что происходит при приложении сил.

Часть III. Обращаем работу в энергию и наоборот

Что происходит, когда мы применяем силу для перемещения и ускорения объекта? Мы выполняем *работу*, которая преобразуется в *энергию* этого объекта. Оба понятия играют столь большую роль в физических процессах, что им посвящена целая часть.

Часть IV. Формулируем законы термодинамики

Что произойдет, если вы прикоснетесь кончиком пальца к пламени свечи и подержите его в таком состоянии некоторое время? Конечно же, вы получите ожог и успешно выполните эксперимент по переносу тепла. Именно такие процессы выделения и переноса тепла, которые лежат в основе термодинамики, рассматриваются в этой части. Кроме того, в ней описываются принципы работы тепловых машин, таяния льда и многое другое.

Часть V. Электризуемся и намагничиваемся

В этой части рассматривается одна из самых невероятных областей физики. В ней описываются все тайны электричества: от электронов, лежащих в основе многих процессов, до электрических цепей с током и напряжением. Магнетизм — тоже очень таинственное явление. В этой части описывается взаимосвязь электричества и магнетизма и рассказывается, как они вместе образуют то, что мы называем светом.

Часть VI. Великолепные десятки

В этой части собраны два списка наиболее изумительных физических явлений. В первом списке собраны 10 поразительных фактов теории относительности Эйнштейна, включая растяжение времени и сокращение длины пространства. Во втором списке собраны 10 наиболее удивительных физических явлений: от черных дыр до Большого взрыва, чревоточин в пространстве и мельчайших частиц, на которые можно поделить пространство.

Пиктограммы, используемые в книге

Некоторые разделы в этой книге отмечены перечисленными ниже пиктограммами.

Эта пиктограмма отмечает сведения, которые нужно запомнить, например способ применения закона физики или сокращенное обозначение некоторого уравнения.

Эта пиктограмма означает, что данный абзац содержит вспомогательные технические сведения. Его не обязательно читать, но если вы хотели бы стать настоящим физиком (а кто бы не хотел?), то в таком случае его нужно внимательно прочесть.

Эта пиктограмма указывает на вспомогательные сведения, которые помогут лучше понять излагаемый материал.

Как читать эту книгу

Данную книгу не обязательно читать от начала и до самого конца; наоборот, некоторые части можно спокойно пролистать. Как и другие книги серии *...для чайников,* ее можно читать, пропуская некоторые разделы. Вам самим решать, какая часть физики вам наиболее интересна. Можно начать с самого начала, с главы 1, или сразу перейти к главе 2 с описанием необходимых сведений по алгебре и тригонометрии, а можно перескочить к любому другому интересующему вас разделу физики.

Ждем ваших отзывов!

Вы, читатель этой книги, и есть главный ее критик. Мы ценим ваше мнение и хотим знать, что было сделано нами правильно, что можно было сделать лучше и что еще вы хотели бы увидеть изданным нами. Нам интересны любые ваши замечания в наш адрес.

Мы ждем ваших комментариев и надеемся на них. Вы можете прислать нам бумажное или электронное письмо либо просто посетить наш Web-сервер и оставить свои замечания там. Одним словом, любым удобным для вас способом дайте нам знать, нравится ли вам эта книга, а также выскажите свое мнение о том, как сделать наши книги более интересными для вас.

Отправляя письмо или сообщение, не забудьте указать название книги и ее авторов, а также свой обратный адрес. Мы внимательно ознакомимся с вашим мнением и обязательно учтем его при отборе и подготовке к изданию новых книг.

Наши электронные адреса:

E-mail: `info@dialektika.com`
WWW: `http://www.dialektika.com`

Наши почтовые адреса:

в России: 127055, г. Москва, ул. Лесная, д. 43, стр. 1
в Украине: 03150, Киев, а/я 152

Часть I

Мир в движении

В этой части ...

Эта часть является введением в ту область физики, которая описывает движение. Движение окружает нас повсюду, и, к счастью, эта область физики является одной из самых простых. Физики научились превосходно измерять и предсказывать параметры движения. С помощью всего нескольких уравнений читатель легко сможет стать настоящим маэстро движения. Уравнения в этой части демонстрируют принципы физики в окружающем нас мире. Вставьте в них реальные значения, и вы сможете выполнять вычисления, которые изумят ваших друзей.

Глава 1

Как с помощью физики понять наш мир

В этой главе...

- Определяем место физики в нашем мире
- Жмем на тормоза
- Управляем окружающими нас силами и энергией
- Согреваемся с термодинамикой
- Знакомимся с электричеством и магнетизмом
- Ломаем голову над самыми трудными проблемами физики

Физика — это наука про вас и окружающий вас мир. Возможно, вы считаете ее обузой, т.е. неприятным обязательством, которое накладывает на вас школа или университет, но это совсем не так. Физика — это наука, которую вы начинаете постигать сразу же после рождения.

Ничто не может находиться вне физики, физика — это всеобъемлющая наука. Изучая разные аспекты мира природы, вы соответственно изучаете разные разделы физики: физику движущихся объектов, действующих сил, электричества, магнетизма, процессов, происходящих со скоростью близкой к скорости света, и т.п. Эти и многие другие темы подробно рассматриваются в данной книге.

Физика окружает людей с их первых попыток ощутить окружающий мир. Само слово “физика” происходит от греческого слова, которое означает “природа”.

Что изучает физика

Наблюдая за окружающим нас сложным миром, можно заметить множество происходящих процессов. Солнце сияет, звезды мерцают, лампочки светят, машины едут, принтеры печатают, люди ходят пешком и ездят на велосипедах, реки текут и т.д. При более внимательном изучении этих процессов неизбежно возникает множество вопросов.

- ✓ Как мы видим?
- ✓ Почему мы теплые на ощупь?
- ✓ Из чего состоит вдыхаемый нами воздух?
- ✓ Почему мы соскальзываем вниз по заснеженному склону?
- ✓ Как устроены сияющие ночью звезды? Или это планеты? Почему они движутся?

- ✓ Как устроена эта крошка пыли?
- ✓ Существуют ли невидимые нами миры?
- ✓ Что такое свет?
- ✓ Почему одеяла согревают нас?
- ✓ Из чего состоит вещество?
- ✓ Что произойдет, если прикоснуться к линии высокого напряжения? (Ответ на этот вопрос вам, конечно, хорошо известен. Даже такое ограниченное знание основ физики порой может спасти жизнь.)

Физика — это особого рода исследование мира и принципов его устройства: от самых основных (как, например, законов инерции, согласно которым так трудно вручную сдвинуть с места неподвижный автомобиль) до более экзотичных (законов крошечных миров внутри элементарных частиц, которые являются фундаментальными строительными блоками вещества). В своей основе физика охватывает все, что мы знаем о нашем мире.

Наблюдаем за движущимися объектами

Некоторые наиболее фундаментальные вопросы об устройстве мира связаны с движением объектов. Замедлит ли свое движение катящийся вам навстречу огромный камень? Как быстро нужно двигаться, чтобы избежать столкновения с ним? (Секундочку, сейчас я подсчитаю на калькуляторе...) Движение было одной из первых тем исследований, которыми издавна занимались физики и пытались получить убедительные ответы на свои вопросы.

В части I этой книги рассматривается движение разных объектов: от бильярдных шаров до железнодорожных вагонов. Движение является фундаментальным явлением нашей жизни и одним их тех явлений, о которых большинство людей знает достаточно много. Достаточно нажать на педаль газа, и машина придет в движение.

Но не все так просто. Описание принципов движения является первым шагом в понимании физики, которое проявляется в наблюдениях и измерениях и создании мысленных и математических моделей на основе этих наблюдений и измерений. Этот процесс не знаком большинству людей, и именно для таких людей предназначена книга.

Простой, на первый взгляд, процесс изучения движения является началом начал. Если внимательно присмотреться, то можно заметить, что реальное движение постоянно меняется. Взгляните на торможение мотоцикла у светофора, на падение листка на землю и продолжение его движения под действием ветра, на невероятное движение бильярдных шаров после замысловатого удара мастера.

Движение постоянно меняется под действием *силы*, о чем будет рассказываться в части II. Все мы понемногу знаем основные законы приложения сил, но иногда для их правильного измерения нужно обладать более обширными знаниями. Иначе говоря, для этого требуется настоящий физик, как вы.

Поглощаем энергию вокруг нас

Примеры других проявлений физики никогда не приходится долго искать. Каждый день на дорогах происходят аварии автомобилей, движущихся с огромными скоростями.

Благодаря законам физики (а точнее, законам физики из части III этой книги) можно выполнять все необходимые измерения и предсказания, чтобы избежать таких неприятных ситуаций. Чтобы внезапно остановить быстро движущийся автомобиль, требуется много чего. Но *чего* именно?

Вот когда для описания движения объектов нам могут пригодиться представления об их энергии и импульсе. Энергия движения называется *кинетической*. Помните, что когда ваша машина за 10 с ускоряется с места до скорости около 100 км/ч, то она приобретает достаточно много кинетической энергии.

Откуда берется кинетическая энергия? Нельзя сказать, что ниоткуда, иначе нам не приходилось бы заботиться о цене на топливо. Потребляя топливо, двигатель автомобиля совершает *работу* по ускорению автомобиля.

Рассмотрим другой пример. Допустим, что вам нужно затащить пианино в свою новую квартиру на шестом этаже. В это самое время стоит снова вспомнить о физике, достать калькулятор и подсчитать необходимую для этого работу.

При перемещении пианино вверх по ступеням оно приобретает *потенциальную энергию*, поскольку вам приходится совершать работу по преодолению силы гравитации.

Допустим, что, к величайшему сожалению, вашим соседям не понравилось ваша игра на пианино и они выкинули его в окно. Что в таком случае произойдет? В процессе падения в гравитационном поле Земли потенциальная энергия пианино преобразуется в кинетическую энергию, т.е. энергию движения. Это очень интересный для наблюдения процесс, в ходе которого можно оценить финальную скорость движения пианино в момент столкновения с тротуаром. Не унывайте, предъявите соседям счет за пианино и сбегайте в магазин за ударной установкой.

Получаем удовольствие от тепловых процессов

Тепло и холод являются неотъемлемыми компонентами повседневной жизни, а потому физика и в этом отношении сопровождает нас и летом, и зимой. Доводилось ли вам видеть капли конденсированной влаги на стакане с холодной водой в теплой комнате? Теплые пары воды в воздухе резко охлаждаются при соприкосновении с холодным стаканом и конденсируются на нем, образуя капельки воды. Пары воды таким образом передают свою энергию холодной воде в стакане, которая постепенно становится все теплее и теплее.

Именно *термодинамике* полностью посвящена часть IV этой книги. С помощью термодинамики можно определить, сколько тепла излучается нашим телом в холодный день, сколько мешочков льда нужно для охлаждения жерла вулкана, какова температура поверхности Солнца и дать ответ на многие другие вопросы, связанные с тепловой энергией.

Физика не ограничивается только нашей планетой. Почему космос холодный? Он практически пуст, так почему же он стал таким холодным? Почти все тепло в космосе распространяется в виде излучения и только очень малая его часть возвращается назад. В обычной окружающей нас среде все объекты излучают тепло и поглощают тепло друг друга. Но в космосе тепло преимущественно излучается, и потому все объекты преимущественно охлаждаются.

Излучение тепла — это только один из трех способов переноса тепла. Более подробно разнообразные тепловые процессы, будь то тепло от Солнца или от трения объектов, описываются в части IV этой книги.

Играем с зарядами и магнитами

После овладения основными законами видимого мира движущихся объектов и скрытого мира работы и энергии можно будет приступать к изучению еще более загадочных объектов. В части V читателю предлагается заглянуть в тайны еще одной части невидимого мира — электричества и магнетизма.

Действие электричества и магнетизма можно почувствовать не прямым, а только косвенным образом. Комбинируя электричество и магнетизм, можно генерировать свет, который лежит в основе видимости мира. Свойства света и его поведение при взаимодействии с линзами и другими объектами описываются в части V.

Большая часть физики связана с невидимым окружающим нас миром. Само вещество состоит из частиц, которые переносят электрические заряды, а в самих нас собрано невероятное количество таких зарядов.

При накоплении зарядов мы можем наблюдать такие явления, как статическое электричество и вспышки молний. Движение зарядов проявляется как привычное нам электричество из розетки.

Электричество, как часть физики, проявляется и в молнии, и лампочке. В этой книге показано не только, где проявляется, но и как ведет себя электричество. Кроме того, здесь кратко описываются принципы работы резисторов, конденсаторов и индукторов.

Готовимся решить самые трудные задачи физики

Даже начиная с очень простых и скучных вопросов физики, можно быстро прийти к самым экзотическим явлениям и проблемам. В части VI приведены 10 наиболее интересных фактов из специальной теории относительности Эйнштейна и 10 наиболее интересных проблем современной физики.

Альберт Эйнштейн является одним из наиболее известных и талантливых физиков. Для многих людей он является типичным гением, который предложил совершенно необычный взгляд на природу и заглянул в самые темные уголки наших представлений о природе.

Но что конкретно сделал Эйнштейн? Что означает его знаменитая формула $E=mc^2$? Означает ли это эквивалентность массы и энергии, т.е. что можно преобразовать вещество в энергию и энергию обратно в вещество? Да, конечно, означает.

Это довольно неожиданный физический факт, с которым нам не приходится сталкиваться в повседневной жизни. Но на самом деле мы сталкиваемся с ним каждый день. Для генерации своего теплового излучения Солнце должно *ежесекундно* преобразовывать в энергию около 4,79 млн т вещества!

Согласно теории Эйнштейна, еще более странные явления происходят при достижении скорости света.

“Посмотри на этот звездолет”, — скажете вы, глядя на ракету, пролетающую рядом почти со скоростью света. — Похоже, что вдоль направления движения он стал вдвое короче во время этого полета, чем в состоянии покоя.”

“Какой еще звездолет?” — спросят ваши друзья. — Он пролетел слишком быстро, и мы ничего не заметили.”

“Время, измеренное на этом звездолете, течет медленнее, чем время на Земле. По нашим меркам требуется около 200 лет, чтобы достичь ближайшей звезды, а по меркам экипажа звездолета потребуется всего 2 года.”

“Как это понять?” — спросят все.

Физика окружает нас повсюду — в любом известном нам месте. Хотите испытать свои возможности, тогда физика — именно то, что вам нужно. В конце книги перечислено несколько самых сложных проблем современной физики: возможное существование чревоточин в пространстве и строение черной дыры, которая притягивает все, включая свет. Узнайте об этом побольше и наслаждайтесь знаниями!

Глава 2

Постигаем основы физики

В этой главе...

- Концепции физики и почему они так важны
- Учимся измерять (и решать уравнения)
- Оцениваем значимость и ошибку величин
- Освежаем свои знания алгебры и тригонометрии

Представьте себе, что вы бьетесь над решением почти неразрешимой физической задачи и пытаетесь найти подход к ней. Задача очень сложна и многим так и не поддалась. Внезапно в результате озарения все становится предельно ясным.

"Ну конечно, — говорите вы, — это же элементарно! Мяч в максимальной точке поднимется на высоту 9,8 м".

Глядя на правильное решение задачи, преподаватель одобрительно кивнет головой, а вы, окрыленные успехом, с удвоенной силой приметесь за решение следующей задачи.

В физике, как и в любой другой области деятельности, заслуженный успех и слава достаются только в результате упорного труда. Не бойтесь работы, ведь цель оправдывает средства. По окончании чтения этой книги вы настолько овладеете предметом, что сможете решать те задачи, которые прежде казались вам просто неразрешимыми.

Эта глава начинается с описания некоторых базовых сведений и навыков, которые потребуются для освоения следующих глав. В ней описываются способы научных измерений, научные обозначения, базовые сведения по алгебре и тригонометрии, а также правила оценки значимости величин и точности полученных результатов. Полагаясь на эти твердые и незыблемые сведения, вы сможете овладеть всем другим материалом в этой книге.

Не бойтесь, это всего лишь физика

Многих от слова "физика" бросает в дрожь. Легко прийти в ужас, если представить себе физику, как нечто совершенно чуждое с высосанными из пальца абстрактными числами и правилами. Однако истина заключается в том, что физика призвана помочь нам понять реальный мир. Погружение в физику — это увлекательное путешествие, которое совершает человечество в попытке понять устройство мира.

Хотя может показаться справедливым и обратное утверждение, но нет никакой загадки в целях и методах физики: физика просто *моделирует* мир. Идея заключается в том, чтобы создать мысленные модели, описывающие поведение мира: как бруски скользят по наклонной плоскости, как образуются и светят звезды, как черные дыры захватывают свет, что происходит при столкновении автомобилей и т.п. В момент создания модели она совсем не содержит чисел, а только описывает самую суть явления. Например, звезда образуется из этого слоя, потом из того слоя, дальше возникает реакция, за ней другая и — бац, вот вам новая звезда!

По мере совершенствования модели ее описание становится количественным, и именно с этого момента изучения физики у учеников и студентов возникает большинство проблем. С изучением физики было бы меньше проблем, если бы можно было просто сказать: “Тележка, скатываясь по наклонной плоскости, движется все быстрее и быстрее”. Но для полного физического описания этого явления недостаточно сказать, что тележка движется быстрее, нужно сказать, насколько именно быстрее движется тележка.

Суть физики заключается в следующем: сделать наблюдение, создать модель для имитации явления, добавить математическое описание и — все! В таком случае вы сможете предсказывать развитие событий в реальном мире. Математика нужна, чтобы занять более уверенную позицию в реальном физическом мире и чтобы помочь в исследовании принципов и причин такого явления.

Учитесь у гения: не отгораживайтесь математикой от физики

Ричард Фейнман, лауреат Нобелевской премии по физике 1965 года “За фундаментальные работы по квантовой электродинамике, имевшие глубокие последствия для физики элементарных частиц”, в 1950-1960 годах заработал уникальную репутацию среди физиков. Свой метод исследования он объяснял так: нужно мысленно “на пальцах” описать задачу с указанием аналогии из реальной жизни, тогда как другие стремились сразу перейти к математическому описанию. Когда ему встречалась очень длинная теория с подозрительным результатом, он стремился найти какое-то физическое явление, которое можно было бы объяснить этой теорией. Если в своих размышлениях он достигал точки, в которой ему становилось очевидно несоответствие предлагаемой теории и факта реального мира, он сразу же заявлял: “Это не верно, проблема в том-то и том-то”. Он всегда оказывался прав, что озадачивало многих его коллег и буквально лишало их дара речи. Многие современники считали и считают его настоящим гением. Хотели бы стать супергением? Поступайте так же: не дайте математике запугать вас и скрыть от вас физику.

Всегда имейте в виду, что реальный мир находится на первом месте, а математика — на втором. Для успешного решения физической задачи важно не утонуть в математических выкладках и сохранить глобальное видение явления, чтобы удржать контроль над ситуацией. После обучения физике студентов колледжа в течение многих лет я столкнулся с одной из самых крупных проблем в изучении физики: студенты часто напрочь запуганы математикой.

А теперь зададимся одним из наиболее важных вопросов: для чего вам нужна физика? Если вы хотите продолжить свою карьеру в физике или смежной области, то ответ прост: вам нужно знать физику для “ежедневного применения”. Но даже если вы не планируете карьеру физика, вы все еще можете извлечь достаточно много пользы от овладения этим предметом. Многие сведения из вводного курса физики можно применять на практике. Но еще более важным преимуществом овладения физикой является не ее применение на практике, а приобретенные навыки решения задач. Решение физических задач учит вас настойчивости, умению учитывать все варианты решения и выбирать наиболее оптимальный, а также поиску простейшего метода решения.

Измеряем окружающий мир и делаем предсказания

Физики прекрасно умеют измерять и предсказывать явления реального мира. В конце концов, именно потому физика оказалась такой жизнеспособной. Измерение является начальной точкой, на основе которой создается модель явления и делаются предсказания. Множество мер предусмотрено для измерения длины, веса, времени и т.д. Овладение искусством измерения величин является залогом успешного изучния физики.

Для достижения согласия в измерениях физики и математики сгруппировали меры в *системы единиц измерения*. Наиболее распространенными являются система СГС (сантиметр-грамм-секунда) и СИ (система интернациональная). Например, в табл. 2.1 показаны основные единицы измерения в системе СГС. (Пока не стоит напрягаться и запоминать эти единицы, поскольку мы вернемся к ним позже.)

Таблица 2.1. Единицы измерения в системе СГС

Параметр	Единица	Сокращение
Длина	сантиметр	см
Масса	грамм	г
Время	секунда	с
Сила	дина	дин
Энергия	эрг	эрг
Давление	бар	бар
Магнитная индукция	гаусс	Гс
Электрический заряд	франклин	Фр

В табл. 2.2 перечислены основные единицы измерения в системе СИ и их сокращения.

Таблица 2.1. Единицы измерения в системе СИ

Параметр	Единица	Сокращение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Сила	ньютон	Н
Энергия	джоуль	Дж
Давление	паскаль	Па
Электрический ток	ампер	А
Магнитная индукция	тесла	Тл
Электрический заряд	кулон	Кл

Никогда не смешивайте единицы из разных систем

Поскольку в разных системах используются разные единицы длины, то в зависимости от используемой системы можно получать разные численные значения. Например, для измерения глубины плавательного бассейна можно использовать систему СИ, с помощью которой ответ будет выражен в метрах; в системе СГС она будет представлена в сантиметрах, а в еще менее популярной системе — в дюймах.

Предположим, однако, что вам нужно узнать давление воды на дне бассейна. Измеряем глубину бассейна и подставляем найденное значение в формулу давления (см. главы 14 и 15). Однако в этом месте нужно обратить пристальное внимание на используемую систему единиц измерения.

Всегда помните, что в процессе решения задачи нужно использовать одну и ту же систему единиц измерения. Если вы начали решать задачу с помощью системы СИ, то придерживайтесь ее до конца. Иначе вместо правильного ответа вы получите бессмысленную смесь разных величин, поскольку в таком случае вы фактически приравниваете величины, измеренные с помощью разных мерок. Эта ситуация подобна ошибке кулинара, когда, читая рецепт, вместо двух ложек муки он использует два стакана.

В течение многих лет мне приходилось видеть, как студенты ошибочно смешивали величины, полученные с помощью разных систем измерения, и не могли понять причину неправильного решения. Конечно, их намерения были совершенно благородны, идеи прекрасны, выводы уравнений безупречны, а численные значения в ответах получались неверными. Например, в ответе для величины ускорения приведено значение 15, а студент получил 1500. Оказывается, в ответе используется система СИ и ответ дан в метрах на секунду в квадрате, а студент решал задачу с помощью системы СГС и получил правильный ответ, но выраженный в сантиметрах на секунду в квадрате. Численный ответ получился другим именно из-за использования другой системы единиц измерения.

От метров к дюймам и обратно: преобразуем значения из разных единиц измерения

Физики используют разные системы измерения для записи измеренных значений. Но как преобразовать эти значения при переходе от одной системы к другой? При решении физических задач часто приходится иметь дело с величинами, выраженными в разных системах: одни величины могут быть измерены в метрах, другие — в сантиметрах, а третьи — даже в дюймах. Не пугайтесь. Нужно просто научиться их *преобразовывать* из одной системы в другую. Как проще всего это сделать? Используйте коэффициенты преобразования! Рассмотрим следующую задачу.

Допустим, что за 3 дня вы преодолели расстояние 4680 миль. Впечатляет. Подсчитаем среднюю скорость движения. Как показано в главе 3, в физике скорость определяется так же, как и в жизни: нужно пройденное расстояние поделить на время. Итак, с помощью приведенной ниже формулы получим конечный результат:

$$\frac{4680\ \text{миль}}{3\ \text{дня}} = 1560\ \text{миль/день}.$$

Полученный ответ выражен в нестандартных единицах измерения. Обычно для скорости используют другие единицы, например мили в час (в США), а потому нам придется преобразовать полученный ответ в более понятные единицы.

Для преобразования величин из одной системы единиц измерения в другую нужно использовать коэффициенты преобразования. *Коэффициент преобразования* — это значение, после умножения на которое все нежелательные единицы измерения устраняются, а остаются только нужные.

В предыдущем примере результат получен в милях в день и записан как миль/день. Для вычисления количества миль в час нужно использовать коэффициент преобразования, который позволит исключить дни и оставить часы, т.е. нужно умножить на величину “количество дней в час” (дней/час) и таким образом избавиться от дней:

$$\text{миль/день}\cdot\text{дней/час} = \text{миль/час}.$$

Коэффициентом преобразования в данном случае является количество дней в час. После подстановки всех значений, упрощения полученного выражения и умножения на коэффициент преобразования получим следующее выражение:

$$4680 \text{ миль}/3 \text{ дня} = 1560 \text{ миль}/1 \text{ день} = (1560 \text{ миль/день}) \cdot (1 \text{ день}/24 \text{ часа})$$

ПОМНИ!

Слова "секунда" (или "метр") можно рассматривать как некие переменные x или y, которые исключают друг друга из соотношения, если встречаются одновременно в числителе и знаменателе.

Если числа затуманивают голову, взгляните на единицы измерения

Хотите узнать об одной хитрости, которую применяют учителя при решении задач по физике? Внимательно следите за единицами измерения! Мне приходилось тысячи раз решать задачи "лицом к лицу" со студентами, и я убедился в том, что преподаватели всегда пользуются этим трюком.

Допустим, что нужно определить скорость по заданному расстоянию и времени. Эта задача решается практически мгновенно, потому что всем известно, что расстояние (например, выраженное в метрах), деленное на время (например, выраженное в секундах), дает скорость (выраженную в метрах в секунду).

Однако в более сложных задачах может быть гораздо больше величин, например масса, расстояние, время и т.д. В таких случаях приходится вылавливать в формулировке задачи численные значения и единицы измерения. Как определить количество энергии? Как показано в главе 10, единица энергии выражается как единица массы, умноженная на квадрат единицы длины и деленная на квадрат единицы времени. Если вы сможете легко выделить величины и их единицы измерения, то сможете не запутаться и представить их в решении.

На самом деле единицы измерения — это наши друзья. Они упрощают нам жизнь, в общем, и путь к решению, в частности. Потому если вы чувствуете, что "погрязли" в числах, то проверьте используемые единицы измерения.

ПОМНИ!

Обратите внимание, что в сутках 24 часа, т.е. коэффициент преобразования равен 1/24. Потому преобразование единиц измерения (дней на часы) происходит при умножении величины 1560 миль/день на этот коэффициент преобразования.

При исключении дней во время умножения отношений получается следующий ответ:

$$\frac{1560 \text{ миль}}{\text{день}} \cdot \frac{1 \text{ день}}{24 \text{ часа}} = \frac{65 \text{ миль}}{\text{час}}.$$

Итак, средняя скорость равна 65 милям в час, что достаточно быстро, если ехать с такой средней скоростью на протяжении 3 суток!

СОВЕТ

Совсем не обязательно использовать коэффициент преобразования. Если инстинктивно вам понятно, что для преобразования единицы измерения "миль в день" в единицу "миль в час" нужно поделить числовое значение на 24, то нечего такой огород городить. Но если вы все же пребываете в сомнениях, то лучше все-таки найти и использовать все нужные коэффициенты преобразования. Лучше пройти этот длинный путь преобразования единиц измерения, чем поспешить и людей насмешить. Мне довольно часто встречались студенты, которые умели успешно решать задачи, но не справлялись с такими преобразованиями.

Преобразование суток в часы выполняется легко и просто, поскольку всем известно, что в сутках содержится 24 часа. Однако не все преобразования единиц измерения столь очевидны. Далеко не всем хорошо известны системы единиц СГС и СИ. Потому всегда полезно иметь под рукой табличку преобразований единиц из одной системы в другую, как, например, табл. 2.3. (Расшифровка приведенных здесь сокращений приводится в табл. 2.1 и 2.2.)

Таблица 2.3. Преобразования единиц измерения систем СГС и СИ

СИ	СГС
1 м	100 см
1 км	10^5 см
1 кг	1000 г
1 Н	10^5 дин
1 Дж	10^7 эрг
1 Па	10^{-5} бар
1 Тл	10^4 Гс
1 Кл	$2{,}9979 \cdot 10^9$ Фр

Поскольку разница между величинами в двух этих системах практически всегда кратна степеням 10, то преобразование величин выполняется достаточно просто. Например, если шар падает с высоты 5 метров, но вам нужно выразить расстояние в сантиметрах, то для этого достаточно умножить результат на отношение 100 сантиметров/1 метр:

$$5 \text{ метров} \cdot \frac{100 \text{ сантиметров}}{1 \text{ метр}} = 500 \text{ сантиметров.}$$

А как преобразовать величины в единицы измерения Английской системы мер на основе фута-фунта-дюйма (foot-pound-inch — FPI)? Нет проблем. Все необходимые сведения о таких преобразованиях приведены в шпаргалке. Держите ее под рукой при чтении этой книги или при решении задач.

Исключаем нули: представляем числа в экспоненциальном виде

Физики часто мысленно погружаются в самые темные глубины и отправляются в самые далекие дали, а потому вынуждены использовать чудовищно большие или малые величины. Например, расстояние от Солнца до Плутона приблизительно равно 5 890 000 000 000 метрам. Что делать с таким огромным количеством метров и нулей? Физики для более удобной работы с такими очень большими или очень малыми величинами используют *экспоненциальное представление чисел*. В этом представлении нули выражаются в степенях 10. Чтобы определить степень, нужно подсчитать все цифры справа налево до первой цифры (первая цифра будет находиться перед запятой в итоговом экспоненциальном представлении). Итак, расстояние от Солнца до Плутона можно выразить следующим образом:

$$5\,890\,000\,000\,000 \text{ метров} = 5{,}89 \cdot 10^{12} \text{ метров.}$$

Экспоненциальное представление чисел также используется для записи очень маленьких значений, где степень имеет отрицательный знак. В таком случае нужно подсчитать количество цифр слева направо от десятичной запятой до места после первой ненулевой цифры (опять первая ненулевая цифра будет находиться перед запятой в итоговом экспоненциальном представлении):

$$0{,}0000000000000000005339 \text{ метров} = 5{,}339 \cdot 10^{-19} \text{ метров.}$$

Если число больше 10, то в экспоненциальном представлении оно будет иметь положительную степень, а если меньше 1, то — отрицательную. Как видите, операции с очень большими или малыми числами в экспоненциальном представлении выполняются гораздо проще. Именно поэтому во многих калькуляторах встроена возможность такого представления чисел.

Проверяем точность измерений

Точность имеет огромную важность для измерения и анализа физических параметров. Нельзя считать, что измерение стало более точным, если к измеренной величине необоснованно добавить дополнительное количество значащих цифр. Кроме того, всегда следует указывать оценку ошибки измерения с помощью знака ±. В следующих разделах более подробно описываются указания точности измерения физических величин.

Определяем значащие цифры

В измеренной величине *значащими цифрами* считаются те, которые были фактически получены в ходе измерения. Так, например, если после измерения ученые сообщили, что ракета прошла расстояние 10,0 за 7,00 секунд, то в результате этих измерений получено по три значащие цифры.

Чтобы определить скорость ракеты, эти данные можно ввести в калькулятор и после деления 10,0 на 7,00 получить, казалось бы, очень точный результат: 1,428571429. Но это совсем не так: если после измерения расстояния и времени для них получено всего по три значащие цифры, то в результате манипуляций с числами точность измерений не может возрасти до десяти значащих цифр. Ведь после измерения расстояния с помощью линейки с миллиметровыми делениями нельзя утверждать, что результат получен с точностью до нескольких микрон.

В примере с ракетой получено только по три значащие цифры, потому величина скорости равна 1,43, а не 1,428571429. Если записать больше цифр, то в таком случае будет сделано ничем необоснованное заявление о повышенной точности измерений, которой не было на самом деле.

При округлении числа нужно учитывать следующее простое правило. Если цифра справа от округляемой цифры больше или равна 5, то округление выполняется в сторону увеличения, а если эта цифра меньше 5, то округление выполняется в сторону уменьшения. Например, число 1,428 округляется до 1,43, а число 1,42 — до 1,4.

А что если в результате двух измерений ракета преодолела 10,0 метров за 7,0 секунд? Одно число имеет три, а другое — две значащих цифры. В таком случае нужно учитывать перечисленные ниже правила округления чисел с разным количеством значащих цифр.

- ✓ **При умножении или делении** чисел результат будет иметь то же количество значащих цифр, что и исходное число с *наименьшим* количеством значащих цифр.

  В примере с ракетой, где нужно поделить расстояние на время, результат будет иметь только две значащие цифры, т.е. правильный ответ равен 1,4 м/с.

- ✓ **При сложении или вычитании** чисел нужно расположить их в столбик и выровнять по положению десятичной запятой в числах; самая последняя значащая цифра в результате будет соответствовать самой правой значащей цифре в том столбце, в котором *все* числа в столбике имеют значащие цифры.

  Например, при сложении чисел 3,6, 14 и 6,33 получим:

```
  3,6
+14
+ 6,33
------
 23,93
```

  Здесь нужно округлить результат до целого числа, поскольку число 14 не имеет значащих цифр после десятичной запятой, т.е. до 24.

ПОМНИ!

По соглашению нули, используемые для заполнения пустых мест до или после десятичной запятой, не считаются значащими цифрами. Например, по умолчанию число 3600 имеет только две значащие цифры. Но если некая величина измерена с высокой точностью и действительно равна 3600, то для подчеркивания точности измерения ее иногда приводят с указанием знака, отделяющего целую часть числа от десятичной дроби 3600,0.

Оцениваем точность

Физики при записи результатов измерений не всегда полагаются только на значащие цифры, и иногда можно встретить следующую запись:

$$5{,}36 \pm 0{,}05 \text{ метров.}$$

Символ ± обозначает оценку физика возможной ошибки измерения. Физик сообщает таким образом, что действительное значение измеряемой величины находится в промежутке от 5,36+0,05 (т.е. 5,41) до 5,36–0,05 (т.е. 5,31) метров. (Это не значит, что именно настолько измеренное значение отличается от "истинного". Это просто оценка точности измерения, т.е. насколько надежно это измерение.)

Определяем размер ±

С недавних пор символ ± стал чрезвычайно популярным, и его можно встретить даже в объявлениях о продаже недвижимости, например "продается 35± акров". Иногда даже публикуются объявления о продаже ±35 акров. Значит ли это, что в итоге вы можете приобрести участок площадью в диапазоне от –35 до +35 акров? Что значит приобрести –15 акров? Может быть, то, что после приобретения такого участка вы будете должны 15 акров?

Вспоминаем алгебру

В физике используется довольно много уравнений, и чтобы умело работать с ними, нужно овладеть основными приемами манипулирования частями уравнения. Сейчас самое время напомнить некоторые основные сведения из курса алгебры.

Следующее уравнение выражает расстояние s, которое проходит объект с ускорением a за время t:

$$s = \tfrac{1}{2}at^2.$$

Допустим, что нужно определить ускорение по известному времени движения и пройденному расстоянию. Манипулируя отдельными членами уравнения, получим следующее соотношение:

$$a = 2s/t^2.$$

Для получения такого соотношения для a нужно обе стороны предыдущего выражения умножить на 2 и поделить на t^2.

А что если нужно найти время t? С помощью несложных манипуляций с переменными и числами получим следующее соотношение:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}.$$

Нужно ли запоминать все эти три варианта одного уравнения? Конечно же, нет. Достаточно запомнить только один вариант, который связывает эти три величины (расстояние, ускорение и время), а потом извлекать из него соотношение для нужной переменной. (В шпаргалке приводится несколько основных соотношений, которые следует помнить.)

Немного тригонометрии

Кроме базовых сведений из алгебры для решения физических задач необходимо также иметь некоторые сведения из тригонометрии, например о синусе, косинусе, тангенсе. Для этого нужно запомнить простые соотношения на основе прямоугольного треугольника, который показан на рис. 2.1 во всей своей красе.

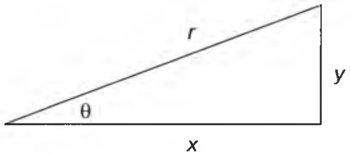


Рис. 2.1. Прямоугольный треугольник, с помощью которого можно освежить свои знания геометрии

ПОМНИ!

Для определения тригонометрических величин с помощью треугольника на рис. 2.1 нужно поделить длину одной стороны на длину другой, как показано ниже:

$$\sin\theta = y/r,$$

$$\cos\theta = x/r,$$

$$\operatorname{tg}\theta = y/x.$$

Эти простые соотношения пригодятся нам при изучении векторов в главе 4 и при решении многих задач по физике.

Зная величину одного острого угла и длину одной стороны этого треугольника, можно найти величину другого угла и длины двух других сторон. Ниже приводится несколько примеров, которые по мере изучения курса станут для вас просто родными, но которые вовсе *не нужно* запоминать наизусть. Если вы знаете предшествующие соотношения для синуса, косинуса и тангенса, то вы сможете легко вывести приведенные ниже соотношения:

$$x = r\cos\theta = y/\mathrm{tg}\,\theta,$$

$$y = r\sin\theta = x/\mathrm{tg}\,\theta,$$

$$r = y/\sin\theta = x/\cos\theta.$$

Помните, что можно пойти и в "обратную сторону", т.е. вычислить обратные функции для синуса ($\sin^{-1}$, или *arcsin*), косинуса ($\cos^{-1}$, или *arccos*) или тангенса ($\tan^{-1}$, или *arctg*). Вот как они определяются:

$$\sin^{-1}(y/r) = \theta,$$

$$\cos^{-1}(x/r) = \theta,$$

$$\mathrm{tg}^{-1}(y/x) = \theta.$$

(Строго говоря, обратной синусу функцией является функция "арксинус", или $\arcsin(x)$, обратной косинусу — "арккосинус", или $\arccos(x)$, обратной тангенсу — "арктангенс", или $\mathrm{arctg}(x)$. Обозначения $\sin^{-1}(x)$, $\cos^{-1}(x)$ и $\mathrm{tg}^{-1}(x)$ часто используются в иностранной литературе для обозначения функций "арксинус", "арккосинус" и "арктангенс", но их не рекомендуется употреблять, чтобы не путать с функциями $1/\sin(x)$, $1/\cos(x)$ и $1/\mathrm{tg}(x)$. — *Примеч. ред.*)

Глава 3

Утоляем жажду скорости

В этой главе...

- Изучаем скорость перемещения
- Разбираемся с разными видами скорости
- Замедляемся и разгоняемся
- Исследуем связь между ускорением, временем и перемещением
- Связываем скорость, ускорение и перемещение

Представьте себе, что вы участвуете в гонке "Формула-1" и в гоночном автомобиле мчитесь навстречу славе. Скорость огромна, ветер свистит, а уверенность в победе высока, ведь отрыв от соперников значителен и осталось пройти последний поворот. Похоже, что ближайший преследователь, чемпион прошлого года, также прилагает значительные усилия — в зеркале заднего вида на мгновение показалась серебристая обшивка его болида. Необходимо что-то предпринять, поскольку преследователь очень быстро сокращает отставание.

Вам известно все или почти все о скорости и ускорении. С такими знаниями вы знаете, что нужно делать: жмете на педаль газа, и болид ускоряется. Знание законов изменения скорости позволило с легкостью пройти последний поворот. А вот и взмах клетчатого флага на финише, к которому вы пришли за рекордное время. Отлично! Безусловно, вам помогло знание именно тех тем, которые излагаются в этой главе: перемещение, скорость и ускорение.

Наверняка у вас уже есть интуитивное представление об этих понятиях, иначе вы не смогли бы управлять автомобилем или даже велосипедом. Перемещение описывает изменение места расположения, скорость характеризует быстроту перемещения, а ускорение знакомо всякому, кому приходилось перемещаться в автомобиле. С этими понятиями люди сталкиваются ежедневно, а физика поможет организовать их изучение. Знание этих физических понятий позволяет планировать дороги и транспортные развязки, строить и запускать космические корабли, отслеживать движение планет, предсказывать погоду, а также... приводит нас в бешенство в дорожной пробке.

Понимание законов физики включает понимание основ движения, и именно этой теме посвящена данная глава. Приступаем.

Передвигаемся и перемещаемся

С точки зрения физики *перемещение* возникает при переходе какого-то объекта из точки 1 в точку 2. Попросту говоря, перемещение — это пройденное объектом *расстояние*. Рассмотрим, например, движущийся вдоль линейки мячик для игры в гольф, который показан на рис. 3.1. Допустим, что сначала мячик находится возле отметки 0 (схема А).

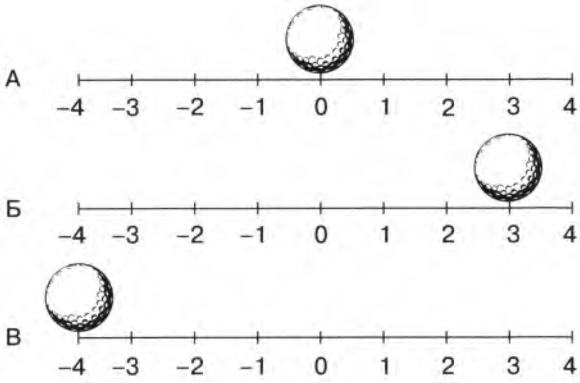


Рис. 3.1. Перемещение мячика

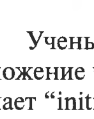
Пока что все в порядке. Допустим, что мячик сместился на новое место, например на 3 метра вправо (схема Б). В таком случае говорят, что мячик переместился, или произошло перемещение. В данном случае перемещение равно 3 метрам. В исходном положении мячик находился на отметке 0 метров, а в конечном положении — на отметке +3 метра.

В физике перемещение часто обозначают символом s, т.е. в данном случае s равно 3 метрам.

Как и любое другое измерение в физике, перемещение выражается в некоторых единицах, обычно в сантиметрах или метрах. Но часто можно встретить и другие единицы: километр, дюйм, фут, миля или даже *световой год* (расстояние, которое проходит свет за один год и которое тяжело измерить обычной линейкой; оно приблизительно равно 9 460 800 000 000 километрам или 9 460 800 000 000 000 метрам).

Ученые любят очень подробно описывать разные ситуации. Например, исходное положение часто обозначают символом s_0 (или, в англоязычной литературе, s_i, где i обозначает “initial”, т.е. исходный). А конечное положение часто обозначают символом s_1 (или, в англоязычной литературе, s_f, где f обозначает “final”, т.е. конечный). Таким образом, положения на схеме А и схеме Б на рис. 3.1 выражаются символами s_0 и s_1 соответственно. А перемещение s между ними равно их разности, т.е. конечное положение минус исходное положение:

$$s = s_1 - s_0 = +3 - 0 = 3 \text{ метра.}$$



Перемещения не обязательно должны быть положительными: они могут быть нулевыми или даже отрицательными. На схему В на рис. 3.1 показана ситуация, когда неугомонный мячик переместился в новое положение у отметки –4 метра. Чему равно перемещение в этом случае? Ответ зависит от выбранного исходного положения. Исходное положение также часто называют *начальной точкой* (в которой начинается действие), которую можно выбрать произвольным образом. Если в качестве исходного положения выбрать положение 0 на линейке, то получим следующее перемещение:

$$s = s_1 - s_0 = -4 - 0 = -4 \text{ метра.}$$

Обратите внимание, что s отрицательно!

В качестве начальной точки можно выбрать отличное от 0 положение. Например, для перехода между исходным положением на схеме А на рис. 3.1 и конечным положением на схеме В получим следующее перемещение:

$$s = s_1 - s_0 = -4 - 3 = -7 \text{ метров.}$$

Величина перемещения зависит от выбора начальной точки. В простых задачах выбор начальной точки очевиден, а как быть в более сложных случаях, например, когда движение происходит не вдоль линейки?

Разбираемся с осями

В реальном мире объекты редко движутся вдоль линеек, как мячик для гольфа на рис. 3.1. Часто движение происходит в двух или даже трех измерениях пространства. Чтобы измерить движение в двух пространственных измерениях, нужно иметь две пересекающиеся линейки, которые называются *осями*. Горизонтальную ось называют осью X, а вертикальную — осью Y, а при движении в трехмерном пространстве используют еще одну ось Z (если представить, что оси X и Y лежат в плоскости страницы, то ось Z как бы "торчит" из нее).

На рис. 3.2 показан пример движения мячика для гольфа в двумерном пространстве. Мячик движется из центра рисунка в верхний правый угол.

Используя оси, можно сказать, что мячик передвинулся на +4 метра по оси X и на +3 метра по оси Y. Новое положение мячика обозначается парой чисел (4; 3), где первое число относится к оси X, а второе — к оси Y, т.е. оно выражается в формате (x,y).

Чему равно перемещение? Изменение положения по оси X обозначается символом Δx (греческий символ Δ произносится "дельта" и означает "изменение") и равно: конечное положение минус исходное положение. Если мячик стартует из центра рисунка, т.е. из положения (0; 0), то изменение положения по оси X равно:

$$\Delta x = x_1 - x_0 = +4 - 0 = 4 \text{ метра.}$$

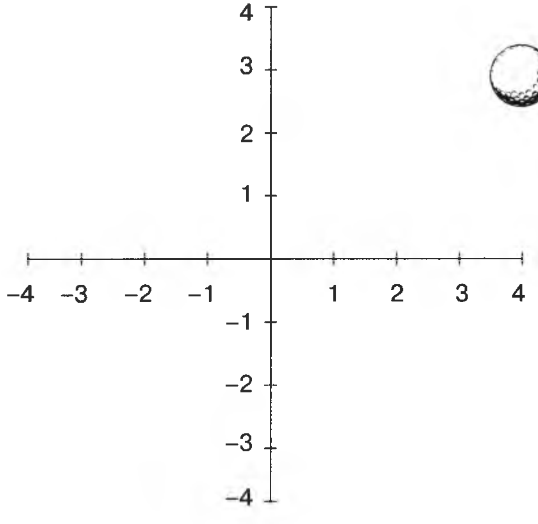


Рис. 3.2. Как известно из опыта, мячик редко движется вдоль только одной оси

Аналогично, изменение положения по оси Y равно:

$$\Delta y = y_1 - y_0 = +3 - 0 = 3 \text{ метра.}$$

Допустим, что нужно вычислить величину суммарного перемещения по обеим осям X и Y. Иначе говоря, насколько далеко удалился мячик от исходного положения в центре рисунка? Это можно подсчитать на основе теоремы Пифагора, т.е. выполнить следующие вычисления:

$$s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ метров.}$$

Итак, величина перемещения мячика равна 5 метрам.

Согласно теореме Пифагора, сумма квадратов катетов прямоугольного треугольника равна квадрату гипотенузы. Более подробные сведения о теореме Пифагора можно найти в Интернете:

`http://www.cut-the-knot.org/pythagorus/index.shtml`

`http://th-pif.narod.ru/`

Измеряем скорость

В предыдущих разделах рассматривалось движение в одном или двух пространственных измерениях. Однако реальные перемещения происходят за некоторый промежуток времени, т.е. с некоторой *скоростью*. Например, за какое время произошло перемещение на рис. 3.1 из исходного положения в конечное положение: за 12 лет или 12 секунд?

Остальная часть этой главы посвящена измерению скорости перемещений. Аналогично измерению перемещения в пространстве, можно измерять разницу во времени между началом и концом движения, которая обычно выражается следующим образом:

$$\Delta t = t_1 - t_0.$$

Здесь t_1 обозначает конечное время, t_0 — начальное время, а их разность — количество времени, необходимого для перемещения, например движения мячика от начального к конечному положению. Когда ученые хотят узнать, насколько быстро происходит это событие, то фактически это значит, что они хотят измерить скорость.

Подробнее о скорости: что же это такое

Наверняка вам известно из опыта, что скорость определяется следующим образом:

$$\text{скорость} = \text{расстояние/время.}$$

Например, если расстояние s пройдено за время t, то скорость v равна:

$$v = s/t.$$

Переменная v обозначает только величину скорости, но истинная скорость также имеет направление (более подробно это описывается в главе 4). Иначе говоря, скорость является вектором (векторы обычно обозначаются полужирным начертанием, например **v**). Векторы обладают величиной и направлением, т.е., зная скорость, мы знаем не только быстроту, но и направление движения. Аналогично, перемещение в более общем смысле является вектором, т.е. характеризуется не только величиной, но и направлением смещения (более подробно векторы описываются в главе 4).

Достаточно просто, не так ли? Точнее говоря (физики очень любят точность), скорость равняется изменению положения, деленному на изменение времени. Потому скорость движения вдоль оси X можно выразить следующим образом:

$$v = \Delta x/\Delta t = (x_1 - x_0)/(t_1 - t_0).$$

В реальном мире скорость может принимать очень разные формы, некоторые из них описываются в следующих разделах.

Смотрим на спидометр: мгновенная скорость

Итак, у нас уже есть общее представление о скорости. Именно ее измеряет спидометр автомобиля, не так ли? Когда вы катите по прямолинейному шоссе, все, что нужно делать, — всего лишь следить за показаниями спидометра. “Уже 140 километров в час. Пожалуй, сбросим скорость до 120”. Именно так мы часто поступаем в жизни, а иначе говоря, так мы определяем *мгновенную скорость*.

ПОМНИ!

Понятие мгновенной скорости играет важную роль в понимании физических процессов. В данный момент времени спидометр показывает 120 километров в час, значит, ваша мгновенная скорость равна именно этой величине. Если вы ускоритесь до 150 километров в час, то ваша мгновенная скорость станет равной этой новой величине. Мгновенная скорость — это скорость в данный момент времени. Спустя две секунды мгновенная скорость может стать совершенно другой.

Движемся постоянно: равномерная скорость

А что если долгое время автомобиль едет со скоростью 120 километров в час? В физике эта скорость называется *равномерной* (или *постоянной*), а в жизни она возможна только при движении на абсолютно ровных и прямолинейных дорогах, когда долгое время можно поддерживать движение без изменения скорости.

Равномерное движение с постоянной скоростью является простейшим видом движения, поскольку оно никак не меняется.

Движемся вперед и назад: неравномерное движение

Название этого типа движения говорит само за себя: неравномерное движение означает движение со скоростью, меняющейся со временем. Именно с такой скоростью мы чаще всего сталкиваемся в повседневной жизни. Вот как выглядит уравнение изменения скорости от исходной скорости v_1 до конечной скорости v_0:

$$\Delta v = v_1 - v_0.$$

Остальная часть этой главы посвящена ускорению, которое характеризует неравномерность движения.

Жмем на секундомер и определяем среднюю скорость

Выражение со скоростями не так уж неосязаемо, как может показаться. Измерения скорости можно сделать более конкретными. Допустим, что вам хочется совершить путешествие из Нью-Йорка в Лос-Анджелес, которые находятся на расстоянии около 2781 миль друг от друга. Если предположить, на это путешествие ушло 4 суток, то какой была ваша скорость?

Скорость можно найти, если поделить пройденное расстояние на затраченное на это время:

2781 миля/4 суток = 695,3.

Итак, результат 695,3 получен, но в каких единицах он выражен?

В этом выражении мили делятся на сутки, т.е. результат равен 695,3 милям в сутки. Это не совсем стандартная единица измерений и вполне естественно было бы поинтересоваться: а сколько это миль в час? Для ответа на этот вопрос нужно перевести сутки в часы, как показано в главе 2. Поскольку в сутках 24 часа, то получим следующий результат:

(2781 миля/4 суток)(1 сутки/24 часа) = 28,97.

Итак, получен более понятный результат 28,97 миль в час. Смущает лишь столь малая величина скорости, ведь обычно машины едут со скоростью в 2-3 раза быстрее, однако *среднюю скорость* для всего путешествия мы вычислили, разделив все расстояния на все время, включая время отдыха.

Технические подробности

Среднюю скорость часто обозначают с помощью штриха над переменной: $\bar{v}$.

Средняя скорость и неравномерное движение

Средняя скорость отличается от мгновенной, если только вы не движетесь равномерно, когда скорость вообще не меняется. А средняя скорость неравномерного движения, когда все расстояние делится на все время, может отличаться от мгновенной скорости.

Путешествуя из Нью-Йорка в Лос-Анджелес, вам наверняка придется провести несколько ночей в отелях, и во время вашего отдыха мгновенная скорость автомобиля равна 0 миль в час, а средняя скорость — 28,97 миль в час! Дело в том, что средняя скорость получена в результате деления всего расстояния на все время.

Средняя скорость может зависеть от фактически пройденного пути. Допустим, что, путешествуя по штату Огайо, вы решили подвезти попутчика в штат Индиана и погостить у вашей сестры в штате Мичиган. Все путешествие может иметь вид, показанный на рис. 3.3: первые 80 миль — в штат Индиана, а потом 30 миль — в штат Мичиган.

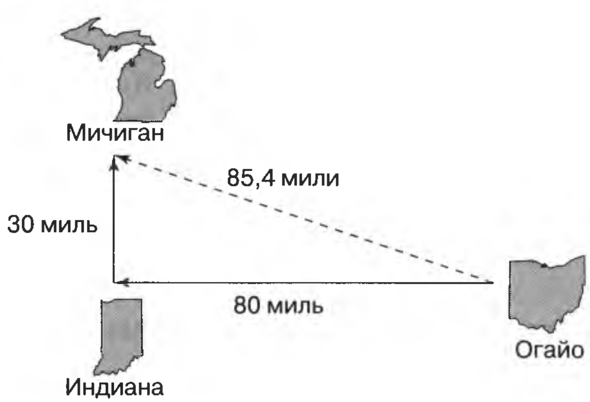


Рис. 3.3. Способ определения расстояния между начальным и конечным пунктами может повлиять на величину средней скорости

Если ехать со скоростью 55 миль в час, то для преодоления всего пути длиной 80 + 30 = 110 миль потребуется 2 часа. Но если взять расстояние по прямой между начальной и конечной точкой путешествия, которое равно 85,4 миль, то средняя скорость будет равна:

$$85{,}4 \text{ мили}/2 \text{ часа} = 42{,}7 \text{ мили в час.}$$

Таким образом, получена средняя скорость для расстояния от начальной до конечной точки путешествия вдоль пунктирной линии. Но если вам нужно определить скорость для каждого из двух отрезков фактически пройденного пути, то нужно измерить длину каждого из двух отрезков и разделить их на время их прохождения.

При движении с равномерной скоростью это можно сделать легко и просто, поскольку в таком случае средняя скорость равняется мгновенной скорости в любой точке пути.

Изучая движение, нужно учитывать не только скорость, но и направление движения. Именно по этой причине огромное значение имеет понятие вектора скорости. Более подробно векторы описываются в главе 4.

Ускоряемся и замедляемся

Как и в случае со скоростью, вам уже наверняка знакомо понятие ускорения. Ускорение характеризует быстроту изменения скорости. При выезде с подземной парковки порой приходится слышать визг шин — кто-то пытается ускориться, подрезать и обогнать вас на выезде. Вот он проскакивает перед вами буквально в нескольких сантиметрах и резко тормозит прямо перед вами, принуждая вас резко нажать на педаль тормоза. Именно в таких ситуациях очень полезно и важно знать основы физики.

Определяем ускорение

С точки зрения физики ускорение (a) — это изменение скорости (Δv) за единицу времени (Δt):

$$a = \Delta v/\Delta t.$$

Это соотношение можно переписать иначе для известных начальной и конечной скоростей в начальный и конечный моменты времени соответственно:

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0).$$

Ускорение, как и скорость, является векторной величиной и часто обозначается полужирным начертанием: **a**. Иначе говоря, ускорение, как и скорость, характеризуется направлением. Более подробно векторы описываются в главе 4.

Определяем единицу ускорения

Единицу ускорения можно легко определить, если проанализировать определение ускорения, в котором изменение скорости делится на изменение времени:

$$a = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0).$$

Подставляя единицы измерения, получим:

$$a = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0) =$$
$$(\text{расстояние}/\text{время} - \text{расстояние}/\text{время})/(\text{время} - \text{время}) =$$
$$(\text{расстояние}/\text{время})/\text{время} = \text{расстояние}/\text{время}^2.$$

Итак, единица ускорения — это единица расстояния, деленная на единицу времени в квадрате. Иначе говоря, ускорение — это скорость изменения скорости.

Поскольку ускорение — это расстояние, деленное на время в квадрате, то среди единиц измерения можно встретить следующие: километр на секунду в квадрате, метр на секунду в квадрате, сантиметр на секунду в квадрате, миля на секунду в квадрате, фут на секунду в квадрате и т.д.

Шутки ради допустим, что вы едете со скоростью 75 миль в час и в зеркале заднего вида видите проблесковый маячок дорожного патруля. Жмете на тормоза и останавливаетесь спустя 20 секунд. Инспектор дорожного патруля подходит к вам и сообщает: "Вы двигались со скоростью 75 миль в час в зоне, где скорость движения ограничена величиной 30 миль в час". Что можно ответить? Попробуйте поразить воображение инспектора своими познаниями физики.

Быстро подсчитайте величину своего замедления после сигнала инспектора, чтобы поразить его своим исключительным законопослушанием! Достаньте калькулятор и начните вводить в него данные. Преобразуйте величину скорости 75 миль в час в более впечатляющие единицы измерения, например в сантиметры в секунду. Для этого сначала преобразуйте единицу измерения скорости, т.е. выразите ее в милях в секунду:

$$75{,}0 \text{ миль в час}\cdot(1 \text{ час}/60 \text{ минут})\cdot(1 \text{ минута}/60 \text{ секунд}) =$$
$$= 0{,}0208 \text{ миль в секунду} = 2{,}08\cdot10^{-2} \text{ миль в секунду.}$$

Теперь попробуем преобразовать мили в секунду в более впечатляющие для инспектора единицы измерения, например в сантиметры в секунду. Как известно, 1 миля содержит 5280 футов, а 1 фут — 12 дюймов. Тогда пройденное расстояние в дюймах в секунду равно:

$$2{,}08\cdot10^{-2} \text{ миль}\cdot5280 \text{ футов}\cdot12 \text{ дюймов} = 1318 \text{ дюймов.}$$

В главе 2 уже упоминалось, что 1 дюйм равен 2,54 сантиметрам, потому пройденное расстояние в сантиметрах в секунду равно:

$$1318 \text{ дюймов}\cdot(2{,}54 \text{ сантиметра}/1 \text{ дюйм}) = 3{,}4\cdot10^{3} \text{ сантиметра.}$$

Таким образом исходная скорость движения была равна $3{,}4\cdot10^3$ сантиметров в секунду, а конечная — 0 сантиметров в секунду. Это изменение скорости произошло за 20 секунд. Так чему же равняется ускорение? Напомним еще раз формулу ускорения:

$$a = \Delta v/\Delta t.$$

Подставляя числа, получим:

$$a = \Delta v/\Delta t = (3{,}4\cdot10^3 \text{ см/с})/20 \text{ с} = 170 \text{ см/с}^2.$$

Итак, ускорение равно 170 см/с^2. Однако попробуем присмотреться к этому результату более внимательно и вспомнить точное определение ускорения:

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)(t_1 - t_0).$$

Конечная скорость равна 0 см/с, а исходная — $3{,}4\cdot10^3$ см/с, так что подставляя значения в эту формулу, получим:

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)(t_1 - t_0) = (0 \text{ см/с} - 3{,}4\cdot10^3 \text{ см/с})/20 \text{ с} = -170 \text{ см/с}^2.$$

Иначе говоря, мы получили -170 см/с^2, а *не* $+170$ см/с^2, что с точки зрения физики (и законов дорожного движения) имеет большое значение. Если бы ваше ускорение было равно $+170$ см/с^2, то конечная скорость через 20 секунд была бы равна 150 миль в час, а не 0 миль в час. Ни один инспектор дорожного движения не обрадовался бы такому конечному результату.

Теперь вам осталось только очаровательно улыбнуться и сказать инспектору: “Возможно, я ехал несколько быстрее, чем следовало, но я чрезвычайно законопослушный гражданин и, едва услышав вашу сирену, мгновенно затормозил с замедлением -170 см/с^2”. Возможно, инспектор будет настолько впечатлен этим результатом и вашими познаниями физики, что отпустит вас без наказания.

Аналогично скорости, ускорение может принимать разный вид в разных физических задачах. Ускорение может быть положительным, отрицательным, средним, мгновенным, равномерным или неравномерным. В следующих разделах описываются некоторые такие ситуации.

Положительное и отрицательное ускорение

При решении физических задач всегда нужно внимательно следить за знаком используемой величины. Ускорение, как и скорость, может быть отрицательным или положительным. При торможении автомобиля его скорость меняется с положительной до 0, а потому ускорение имеет отрицательный знак.

ПОМНИ! Ускорение, как и скорость, обладает знаком.

Не следует думать, что отрицательное ускорение всегда означает замедление, а положительное ускорение всегда означает ускорение. На рис. 3.4 показан пример ситуации, когда мячик для игры в гольф движется с замедлением из начального положения (схема А на рис. 3.4) в конечное положение (схема Б на рис. 3.4), но с положительным ускорением.

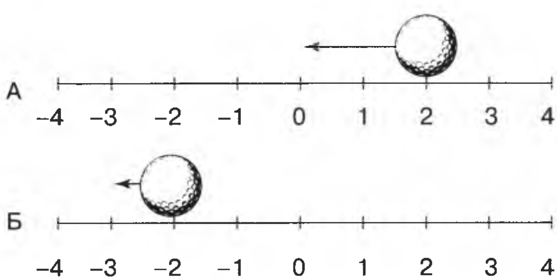


Рис. 3.4. Мячик для игры в гольф движется с замедлением в отрицательном направлении с положительным ускорением

Поскольку отрицательная величина скорости уменьшается, то в целом ускорение мячика имеет *положительную* величину. Иначе говоря, для уменьшения отрицательной скорости нужно сделать положительное приращение скорости, т.е. ускорение при этом будет положительным.

ПОМНИ! Знак ускорения сообщает нам о том, *как* меняется скорость. Положительное ускорение означает, что скорость увеличивается в положительном направлении и уменьшается в отрицательном направлении. И наоборот, отрицательное ускорение означает, что скорость увеличивается в отрицательном направлении и уменьшается в положительном направлении.

Среднее и мгновенное ускорение

Аналогично скорости, ускорение может иметь мгновенное или среднее значение. Среднее ускорение равно отношению изменения скорости к изменению времени. Среднее ускорение обозначается штрихом сверху, $\bar{a}$, и вычисляется аналогично средней скорости, т.е. от конечной скорости отнимается начальная скорость и полученная разность делится на все время (т.е. на разность конечного и начального времени):

$$\bar{a} = \left(v_1 - v_0\right)/\left(t_1 - t_0\right).$$

Это соотношение дает нам среднее ускорение, но фактическое ускорение в произвольный момент времени не всегда равно среднему ускорению. Например, в предыдущем примере после того, как вы заметили сигнал инспектора, вы очень сильно нажимаете педаль тормоза, и автомобиль тормозит с очень большим ускорением. Но перед самой остановкой вы отпускаете педаль тормоза, и ваш автомобиль тормозит с уже меньшим ускорением. Оба эти мгновенные значения отличаются от величины среднего ускорения, вычисленного после деления всего изменения скорости на все время торможения.

Равномерное и неравномерное ускорение

Движение с неравномерным ускорением означает движение с изменением ускорения. Например, при движении в городе часто приходится тормозить перед знаками и сигналами остановки движения, а потом снова разгоняться.

Однако существуют ситуации, когда ускорение остается неизменным во время движения, например ускорение свободного падения под действием силы притяжения Земли. Это ускорение в общем случае равно 9,8 метров в секунду в квадрате, направлено к центру Земли и неизменно.

Связываем ускорение, время и перемещение

Итак, в этой главе вы познакомились с четырьмя параметрами движения: ускорением, скоростью, временем и перемещением. Перемещение и время связаны следующим простым соотношением для скорости:

$$v = \Delta x/\Delta t = (x_1 - x_0)(t_1 - t_0).$$

Аналогично, скорость и время связаны следующим простым соотношением для ускорения:

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)(t_1 - t_0).$$

Однако эти соотношения связывают только по два “уровня” переменных, т.е. скорость с перемещением и временем, а ускорение со скоростью и временем. А как связать три “уровня” переменных, т.е. ускорение со временем и перемещением?

Допустим, что вы участвуете в гонке и после пробного заезда хотели бы знать ускорение, которое способен обеспечить ваш автомобиль по известному пройденному пути 402 метра за 5,5 секунд. Таким образом, получается задача, в которой нужно связать ускорение с перемещением и временем.

Итак, для решения этой задачи нужно вывести уравнение связи ускорения с перемещением и временем.

Работу с уравнениями можно заметно упростить, если использовать алгебраические подстановки, например использовать переменную v вместо разности $v_1 - v_0$ и переменную t вместо разности $t_1 - t_0$. В случае необходимости после получения решения можно сделать обратную подстановку, заменяя переменную v разностью $v_1 - v_0$ и переменную t разностью $t_1 - t_0$.

Не такие уж и далекие связи

Попробуем связать ускорение, перемещение и время, жонглируя разными переменными, пока не получим нужный результат. Перемещение равно средней скорости, умноженной на время:

$$s = \bar{v} \cdot t = \bar{v}t.$$

Итак, у нас есть отправная точка. Какова средняя скорость автомобиля из предыдущего примера? Начальная скорость была равна 0, а конечная — очень большой. Поскольку ускорение было постоянным, то скорость росла линейно от нуля до конечного значения (рис. 3.5).

Рис. 3.5. Характер увеличения скорости при постоянном ускорении

При постоянном ускорении средняя скорость равна половине суммы конечной и начальной скоростей:

$$\bar{v} = \tfrac{1}{2}(v_1 + 0).$$

Конечная скорость равна:

$$v_1 = a \cdot t = at.$$

Тогда средняя скорость равна:

$$\bar{v} = \tfrac{1}{2}(v_1 + 0) = \tfrac{1}{2}v_1 = \tfrac{1}{2}(at).$$

Теперь подставим это выражение для средней скорости в уравнение для перемещения $s = \bar{v}t$ и получим:

$$s = \bar{v}t = \tfrac{1}{2}(at)t = \tfrac{1}{2}at^2.$$

Теперь вместо переменной t можно подставить исходную разность конечного и начального моментов времени и получим:

$$s = \tfrac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2.$$

Ура! Мы вывели одно из наиболее важных соотношений между ускорением, перемещением, временем и скоростью, которые используются в физических задачах.

Выводим более сложные соотношения

А что если движение началось не с нулевой начальной скоростью? Как в таком случае связать ускорение, время и перемещение? Как такое начальное значение скорости, например 100 миль в час, повлияет на величину пройденного расстояния? Поскольку расстояние равно скорости, умноженной на время, то искомое соотношение имеет следующий вид:

$$s = \overline{v}t = \tfrac{1}{2}(v_1 + v_0)t = \tfrac{1}{2}((at + v_0) + v_0)t = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t.$$

Такое выражение не так уж и легко запомнить, если, конечно, вы не обладаете фотографической памятью. Сложно даже запомнить более простую формулу связи между перемещением и временем для движения с постоянным ускорением, с нулевого начального момента и с нулевой начальной скоростью:

$$s = \tfrac{1}{2}at^2.$$

СОВЕТ

Если движение начинается не с нулевой скоростью, то к предыдущему выражению нужно добавить расстояние, которое было бы пройдено за то же время с начальной скоростью. Подобные соображения на основе здравого смысла значительно упрощают решение физических задач. Механическое запоминание формул без понимания их смысла не всегда поможет вам найти ошибку в вычислениях.

Так каким же было ускорение автомобиля в одном из предыдущих примеров? Теперь мы знаем, как связаны перемещение, ускорение и время, и для ответа на этот вопрос нужно применить алгебраические навыки. Итак, мы имеем:

$$s = \tfrac{1}{2}at^2.$$

После деления обеих частей на t^2 и умножения на 2 получим:

$$a = 2s/t^2.$$

Великолепно! Подставляя числа, получим:

$$a = 2s/t^2 = 2(402 \text{ метра})/(5{,}5 \text{ секунды})^2 = 27 \text{ метр/секунда}^2.$$

Итак, получилось, что ускорение автомобиля равно 27 метров в секунду в квадрате. Насколько велико это ускорение? Например, ускорение свободного падения в поле тяготения Земли, g, равно около 9,8 метров в секунду в квадрате, т.е. ускорение автомобиля приблизительно равно 2,7g.

Связываем скорость, ускорение и перемещение

До сих мы достаточно успешно справлялись со всеми предложенными задачами. А что если немножко усложнить их условия? Допустим, что в примере с автомобилем вам известно только ускорение 26,3 метров в секунду в квадрате и конечная скорость 146,3 метров в секунду, а нужно определить пройденное расстояние. Справитесь ли вы с таким заданием? Внимательный читатель уверенно ответит: “Никаких проблем, только дайте мне калькулятор”.

Прежняя задача в новой формулировке кажется более сложной, поскольку в прежних соотношениях всегда присутствовало время. Это значит, что, зная время движения, вы легко сможете решить задачу даже в новой более сложной формулировке. Чтобы определить время движения, достаточно знать ускорение, а также начальную и конечную скорости.

Поскольку:

$$v_1 - v_0 = at,$$

то получим выражение для времени движения:

$$t = (v_1 - v_0)/a = (146{,}3 - 0)/26{,}6 = 5{,}5 \text{ секунды.}$$

Теперь, зная время, можно определить пройденное расстояние по формуле:

$$s = ½at^2 + v_0t.$$

Второй член можно исключить, потому что $v_0 = 0$. Итак, после подстановки чисел получим:

$$s = ½at^2 = ½(26{,}6)(5{,}5)^2 = 402 \text{ метра.}$$

СОВЕТ

Как выглядит формула связи перемещения, ускорения и скорости? Для ее получения нужно найти выражение для времени движения:

$$t = (v_1 - v_0)/a.$$

Поскольку при движении с равномерным ускорением $s = \bar{v}t$, а $\bar{v} = ½(v_1 + v_0)$, то получим:

$$s = ½(v_1 + v_0)t.$$

Подставляя в эту формулу выражение для времени движения, получим:

$$s = ½(v_1 + v_0)t = ½(v_1 + v_0)[(v_1 - v_0)/a].$$

После несложных алгебраических преобразований получим:

$$s = ½(v_1 + v_0)t = ½(v_1 + v_0)[(v_1 - v_0)/a] = (v_1^2 - v_0^2)/2a.$$

Перемещая член $2a$ в другую часть уравнения, получим еще одно важное соотношение, которое связывает скорость, ускорение и перемещение:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as = 2a(x_1 - x_0).$$

Уф, это выражение стоит запомнить!

После решения всех этих задач каждый читатель по праву может считать себя повелителем движения.

Глава 4

Едем по указателям

В этой главе...

- Изучаем сложение и вычитание векторов
- Выражаем векторы через координаты
- Разбиваем векторы на компоненты
- Выражаем перемещение, ускорение и скорость в виде векторов
- Определяем изменение скорости под действием тяготения

Довольно трудно добраться в место назначения — пешком ли, на велосипеде ли, на автомобиле ли, на самолете ли — если вы не знаете *направления* движения. Для успеха путешествия нужно знать не только расстояние, но и направление движения. В главе 3 описывались такие понятия, как перемещение, скорость и ускорение, связанные некоторыми соотношениями, как, например, $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$. С помощью таких соотношений можно получить значения для ускорения, например 27 метров в секунду в квадрате, или для скорости, например 42,7 мили в час. Конечно, полезно знать эти параметры движения, но что можно сказать о направлении движения?

В реальном мире просто необходимо знать направление движения. Именно *векторы* обозначают такое направление. Очень многие люди ошибочно считают векторы очень сложными объектами, но это совсем не так. В этой главе вы узнаете, насколько легко и просто можно обращаться с ними при решении задач.

Осваиваем векторы

В главе 3 мы работали с простыми числами или измерениями, которые в физике называются *величинами*. Например, в результате измерения перемещения на 3 метра получена величина перемещения 3 метра. *Вектор* отличается от величины еще и наличием направления. В повседневной жизни на вопрос о пути понятие "вектор" возникает в виде следующего ответа встречного человека: "Это в 15 милях отсюда". При этом величина вектора равна 15 милям, а направление вектора определяется взмахом руки. Когда вы навешиваете дверь на петли, то порой слышите совет: "Толкните сильнее влево". Вот вам еще один вектор! Когда вы объезжаете препятствие на дороге, вам приходится ускоряться и замедляться в разных направлениях. Вот еще несколько векторов!

СОВЕТ

Векторы встречаются в обыденных ситуациях, например в дорожных указателях, инструкциях по сборке или даже при попытке избежать столкновения со встречным. Поскольку физика стоит за всеми событиями повседневной жизни, то не удивительно, что многие физические концепции, например скорость, ускорение, сила, являются векторами. По этой причине следует поближе познакомиться с векторами, поскольку они присутствуют во всех разделах физики. Вектор — это фундаментальное понятие физики.

Определяем направление: основные свойства векторов

При работе с векторами нужно иметь в виду его направление и величину. Физический параметр без направления, а только с величиной называется *скаляром*. Если к скаляру добавить направление, то получим вектор.

Визуально в физических задачах вектор отображается в виде стрелки. Действительно, стрелка имеет величину (т.е. длину) и направление (т.е. острие). Взгляните на рис. 4.1. Эта стрелка и есть вектор с началом в тупом конце и с окончанием — в заостренном конце.

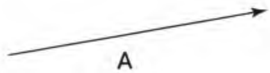


Рис. 4.1. Стрелка-вектор имеет величину и направление

Векторы можно использовать для представления силы, ускорения, скорости и других физических параметров. В физике для обозначения векторов используют полужирное начертание, например **A**. В некоторых книгах векторы обозначают стрелкой над символом, например $\vec{A}$. Стрелка обозначает, что у данного параметра *A*, помимо величины, есть также направление.

Допустим, какой-то умник предложит вам дать пример вектора. Проще простого! Достаточно сказать, что у некого вектора **A** есть некая величина и некоторое направление. Убежден, что это произведет на умника оглушительное впечатление! Например, скажите, что вектор **A** направлен под углом 15° к горизонтали и имеет величину 12 метров в секунду. Итак, любопытный умник получит исчерпывающую информацию о векторе **A**.

На рис. 4.2 показаны два вектора, **A** и **B**. Они очень похожи, поскольку обладают одинаковой длиной и направлением. Фактически оба эти вектора *равны*. Если два вектора равны по величине и направлению, то они считаются равными, т.е. **A** = **B**.

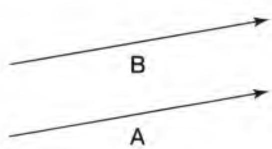


Рис. 4.2. Две стрелки (два вектора) с одинаковой величиной и направлением

Очень скоро читатель станет настоящим экспертом в области векторов. Уже сейчас нам известно, что, когда мы встречаемся с символом **A**, это значит, что данный параметр обладает величиной и направлением, т.е. является вектором, а два вектора считаются равными, если они имеют одинаковую величину и направление. Но это еще далеко не все. Допустим, чтобы найти нужный вам отель, нужно проехать 20 миль к северу, а потом 20 миль на восток. Так насколько далеко и в каком направлении находится этот отель?

Комбинируем направления: сложение векторов

Два вектора можно сложить и получить *результирующий вектор*, который является суммой обоих векторов и определяет расстояние и направление до цели.

Допустим, что прохожий говорит вам, что для достижения пункта назначения вам нужно сначала следовать вектору **A**, а потом вектору **B**. Так где же находится в этом случае ваш пункт назначения? Сначала нужно проехать по пути, указанному вектором **A**, а потом по пути, указанному вектором **B**, как показано на рис. 4.3.

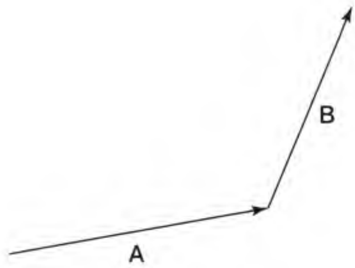


Рис. 4.3. Переходя от конца одного вектора к началу другого вектора, можно постепенно добраться до пункта назначения

Когда вы доберетесь до конца вектора **B**, насколько далеко вы будете находиться от исходной точки? Для ответа на этот вопрос начертим еще один вектор **C** от исходной точки и до конечной точки путешествия, как показано на рис. 4.4.

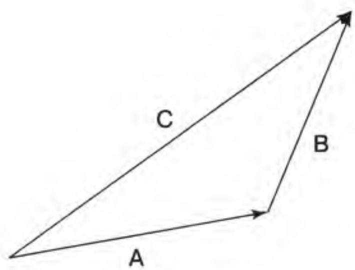


Рис. 4.4. Проведя новый вектор (от исходной точки до конечной точки), можно получить сумму двух векторов

Новый вектор **C** представляет собой результат всего путешествия от начала и до самого конца. Все, что нужно сделать, чтобы получить его, так это начертить оба вектора **A** и **B** и соединить новым результирующим вектором **C**.

ПОМНИ!

Сумма векторов достигается за счет того, что начало одного вектора помещается в конец другого, т.е. суммарный вектор проходит от начала одного до конца другого вектора. Иначе говоря, **C** = **A** + **B**. При этом **C** называется суммой векторов, результатом сложения векторов, или результирующим вектором. Не думайте, что этим ограничиваются возможности комбинирования векторов, ведь векторы можно и вычитать.

Вычисляем разницу расстояний: разность векторов

А что если некто предложит вам векторы **C** и **A**, показанные на рис. 4.4, и попросит найти их разность? Их разностью является вектор **B**, поскольку при сложении векторов **A** и **B** получается вектор **C**. Чтобы объяснить эту мысль, нужно прояснить смысл вычитания вектора **A** из вектора **C**: т.е. смысл операции **C** – **A**.

Для вычитания двух векторов нужно расположить вместе основания векторов (т.е. концы векторов без остриев), а не совмещать основание одного вектора и острие другого вектора, как при сложении векторов. Затем нужно провести результирующий вектор, который является разностью двух векторов, от острия вычитающего вектора (**A**) к острию *вычитаемого* вектора (**C**). На рис. 4.5 показан пример вычитания вектора **A** из вектора **C** (иначе говоря, приведен пример **C** – **A**). Как видите, результат такого вычитания равен вектору **B**, поскольку **C** = **A** + **B**.

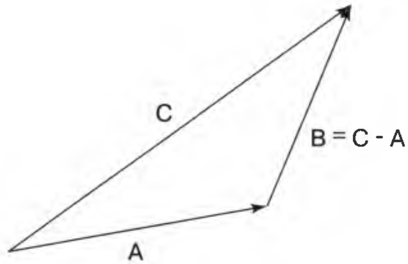


Рис. 4.5. Вычитание двух векторов за счет совмещения оснований двух векторов и проведения результирующего вектора

СОВЕТ

Еще один (и для некоторых более простой) способ вычитания векторов заключается в обращении направления второго вектора (т.е. вектора **A** в разности **C** – **A**) и сложении двух векторов: вектора **C** и обращенного вектора **A** (т.е. совмещении острия обращенного вектора **A** с основанием вектора **C** с последующим проведением результирующего вектора от основания обращенного вектора **A** к острию вектора **C**).

Как видите, сложение и вычитание векторов может происходить с одними и теми же векторами в одной задаче. На самом деле с векторами можно выполнять и некоторые другие математические операции. Изложенный выше материал означает, что с векторами можно оперировать так же, как со скалярами, например **C** = **A** + **B**, **C** – **A** = **B** и т.д. Как видите, векторы очень похожи на числа.

Облекаем векторы в числа

Векторы удобно представлять в виде стрелок, но это не всегда самый точный способ работы с ними. Векторы гораздо точнее можно характеризовать числами. Рассмотрим пример сложения векторов **A** + **B**, показанных на рис. 4.6.

Предположим, что измерения на рис. 4.6 даны в метрах. Это значит, что вектор **A** направлен на 1 метр вверх и на 5 метров вправо, а вектор **B** направлен на 1 метр вправо и на 4 метра вверх. Для получения параметров результирующего вектора **C** нужно сложить горизонтальные измерения обоих векторов и отдельно сложить вертикальные измерения обоих векторов.

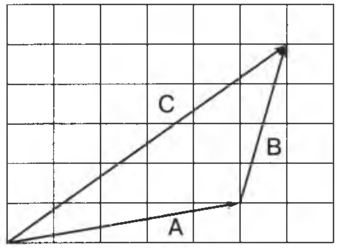


Рис. 4.6. Использование координат векторов для более простого манипулирования ими

Результирующий вектор **C** направлен на 6 метров вправо и на 5 метров вверх. Как видите, для получения вертикального измерения вектора **C** нужно сложить вертикальное измерение вектора **A** и вертикальное измерение вектора **B**. А для получения горизонтального измерения вектора **C** нужно сложить горизонтальное измерение вектора **A** и горизонтальное измерение вектора **B**.

Если процедура сложения векторов все еще очень туманна для вас, то тогда можно использовать другую систему обозначений векторов. Поскольку вектор **A** “простирается” на 5 метров вправо (в положительном направлении оси X) и на 1 метр вверх (в положительном направлении оси Y), то его можно выразить в координатах (x,y), например **A** = (5;1). Аналогично, поскольку вектор **B** “простирается” на 1 метр вверх (в положительном направлении оси X) и на 4 метра вправо (в положительном направлении оси Y), то его можно выразить в координатах (x,y), например **B** = (1;4).

С помощью такой системы обозначений сложение векторов существенно упрощается. Итак, для сложения двух векторов достаточно сложить их координаты по осям X и Y, чтобы получить координаты результирующего вектора по осям X и Y:

$$\mathbf{A}(5;1) + \mathbf{B}(1;4) = \mathbf{C}(6;5).$$

Получается, что весь секрет сложения векторов заключается в разбиении каждого вектора на координаты по осям X и Y с последующим их сложением, чтобы соответственно получить координаты X и Y результирующего вектора? Конечно, работа с этими числами для получения координат X и Y результирующего вектора требует некоторых усилий, но они достаточно просты, чтобы с успехом их выполнить.

Допустим, что нужный вам отель находится на расстоянии 20 миль к северу и на расстоянии 20 миль на восток. Как будет выглядеть вектор, направленный из исходной точки к этому отелю? С помощью координатного представления эта задача решается очень легко. Допустим, что положительное направление оси X направлено на восток, а положительное направление оси Y — на север. На первом этапе нужно проехать 20 миль на север, а на втором этапе — 20 миль на восток. В векторном представлении эта задача формулируется следующим образом (восток [X]; север [Y]):

этап 1: (0; 20);
этап 2: (20; 0).

Чтобы сложить эти два вектора, нужно сложить их координаты по соответствующим осям:

$$(0; 20) + (20; 20)= (20; 20).$$

Результирующий вектор, который указывает на отель, имеет вид (20; 20).

Рассмотрим еще один пример удачного применения такого представления векторов. Допустим, что вы едете на гоночном автомобиле со скоростью 150 миль в час на восток и видите в зеркало заднего вида приближающегося соперника. Нет проблем, нужно лишь удвоить скорость:

$$2\cdot(0;\ 150)=(0;\ 300).$$

Теперь вы уже не едете, а почти “летите” со скоростью 300 миль в час, но в том же направлении. Итак, в этой задаче демонстрируется процедура умножения вектора на скаляр.

Разбиение вектора на компоненты

Формулировки задач по физике с использованием векторов не всегда так просты, как предыдущие примеры с манипуляциями векторов. Рассмотрим первый вектор на рис. 4.1 с координатами (4; 1) и сравним его со следующей типичной формулировкой физической задачи: найти время перемещения шара со скоростью 7 метров в секунду по наклонной плоскости с длиной основания 1 м, расположенной под углом 15°. С помощью дальнейшей информации в этом разделе вы научитесь находить компоненты векторов и легко и просто манипулировать ими.

Ищем компоненты вектора по заданной величине и углу

Чтобы определить координаты вектора, нужно научиться разбивать векторы на части, которые называются *компонентами*. Например для вектора (4; 1) X-компонентой является число 4, а Y-компонентой — число 1.

Часто в физической задаче задается угол и величина вектора, а его компоненты нужно определить. В предыдущем примере известно, что шар катится со скоростью 7 метров в секунду по наклонной плоскости с длиной основания 1 м, расположенной под углом 15°. Для определения времени перемещения шара от одного конца плоскости к другому нам потребуется разобраться только с X-компонентой. То есть, задача сводится к определению времени перемещения на расстояние 1 метр вдоль оси X. Для ответа на этот вопрос нужно определить скорость перемещения шара по оси X.

Итак, нам известно, что шар движется со скоростью 7 метров в секунду под углом 15° к горизонтали (т.е. положительного направления оси X). В данной формулировке скорость является *вектором* **v** с величиной 7 метров в секунду и направлением 15° к горизонтали.

Теперь нам нужно определить *X-компоненту* вектора скорости шара, чтобы определить скорость перемещения шара вдоль основания наклонной плоскости. X-компонента скорости является скаляром (т.е. имеет только значение, а не значение, направление и точку приложения, как вектор) и обозначается как v_x. Аналогично, Y-компонента скорости шара также является скаляром и обозначается как v_y. Итак, вектор скорости можно выразить через его компоненты:

$$v = (v_x; v_y).$$

Именно так выражается разложение вектора на компоненты. Так чему же равны компонента v_x и компонента v_y? Скорость имеет величину v (7 метров в секунду) и направление θ (угол 15° к горизонтали). Также нам известна длина основания наклонной плоскости (1,0 метр). На рис. 4.7 показана схема тригонометрических функций (о, Боже, только не это!), которые описывают направление вектора скорости и помогут нам определить его компоненты. Не стоит волноваться: тригонометрические соотношения не так уж и сложны, если известен угол θ, показанный на рис. 4.7. Величина (или модуль) вектора **v** равна v (иногда если вектор обозначается символом v, то его модуль обозначают символом $\overline{v}$), а его компоненты определяются с помощью рис. 4.7:

$$v_x = v\cos\theta,$$

$$v_y = v\sin\theta.$$

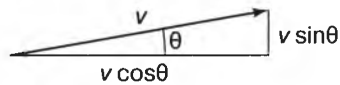


Рис. 4.7. Разбиение векторов на компоненты упрощает выполнение операций сложения и вычитания векторов

Рекомендуется хорошенько запомнить указанные выше выражения для компонент вектора, поскольку нам придется довольно *часто* встречаться с ними в курсе физики.

Теперь можно пойти немного дальше и попробовать связать отдельные стороны треугольника на рис. 4.7. Это можно легко сделать, если вспомнить соотношение для тангенса $\mathrm{tg}\theta = \sin\theta/\cos\theta$ и воспользоваться соотношениями для компонент скорости:

$$v_x = v\cos\theta = v_y/\mathrm{tg}\theta,$$

$$v_y = v\sin\theta = v_x/\mathrm{tg}\theta,$$

$$v = v_y/\sin\theta = v_x/\cos\theta.$$

Зная соотношение $v_x = v\cos\theta$, можно найти величину X-компоненты скорости шара $v_x = v\cos\theta$:

$$v_x = v\cos\theta = v\cos 15°.$$

Подставляя числа, получим

$$v_x = v\cos\theta = v\cos 15° = 7{,}0 \cdot 0{,}96 = 6{,}7 \text{ метров в секунду.}$$

Итак, теперь мы знаем, что горизонтальная скорость шара равна 6,7 метров в секунду. Поскольку длина основания наклонной плоскости равна 1,0 метра, то это расстояние шар преодолеет за время:

1,0 метра/6,7 метров в секунду = 0,15 секунды.

Таким образом, благодаря тому, что мы научились определять компоненту скорости, нам удалось легко найти решение все задачи: шару потребуется 0,15 секунды для перемещения вдоль наклонной плоскости. А чему равна Y-компонента скорости? Это можно очень легко определить, поступая аналогично:

$$v_\text{н} = v\sin\theta = v\sin 15° = 7{,}0 \cdot 0{,}26 = 1{,}8 \text{ метров в секунду.}$$

Находим величину и направление вектора по его компонентам

Иногда требуется определить угол наклона вектора, если известны его компоненты. Например, предположим, что вы ищите отель, расположенный на 20 миль к северу и на 20 миль к востоку. Под каким углом нужно двигаться к нему и насколько далеко он находится? Условия этой задачи можно записать с помощью уже известных нам векторных обозначений (см. предыдущий раздел):

этап 1: (0; 20),

этап 2: (20; 0).

После сложения этих двух векторов получим следующий результат:

(0; 20)+ (20; 20)= (20; 20).

Результирующий вектор, который указывает на отель, имеет вид (20; 20). Это еще один способ указания вектора с помощью его компонент. Итак, вернемся к прежнему вопросу: под каким углом нужно двигаться к отелю и насколько далеко он находится от текущего положения? Иначе говоря, глядя на рис. 4.8, прежний вопрос теперь звучит так: "Чему равны h и θ?"

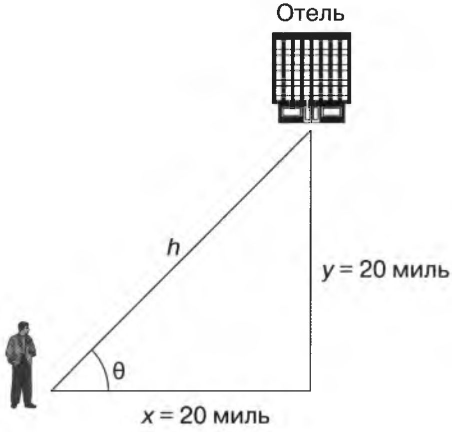


Рис. 4.8. Задача: найти h и θ, зная компоненты вектора

Найти h не так уж и трудно, пользуясь теоремой Пифагора:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28{,}3 \text{ мили}.$$

Итак, отель находится на расстоянии 28,3 мили. А под каким углом θ нужно ехать к нему по прямой? Пользуясь основными тригонометрическими соотношениями, можно записать:

$$x = h\cos\theta,$$
$$y = h\sin\theta.$$

Иначе говоря:

$$x/h = \cos\theta,$$
$$y/h = \sin\theta.$$

Теперь для определения угла нужно использовать функции, обратные синусу и косинусу:

$$\theta = \cos^{-1}(x/h),$$
$$\theta = \sin^{-1}(y/h).$$

(Строго говоря, обратной синусу функцией является функция "арксинус", или $\arcsin(x)$, а обратной косинусу — "арккосинус", или $\arccos(x)$. Обозначения $\sin^{-1}(x)$ и $\cos^{-1}(x)$ часто используются для обозначения функций "арксинус" и "арккосинус", но их не рекомендуется употреблять, чтобы не путать с функциями $1/\sin(x)$ и $1/\cos(x)$. — *Примеч. ред.*)

Как вычислить значения функций, обратных синусу ($\sin^{-1}$) и косинусу ($\cos^{-1}$)? Очень просто, ведь в любом инженерном калькуляторе есть кнопки для таких функций! (Например, в программе Калькулятор операционной системы Windows достаточно ввести число, установить флажок параметра Inv (Обратная) и щелкнуть на кнопке sin (Синус). — *Примеч. ред.*) Достаточно ввести число и нажать соответствующую кнопку, если таковая имеется, например с надписью arcsin (арксинус). В данном случае для угла θ получим следующий результат вычислений:

$$\theta = \arcsin(y/h) = \arcsin(20/28{,}3) = 45°.$$

Итак, отель находится на расстоянии 28,3 мили и под углом 45°. Вот так, легко и просто мы успешно решили еще одну физическую задачу!

Аналогично, можно определить угол θ без необходимости промежуточного вычисления h с помощью других сведений из тригонометрии:

$$y = x\mathrm{tg}\theta,$$
$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}(y/x).$$

(Строго говоря, обратной тангенсу функцией является функция "арктангенс", или $\mathrm{arctg}(x)$. Обозначение $\mathrm{tg}^{-1}(x)$ часто используется для обозначения функции "арктангенс", но его не рекомендуется употреблять, чтобы не путать с функцией $1/\mathrm{tg}(x)$. — *Примеч. ред.*)

Срываем покров с векторов

У нас есть два способа описания векторов для решения физических задач. Первый основан на использовании компонент по осям X и Y, а второй — на величине (модуле) и направлении вектора (угол обычно задается в градусах от 0° до 360°, где угол 0° соответствует направлению вдоль положительного направления оси X). Знание правил взаимного преобразования этих двух способов описания имеет очень большое значение, поскольку для операций с векторами удобно использовать компоненты вектора, а в формулировке физических задач обычно задаются величины и углы векторов.

Вот как выглядит формула преобразования двух способов описания векторов:

$$h = (x, y) = (h\cos\theta, h\sin\theta).$$

ПОМНИ!

В этом уравнении предполагается, что θ — это угол между горизонтальной компонентой и гипотенузой h (т.е. самой длинной стороной прямоугольного треугольника, расположенного напротив прямого угла), как показано на рис. 4.8. Если угол не известен, то его можно вывести, если запомнить, что сумма всех углов треугольника равна 180°, а в прямоугольном треугольнике, если вычесть величину прямого угла 90°, то сумма остальных двух углов равна 90°.

СОВЕТ

Если нам известны компоненты (x,y), то его величину и направление можно определить по следующим формулам:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$\theta = \arcsin(y/h) = \arccos(x/h) = \mathrm{arctg}(y/h).$$

Такого рода преобразования нужно уметь легко выполнять, поскольку они довольно часто встречаются в задачах. На этом месте часто многие приходят в растерянность и не могут освоить дальнейший материал именно потому, что не овладели простыми правилами разложения вектора на компоненты.

Перемещение — тоже вектор

Перемещение s следует обозначать **s**, как вектор с определенной величиной и направлением (для обозначения векторов иногда используют стрелку, которая располагается над именем переменной, например $\vec{s}$). В реальном мире очень важно знать не только величину, но и направление перемещения.

Допустим, что сбылись ваши детские мечты и вы стали звездой бейсбола. Вот вам нужно стремглав бежать к первой базе на расстоянии 90 футов по прямой. Но в каком направлении находится первая база? Допустим, что она находится под углом 45°, как показано на рис. 4.9. Тогда вектор вашего перемещения **s** имеет величину 90 футов и направление 45°. А какими будут компоненты этого вектора? Это очень просто:

$$\mathbf{s} = (s\cos\theta, s\sin\theta) = (63 \text{ фута}; 63 \text{ фута}).$$

Скорость — еще один вектор

Представьте себе, что вы бежите к первой базе с вектором перемещения **s** с величиной 90 футов и направлением 45° по отношению к оси X. Тут стоило бы задаться вопросом: “Позволит мне моя скорость опередить игрока на первой базе?” Хороший вопрос. Достанем калькулятор и подсчитаем скорость, если известно, что для достижения первой базы вам требуется 3 секунды. Для определения скорости нужно поделить величину вектора **s** на это время:

$$\mathbf{s}/3{,}0 \text{ секунды}.$$

Рис. 4.9. Схема пути между базами при игре в бейсбол

В этом выражении вектор перемещения делится на скаляр времени. Результатом такого деления является тоже вектор, а именно вектор скорости:

$\mathbf{s}$/3,0 секунды = 90 футов под углом 45°/3,0 секунды = 30 футов под углом 45° = $\mathbf{v}$.

Итак, ваша скорость равна 30 футам в секунду под углом 45° и эта скорость является вектором $\mathbf{v}$. Деление вектора на скаляр дает вектор другой величины, но такого же направления. В данном примере деление вектора перемещения $\mathbf{s}$ на скаляр времени дает в результате вектор $\mathbf{v}$. Он имеет такую же величину, что и величина перемещения, деленная на величину времени, но теперь вектор $\mathbf{v}$ также имеет определенное направление, которое определяется направлением вектора перемещения $\mathbf{s}$. Итак, в данном примере мы научились манипулировать с векторами, как со скалярами в главе 3, и получать вектор в результате этих манипуляций.

Допустим, что после этих вычислений вы пришли к выводу, что такой скорости недостаточно, чтобы опередить соперника. Ну что ж, нужно срочно изменить направление!

Ускорение — еще один вектор

Что произойдет, если в процессе движения внезапно изменить направление? Вы сразу же почувствуете изменение скорости, а значит, ощутите ускорение. Как и скорость, ускорение $\mathbf{a}$ является вектором.

Предположим, что в предыдущем примере нужно изменить скорость Y-компоненты скорости до величины 25 футов в секунду, чтобы избежать встречи с соперником, причем вам известно, что вы способны отклониться от курса на 90° с ускорением 60 футов в секунду в квадрате (в отчаянной попытке увильнуть от соперника). Достаточно ли этого ускорения для изменения скорости за ту долю секунды, которая отделяет вас от встречи с соперником?

Разница конечного t_1 и начального t_0 момента времени равняется изменению времени Δt. Теперь изменение скорости легко найти по следующей формуле:

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta t.$$

Теперь попробуем вычислить изменение скорости от исходной скорости на основе данных на рис. 4.10.

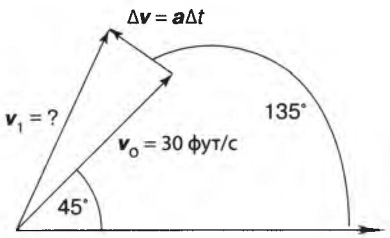


Рис. 4.10. Для вычисления изменения скорости можно использовать известное ускорение и изменение времени

Для поиска конечного значения скорости $\mathbf{v}_1$ нужно выполнить операцию сложения векторов. Это значит, что нужно разложить на компоненты вектор исходной скорости $\mathbf{v}_0$ и вектор изменения скорости Δv. Вот как выглядят компоненты исходной скорости $\mathbf{v}_0$:

$$\mathbf{v}_0 = (\mathbf{v}_0\cos\theta, \mathbf{v}_0\sin\theta) =$$
$$= (30\ \text{футов в секунду}\cdot\cos45°;\ 30\ \text{футов в секунду}\cdot\sin45°) =$$
$$= (21{,}2\ \text{фута в секунду};\ 21{,}2\ \text{фута в секунду}).$$

Полпути пройдено. Итак, чему равно изменение скорости $\Delta\mathbf{v}$? Известно, что $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta\mathbf{t}$, а $\mathbf{a}$ = 60 футов в секунду^2 под углом 90° к прежнему направлению движения, как показано на рис. 4.10. Итак, подсчитаем величину изменения скорости $\Delta\mathbf{v}$ по формуле $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta\mathbf{t}$:

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta\mathbf{t} = (60\ \text{футов в секунду}^2)(0{,}1\ \text{секунды}) = 6\ \text{футов в секунду}.$$

Но что можно сказать о направлении $\Delta\mathbf{v}$? Если взглянуть на рис. 4.10, то можно увидеть, что изменение скорости $\Delta\mathbf{v}$ направлено под углом 90° к текущему направлению движения, которое ориентировано под углом 45° к положительному направлению оси X. Следовательно, изменение скорости $\Delta\mathbf{v}$ направлено под углом 135° к положительному направлению оси X. Теперь можно получить выражение для компонент вектора изменения скорости $\Delta\mathbf{v}$:

$$\Delta\mathbf{v} = 6\ \text{футов в секунду} =$$
$$= (\Delta\mathbf{v}\cos135°;\ \Delta\mathbf{v}\sin135°) = (-4{,}2;\ 4{,}2)\ \text{фута в секунду}.$$

Теперь остается только выполнить сложение векторов для поиска конечной скорости:

$$\mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 = (21{,}2\ \text{фута в секунду};\ 21{,}2\ \text{фута в секунду}) +$$
$$+ (-4{,}2\ \text{фута в секунду};\ 4{,}2\ \text{фута в секунду}) =$$
$$= (17{,}0\ \text{фута в секунлу};\ 25{,}4\ \text{фута в секунду}).$$

Итак, получен результат $\mathbf{v}_1$ = (17,0 фута в секунду; 25,4 фута в секунду). Y-компонента конечной скорости больше необходимой величины, которая равна 25,0 фута в секунду. После завершения этих вычислений можно спрятать калькулятор и смело выполнить запланированный вираж. Представьте себе, что к изумлению окружающих вам удалось уклониться от соперника и успешно достигнуть места назначения — первой базы (какой крутой поворот вам пришлось для этого выполнить!). Болельщики изумлены и приветствуют вас, а вы, небрежно касаясь кепки кончиками пальцев, отдаете им честь, зная, что все это стало возможным благодаря превосходному знанию физики. После затишья вы украдкой бросаете взгляд на вторую базу: а не закрепить ли успех и попробовать добежать до второй базы? Для этого снова придется достать калькулятор и определить компоненты векторов.

Именно так нужно работать с векторами разных физических параметров: перемещения, скорости и ускорения. Теперь, обладая такими знаниями, можно перевести скалярные уравнения из главы 3 в векторную форму, например, вот так:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}_0(t_1 - t_0) + ½\mathbf{a}(t_1 - t_0)^2.$$

ПОМНИ!

Обратите внимание, что полный вектор перемещения — это комбинация перемещения с начальной скоростью и перемещения с постоянным ускорением.

Упражнение со скоростью: скользим по радуге

Хотя сила гравитации подробно описывается в главе 6, но здесь мы рассмотрим результат действия этой силы на небольшом примере с векторами в двух измерениях. Представьте себе, что мячик для игры в гольф движется по горизонтальной вершине скалы со скоростью 1,0 м/с и вскоре сорвется с края скалы на высоте 5 метров от поверхности Земли, как показано на рис. 4.11. Насколько далеко улетит мячик и с какой скоростью он столкнется с поверхностью Земли? В этой задаче прежде всего нужно определить время движения мячика.

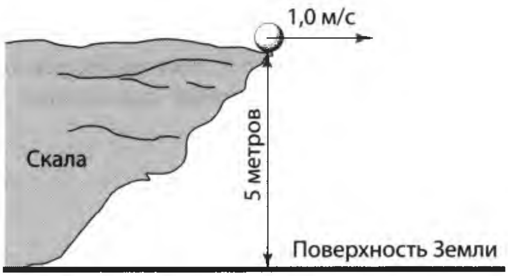


Рис. 4.11. Схема движения мячика по вершине скалы

Приступим к сбору фактов. Нам известно, что компоненты скорости мячика равны (1; 0), и он находится на высоте 5 метров от поверхности Земли. В процессе падения под действием силы тяготения Земли он движется с постоянным ускорением, g, величина которого равна около 9,8 м/с^2.

Итак, как определить, насколько далеко он упадет от края скалы? Один из способов решения этой задачи основан на определении времени движения мячика до столкновения с поверхностью Земли. Поскольку мячик ускоряется только в направлении оси Y (т.е. вертикально вниз), а его компонента скорости по оси X, v_x, не меняется, то пройденное по горизонтали расстояние до столкновения будет равно $v_x t$, где t — время движения мячика до столкновения. Сила тяготения ускоряет мячик по вертикали, а значит, перемещение по вертикали (т.е. вдоль оси Y) равно:

$$s_y = ½a_y t^2.$$

В данном случае перемещение по вертикали s_y = 5 метров, а ускорение $a_y = g$ = 9,8 м/с^2. Поэтому предыдущее уравнение принимает вид:

$$5{,}0 \text{ метров} = ½gt^2.$$

Это значит, что время движения мячика до столкновения равно:

$$t = \sqrt{\frac{2(5{,}0)}{9{,}8}} \text{ секунды} = 1{,}0 \text{ секунды}.$$

Итак, мы вычислили, что мячик будет находиться в полете 1,0 секунды. Отлично, явный прогресс! Поскольку компонента скорости мячика по оси X не изменялась в течение этого времени, то можно легко вычислить расстояние, которое пролетит мячик по горизонтали (т.е. вдоль оси X) за это время:

$$s_x = v_x t.$$

Подставляем числа и получаем:

$$s_x = (1{,}0)(1{,}0) = 1{,}0 \text{ метра.}$$

Итак, мячик столкнется с поверхностью Земли на расстоянии 1,0 метра по горизонтали.

Теперь можно приступать ко второму вопросу задачи: попробуем определить скорость мячика в момент столкновения с поверхностью Земли. Частично ответ на этот вопрос мы уже знаем, поскольку компонента скорости мячика по оси X не изменялась. Однако по вертикали сила тяготения ускорила мячик по вертикали (т.е. вдоль оси Y), а потому компоненты конечной скорости имеют следующий вид: (1,0; ?). Итак, нам нужно определить величину компоненты скорости мячика по оси Y, обозначенной вопросительным знаком. Воспользуемся следующим соотношением для компоненты скорости по вертикали:

$$v_{y1} - v_{y0} = a_y t.$$

В данном случае начальная скорость $v_{y0} = 0$, постоянное ускорение $a_y = g$ и нужно определить только конечную скорость v_{y1}. Поэтому предыдущее уравнение приобретает следующий вид:

$$v_{y1} = gt.$$

Подставляем числа и получаем:

$$v_{y1} = gt = (9{,}8)(1{,}0) = 9{,}8 \text{ м/с.}$$

Ускорение свободного падения, g, также является вектором **g**. Он направлен к центру Земли, т.е. в отрицательном направлении оси Y, а на поверхности Земли его величина равна около –9,8 м/с^2.

Отрицательный знак здесь обозначает направление вниз вектора **g**, т.е. в отрицательном направлении оси Y. Итак, подставляем обновленное значение ускорения и получаем:

$$v_{y1} = gt = (-9{,}8)(1{,}0) = -9{,}8 \text{ м/с.}$$

Итак, компоненты конечной скорости мячика равны (1,0; –9,8) м/с. Чтобы найти величину вектора скорости (а не его отдельных компонент) в момент столкновения с поверхностью Земли, выполним следующие вычисления:

$$v_1 = \sqrt{(-9{,}8)^2 + (1{,}0)^2} = 9{,}9 \text{ м/с.}$$

Триумфальный финал! Мячик пролетит 1,0 метра по горизонтали и столкнется с поверхностью Земли со скоростью 9,9 м/с. Совсем неплохо для начала.

Часть II

Да пребудут с нами силы физики

The 5th Wave

Рич Теннант

В этой части...

Эта часть содержит описание нескольких фундаментальных законов физики, как, например, "всякому действию всегда есть равное ему противодействие". Именно при описании сил природы проявился во всем своем великолепии талант Исаака Ньютона. Его законы и уравнения позволяют предсказать, что произойдет, если применить силу к объекту. Масса, ускорение, трение — все эти понятия связаны с понятием силы.

Глава 5

Толкаем, чтобы привести в действие: сила

В этой главе...

- Прилагаем силу
- Открываем три закона Ньютона
- Используем векторы силы для законов Ньютона

В этой главе описываются знаменитые три закона Ньютона. Вероятно, вам уже приходилось встречаться с разными формулировками этих законов, например "всякому действию всегда есть равное ему противодействие". Эта формулировка не совсем верна, поскольку "всякой *силе* всегда есть равная ей противоположная *сила*". В этой главе будут прояснены различия между этими формулировками. Законы Ньютона в данной главе используются для фокусировки вашего внимания на силах и их влиянии на окружающий нас мир.

Форсируем тему

В окружающем нас мире нельзя избежать встречи с силами: силы используются для открытия двери, нажатия клавиш клавиатуры, управления автомобилем, подъема по ступенькам лестницы к Статуе Свободы, вытаскивания кошелька из кармана, разговора и даже для дыхания. Силы незримо присутствует всюду: во время пешеходной прогулки, катании на коньках, пережевывании хот-дога, открывании бутылки или моргании ресниц вашей ненаглядной спутницы. Сила неразрывно связана с движением объектов, а физика помогает понять, как эта связь работает.

Сила — это на самом деле довольно *забавная* тема. Как и другие физические темы, она кажется сложной только до настоящего знакомства с ней. Как наши старые "друзья", перемещение, скорость и ускорение (см. главы 3 и 4), сила является вектором, т.е. имеет величину и направление.

Технические подробности

Сэр Исаак Ньютон первым включил силу, массу и ускорение в одно уравнение в XVII веке. (Помните исторический анекдот с падением яблока на его голову, в результате чего он якобы придумал, как математически описать силу тяготения. Подробнее об этом рассказывается в главе 6, где Ньютон также является одним из основных действующих лиц.)

Законы Ньютона и скорость света

Законы Ньютона были пересмотрены Альбертом Эйнштейном в его теории относительности. В ней было показано, что законы Ньютона не выполняются для движения со скоростью, близкой к скорости света. Основная идея теории относительности заключается в том, что скорость света является наибольшей возможной скоростью. Это значит, что любое взаимодействие может происходить только с этой или меньшей скоростью. Следовательно, при приближении к этой скорости нужно учитывать изменяющийся характер взаимодействия. Например, измерение длины ракеты, движущейся со скоростью света, будет отличаться от измерения длины неподвижной ракеты. Как будет показано в главе 21, теория относительности Эйнштейна в значительной степени изменила представленный Ньютоном взгляд на мир и его законы.

Как часто происходит со многими физическими открытиями, Ньютон сначала внимательно наблюдал за поведением объектов, мысленно моделировал его, а затем выразил в математической форме. Зная основные сведения о векторах (которые изложены в главе 4), эта математика не вызовет у вас никаких трудностей.

ПОМНИ!

Ньютон описал свою модель с помощью трех утверждений, которые теперь называются законами Ньютона. Однако нужно помнить, что на самом деле это не окончательные “законы природы”, ведь физики могут создавать лишь модели природы, которые часто впоследствии пересматриваются и уточняются.

Первый закон Ньютона

Барабанную дробь, пожалуйста! Законы Ньютона описывают силы и движение, а его первый закон гласит: “Объект находится в состоянии равновесия или прямолинейном движении с постоянной скоростью, если не подвергается внешнему воздействию”. Нужен перевод? Если вы не прилагаете силу к объекту в покое или “постоянном” движении, то он останется в покое или таком же движении по прямой. Причем вечно!

Например, при игре в хоккей шайба после удара движется к воротам по прямой, скользя по льду почти без трения. В случае удачи соперник не сможет зацепить шайбу своей клюшкой, т.е. не сможет изменить “постоянное” движение шайбы по прямой (и воспрепятствовать голу).

ПОМНИ!

В повседневной жизни объекты не движутся так беспрепятственно, как в случае с шайбой на льду. Большинство окружающих нас объектов испытывает силу трения. Например, при скольжении кофейной чашки по гладкому столу она постепенно замедляет свое скольжение и останавливается (иногда с проливанием кофе не стоит чересчур упражняться, ибо вы рискуете испачкаться или ошпариться горячим кофе). Это совсем не значит, что первый закон Ньютона неверен. Наоборот, именно сила трения принуждает чашку изменить свое движение и остановиться.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОДРОБНОСТИ

Выражение “если не прилагать никакого действия к постоянно движущемуся объекту, он будет двигаться вечно” выглядит так же ужасно, как идея “вечного двигателя”. Однако полностью избавиться от внешнего воздействия сил невозможно, даже если объект находится в межзвездном пространстве. Даже на объекты в самых далеких уголках космоса оказывает воздействие (пусть даже очень слабое) масса других объектов Вселенной. А это значит, что на любое движение всегда оказывается внешнее воздействие, потому вечное постоянное движение в принципе невозможно.

Первый закон Ньютона утверждает лишь то, что единственным способом изменения движения является приложение внешней силы. Иначе говоря, сила является причиной движения. Кроме того, он гласит, что движущийся объект стремится оставаться в движении, что приводит к идее инерции.

Поддерживаем движение: инерция и масса

Инерция — это естественная тенденция объекта оставаться в покое или в движении с постоянной скоростью вдоль прямой линии. Инерция вызвана массой, а масса объекта является мерой инерции. Чтобы привести объект в движение, т.е. изменить его текущее состояние движения, необходимо приложить силу для преодоления инерции.

Представьте себе причал с маленькой шлюпкой и большим танкером с нефтью. Если попробовать толкнуть их ногой, то поведение этих судов будет разным. Шлюпка заскользит по водной глади, а танкер едва "вздрогнет" (да и для этого потребуется невероятно сильный толчок!). Дело в том, что они обладают совершенно разной массой и потому разной инерцией. В ответ на одинаковую силу объект с малой массой (и малой инерцией) ускорится в большей мере, чем объект с малой массой и большей инерцией.

Инерция, т.е. тенденция массы сохранять неизменность текущего состояния движения, иногда может представлять проблему. Например, в рефрижераторе тяжелые туши мороженного мяса подвешены к потолку кузова. Если рефрижератор войдет в крутой поворот на большой скорости, то туши по инерции начнут раскачиваться, как маятники, и их трудно будет остановить. Часто неопытные водители не учитывают инерцию туш мяса, и это приводит к печальным последствиям, например к опрокидыванию машины.

Поскольку масса обладает инерцией, то она сопротивляется изменению движения. Именно поэтому нам приходится прилагать силу для ускорения своего движения. Масса связывает силу и ускорение.

Измеряем массу

В разных системах измерения физических величин для указания массы (а значит, и инерции) используются разные единицы. В системе СГС используется грамм, а в системе СИ — килограмм, который содержит 1000 грамм.

А какая единица используется в Английской системе мер на основе фута-фунта-дюйма? Наберитесь мужества: в ней используется единица "слаг", которая эквивалентна 14,5939 килограмма.

Учтите, что масса не равна весу. Масса — это мера инерции, а вес — это сила, которую оказывает сила притяжения Земли, измеренная на ее поверхности. Например, в Английской системе мер на основе фута-фунта-дюйма слаг имеет вес около 32 фунтов.

Леди и джентльмены, встречайте второй закон Ньютона!

Первый закон Ньютона очень и очень серьезен, но не выражается в математической формулировке, которая так необходима физикам. Потому Ньютон предложил свой второй закон: "если результирующая сила $\sum F$ действует на объект массы m, то ускорение a объекта можно вычислить по формуле $\sum F = ma$". В "переводе" это значит: сила равна массе, умноженной на ускорение. Символ $\sum$ означает суммирование, а значит, точнее говоря, закон гласит: суммарная, или *результирующая,* сила равна массе, умноженной на ускорение. (С точки зрения физики процесса, а не формальной математики, ускорение является следствием действия силы, а не наоборот. Потому логичнее было бы сформулировать второй закон Ньютона так: $a = \sum F/m$, т.е. ускорение объекта прямо пропорционально результирующей силе на него и обратно пропорционально массе.)

Согласно первому закону Ньютона, движущееся тело остается в прямолинейном движении с постоянной скоростью, если на него не действует сила. Получается, что на самом деле он является частным случаем второго закона Ньютона, когда $\sum F=0$. Ведь в таком случае ускорение равняется нулю, о чем говорится в первом законе Ньютона. Взгляните на хоккейную шайбу на рис. 5.1: шайба ускоряется, пока на нее действует сила.

Рис. 5.1. Ускорение хоккейной шайбы под действием силы

Попробуйте применить уже полученные знания физики в этом примере. Действительно, если даже на долю секунды с помощью клюшки применить силу к шайбе, то она ускорится и, несомненно, попадет в сетку! В данном примере сила применена к клюшке с определенной массой, которая ускорилась и придала это ускорение шайбе.

Чему равно это ускорение? Эта величина зависит не только от единиц измерения массы, но и от единиц измерения силы.

Выбираем единицы измерения силы

Итак, в каких единицах выражается сила? Поскольку $\sum F=ma$, то, например, в системе СИ сила выражается следующим образом:

$$\text{килограмм}\cdot\text{метр}/\text{секунда}^2.$$

Поскольку большинство людей считают эту единицу чересчур сложной, то в системе СИ используется специальная единица — *ньютон* (угадайте, в честь кого?). Сокращенно "ньютон" записывается как Н. В системе СГС сила выражается следующим образом:

$$\text{грамм}\cdot\text{сантиметр}/\text{секунда}^2.$$

Это тоже довольно неуклюжая единица, и в системе СГС для силы предложено использовать особую единицу — *дина*, причем 1 ньютон равен 10^5 динам.

Еще проще выражается единица сила в Английской системе мер на основе фута-фунта-дюйма-секунды — *фунт*, который выражается следующим образом:

$$\text{слаг}\cdot\text{фут}/\text{секунда}^2$$

и равен 4,48 ньютонам.

Вычисляем результирующую силу

В большинстве учебников вместо полной записи $\sum F=ma$ используется сокращенная — $F=ma$, где под F подразумевается результирующая сила. Объект реагирует именно на результирующую силу, которая является суммой всех сил-векторов. Например, на рис. 5.2 показан мяч для игры в гольф и действующие на него силы. Как и в каком направлении будет двигаться мяч?

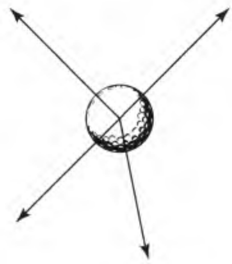


Рис. 5.2. Мяч и действующие на него силы-векторы

Поскольку во втором законе Ньютона говорится о результирующей силе, то задача упрощается. Все, что нужно сделать, так это сложить все силы-векторы для получения результирующей силы-вектора, как показано на рис. 5.3. Далее, для определения характера движения мяча нужно применить формулу $\sum F=ma$.

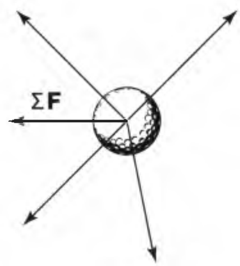


Рис. 5.3. Результирующая сила-вектор учитывает все силы-векторы, действующие на мяч

Вычисляем перемещение по известному времени, массе и действующим силам

Допустим, что во время игры в мяч вы заинтересовались силами, действующими на мяч. Вот в одной из игровых ситуаций три игрока одновременно пытаются завладеть мячом и действуют на него тремя силами, как показано на рис. 5.4.

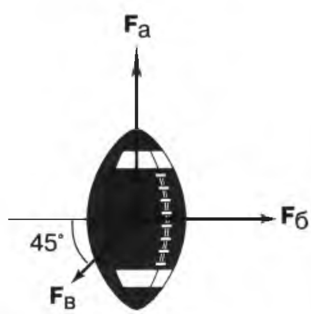


Рис. 5.4. Диаграмма всех сил, одновременно действующих на мяч

Схема на рис. 5.4 в физике называется диаграммой сил, действующих на тело. С ее помощью можно определить компоненты сил и результирующую силу.

Допустим, что с риском для жизни во имя науки вам удалось определить величины сил игроков:

$$F_{\text{а}} = 150\ \text{Н},$$

$$F_{\text{б}} = 125\ \text{Н},$$

$$F_{\text{в}} = 165\ \text{Н}.$$

Допустим, что масса мяча точно равна 1,0 кг. Вопрос звучит так: где будет мяч через 1 секунду? Вот те этапы, которые нужно пройти, чтобы вычислить перемещение мяча по известному времени движения и ускорению (которое еще нужно определить по известной массе и действующим силам), т.е. дать окончательный ответ на этот вопрос.

1. Найти результирующую силу $\sum F$ с помощью операции сложения векторов (подробное описание этой операции приводится в главе 4), складывая все силы, действующие на объект.
2. Определить вектор ускорения по формуле $\sum F = ma$.
3. Вычислить пройденное расстояние за заданное время по формуле $\mathbf{s} = \mathbf{v}_0(t_1 - t_0) + ½\mathbf{a}(t_1 - t_0)^2$ (см. главу 3, где подробно описывается эта формула).

Пора подставлять числа и доставать калькулятор. Итак, для связи силы, массы и ускорения нужно, прежде всего, определить результирующую силу. Для этого нужно разложить на компоненты все векторы-силы на рис. 5.4, а потом сложить компоненты, чтобы получить компоненты вектора результирующей силы (более подробно операция разбиения вектора на компоненты приводится в главе 4).

Компоненты векторов $\mathbf{F}_{\text{а}}$ и $\mathbf{F}_{\text{б}}$ можно определить очень легко, поскольку вектор $\mathbf{F}_{\text{а}}$ ориентирован вдоль положительного направления оси Y, а вектор $\mathbf{F}_{\text{б}}$ — вдоль положительного направления оси X. Это значит, что компоненты этих векторов выражаются следующим образом:

$$\mathbf{F}_{\text{а}} = (0;\ 150\ \text{Н}),$$

$$\mathbf{F}_{\text{б}} = (125\ \text{Н};\ 0).$$

Компоненты вектора $\mathbf{F}_{\text{в}}$ определяются немного сложнее, поскольку нам все придется их вычислить:

$$\mathbf{F}_{\text{в}} = (F_{\text{в}x};\ F_{\text{в}y}).$$

Вектор $\mathbf{F}_{\text{в}}$ направлен под углом 45° по отношению к отрицательному направлению оси X, как показано на рис. 5.4, и под углом $\theta = 180° + 45° = 225°$ к положительному направлению оси X. Тогда компоненты вектора $\mathbf{F}_{\text{в}}$ определяются следующим образом:

$$\mathbf{F}_{\text{в}} = (F_{\text{в}x};\ F_{\text{в}y}) = (F_{\text{в}}\cos\theta;\ F_{\text{в}}\sin\theta).$$

После подстановки чисел получим:

$$\mathbf{F}_{\text{в}} = (F_{\text{в}x};\ F_{\text{в}y}) = (F_{\text{в}}\cos\theta;\ F_{\text{в}}\sin\theta) = (165\ \text{Н}\cdot\cos 225°;\ 165\ \text{Н}\cdot\sin 225°) =$$
$$= (-117\ \text{Н};\ -117\ \text{Н}).$$

Обратите внимание на знак "минус" — оба компонента вектора $\mathbf{F}_в$ отрицательные. Полученный результат всегда можно быстро проверить на непротиворечивость. Вектор $\mathbf{F}_в$ направлен вниз и вправо, т.е. вдоль отрицательных направлений оси X и Y. Это значит, что оба компонента $F_{вx}$ и $F_{вy}$ должны быть отрицательными. Мне доводилось видеть людей, которые не могли правильно определить знак компонентов вектора, поскольку они не умели выполнять такую простую проверку непротиворечивости.

Всегда сравнивайте знаки компонентов векторов с фактическим направлением вдоль осей. Такая простая и быстрая проверка позволяет избежать многих потенциальных проблем.

Теперь нам известно, что:

$$\mathbf{F}_а = (0;\ 150\ \text{Н}),$$

$$\mathbf{F}_б = (125\ \text{Н};\ 0),$$

$$\mathbf{F}_в = (-117\ \text{Н};\ -117\ \text{Н}).$$

И можно приступать к сложению векторов:

$$\begin{array}{l} \mathbf{F}_а = (0; 150\ \text{Н}) \\ +\mathbf{F}_б = (125\ \text{Н}; 0) \\ \underline{+\mathbf{F}_в = (-117\ \text{Н}; -117\ \text{Н})} \\ \sum\mathbf{F} = (8\ \text{Н};\ 33\ \text{Н}). \end{array}$$

Итак, мы вычислили результирующую силу $\sum\mathbf{F}$, которая равна (8 Н; 33 Н). Мы тем самым также определили направление движения мяча. На следующем этапе нужно определить ускорение на основании второго закона Ньютона:

$$\sum\mathbf{F} = (8\ \text{Н};\ 33\ \text{Н}) = m\mathbf{a}.$$

Это означает, что:

$$\sum\mathbf{F}/m = (8\ \text{Н};\ 33\ \text{Н})/m = \mathbf{a}.$$

Поскольку масса мяча равна 1 кг, то, подставляя это значение в предыдущую формулу, получим:

$$\sum\mathbf{F}/m = (8\ \text{Н};\ 33\ \text{Н})/1{,}0\ \text{кг} = (8\ \text{м/с}^2;\ 33\ \text{м/с}^2) = \mathbf{a}.$$

Неплохой прогресс: теперь вы знаете ускорение мяча. Теперь, чтобы узнать расстояние **s**, которое преодолеет мяч за 1 секунду, нужно использовать приведенную ниже формулу (из главы 3):

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}_0(t_1 - t_0) + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}(t_1 - t_0)^2.$$

После подстановки чисел получим:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}_0(t_1 - t_0) + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}(t_1 - t_0)^2 = \tfrac{1}{2}(8\ \text{м/с}^2;\ 33\ \text{м/с}^2)(1{,}0\ \text{с})^2 = (8\ \text{м};\ 33\ \text{м}).$$

Ну что ж, совсем неплохо. После 1 секунды движения мяч продвинется на 8 метров вдоль положительного направления оси X и на 33 метра вдоль положительного направления оси Y. Достаньте секундомер, засеките промежуток времени длительностью 1 с и убедитесь, что мяч продвинулся на 8 метров вдоль горизонтальной линии и на 33 метра вдоль вертикальной линии. Вот вам еще один успешный физический эксперимент.

Вычисляем результирующую силу по известному времени и скорости

В предыдущем разделе перемещение объекта было вычислено по известному времени движения с постоянным ускорением. А как поступить, если нужно решить обратную задачу: как определить результирующую силу по известному времени и достигнутой скорости? Допустим, что нужно ускорить автомобиль от 0 до 60 миль в час за 10 секунд. Какую силу нужно приложить для этого? Сначала нужно преобразовать единицы измерения для более удобной работы со значениями скоростей, т.е. мили в час преобразовать в футы в секунды.

$$(60 \text{ миль в час})(1 \text{ час}/60 \text{ минут})(1 \text{ минута}/60 \text{ секунд}) =$$
$$= 1{,}67\cdot10^{-2} \text{ миль в секунду.}$$

Обратите внимание на то, что часы и минуты в итоге сократились, а остались только мили и секунды. Теперь нужно выразить результат в футах в секунду:

$$(1{,}67\cdot10^{-2} \text{ миль в секунду})\cdot(5280 \text{ футов в миле}) = 88{,}2 \text{ футов в секунду.}$$

Итак, за 10 секунд автомобиль разгонится до скорости около 88 футов в секунду. Если автомобиль весит около 2000 фунтов, то какая сила потребуется для такого ускорения? Сначала найдем величину самого ускорения на основе приведенной ниже формулы (более подробно она описывается в главе 3):

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0).$$

Подставляя числа, получим:

$$a = \Delta v/\Delta t = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0) = 88 \text{ футов в секунду}/10 \text{ секунд} =$$
$$= 8{,}8 \text{ футов в секунду}^2.$$

Итак, искомое ускорение равно 8,8 футов в секунду ^{2}. Согласно второму закону Ньютона:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

Нам известно, что вес автомобиля равен 2000 фунтам. Чему равна масса автомобиля в другой системе единиц измерения, а именно в системе на основе фута-фунта-дюйма-секунды или в слагах? В этой системе единиц измерения нужно поделить вес на ускорение свободного падения под действием гравитации, т.е. 32,17 фута в секунду ^{2} (эта величина получена после преобразования уже известной нам величины 9,8 метра в секунду ^{2}):

$$2000 \text{ фунтов}/32{,}17 \text{ фута в секунду}^2 = 62{,}17 \text{ слага.}$$

Теперь у нас есть все, что нужно для вычисления силы. Какая сила потребуется, чтобы автомобиль весом 62,17 слага двигался с ускорением 8,8 фута в секунду^2. Нам нужно просто перемножить эти численные значения:

$$\sum F = ma = (62{,}17 \text{ слага})\cdot(8{,}8 \text{ футов в секунду}^2) = 547 \text{ фунтов.}$$

Итак, после округления до 2 значащих цифр получим, что для ускорения автомобиля до скорости 60 миль в час за 10 секунд потребуется сила 550 фунтов.

Учтите, что в данной задаче игнорируются такие особенности, как трение и наклон дороги. Более подробно эти вопросы рассматриваются в главе 6. Даже при движении по плоской поверхности без наклона трение может играть очень большую роль, и для ускорения автомобиля с учетом трения часто требуется приложить силу на 30% больше, чем 550 фунтов.

Торжественный финал: третий закон Ньютона

Этот закон движения особенно популярен среди борцов и инструкторов вождения автомобилей. Он гласит: сила действия одного объекта на другой равна по величине силе противодействия другого объекта, направленной в противоположную сторону.

Наиболее популярной формулировкой этого закона является следующая: "для любого действия всегда найдется равное ему и противоположное действие". Однако физики предпочитают вместо неконкретного термина "действие" использовать более точный термин "сила". Дело в том, что под действием часто подразумеваются совершенно разные явления, например характер голосования на избирательном участке или изменение температуры.

Допустим, что вы едете в автомобиле и для движения шина автомобиля должна прилагать силу к дороге (т.е. отталкиваться от нее), ибо иначе автомобиль не сможет двигаться. В таком случае дорога оказывает такую же силу на шину автомобиля, как показано на рис. 5.5.

Рис. 5.5. Сила $F_{автомобиль}$, прилагаемая к дороге со стороны шины автомобиля, и сила противодействия дороги $F_{дорога}$

Если бы силы действия автомобиля была больше силы противодействия, то шина проскальзывала бы по дороге, как при движении по льду.

У внимательного читателя может возникнуть вопрос: а почему дорога не движется в обратную сторону? На самом деле, верьте или нет, но третий закон Ньютона действует и дорога движется в обратную сторону. Действительно, шина автомобиля прилагает силу к поверхности дороги и приводит в движение Землю. Однако, учитывая, что масса Земли в $6 \cdot 10^{21}$ раз больше массы автомобиля, это действие практически незаметно.

Учитываем трение

Когда хоккеист бьет клюшкой по шайбе, она ускоряется с места удара и ускоряется сам хоккеист. Если бы шайба имела массу 1000 кг (а не 105–185 г), то хоккеист, несомненно, ощутил бы это ускорение в гораздо большей мере. При таком нереальном соотношении масс хоккеиста и шайбы могло случиться так, что после удара шайба едва сдвинулась бы, а хоккеист заскользил бы в обратном направлении. (Более подробно такая ситуация описывается в части III.)

Допустим, что в данном фантасмагорическом примере по окончании игры нужно оттащить такую чудовищно тяжелую шайбу в сторону с помощью каната, как показано на рис. 5.6.

Рис. 5.6. Распределение сил натяжения каната и трения при перемещении шайбы по льду с помощью каната

В физических задачах часто используются канаты, а также блоки, причем сила, с которой канат тянут с одного конца, равна силе сопротивления на другом конце каната.

В данном случае 1000-килограмовая шайба будет испытывать силу трения, пусть небольшую, но ощутимую. Итак, результирующая сила равна:

$$\sum F = F_{\text{канат}} - F_{\text{трение}}.$$

Поскольку сила натяжения каната $F_{\text{канат}}$ больше силы трения $F_{\text{трение}}$, то шайба начнет движение, причем ускоренное. Величину ускорения можно определить по известной формуле из второго закона Ньютона:

$$\sum F = F_{\text{канат}} - F_{\text{трение}} = ma.$$

Одна часть силы натяжения каната $F_{\text{канат}}$ расходуется на ускорение шайбы, а другая — на преодоление силы трения $F_{\text{трение}}$:

$$F_{\text{канат}} = F_{\text{трение}} + ma.$$

Однако сила натяжения каната с одной стороны равна силе натяжения каната с другой, согласно третьему закону Ньютона.

Рассмотрим теперь немного другую ситуацию, показанную на рис. 5.7. Допустим, что канат перекинут через блок и таким образом вам нужно поднять груз массы M. Чтобы поднять груз, нужно преодолеть силу тяжести, которая действует на груз весом Mg. Здесь g — это ускорение свободного падения под действием гравитации, равное 9,8 см/с^2 (более подробно сила гравитации описывается в главе 6). На рис. 5.7 показана общая схема приложения силы к канату, необходимая для удержания груза.

Канат и блок используются не только для удержания груза, но и для изменения направления приложения силы. Сила прилагается вниз, а груз под ее действием движется вверх, поскольку канат перекинут через блок, где и происходит изменение направления действия силы. В данном случае, если сила натяжения каната F на свободном конце больше веса груза Mg, то груз будет двигаться вверх с ускорением a, согласно формуле:

$$\mathbf{F} = M\cdot(g + a) = M\cdot(\text{результирующее ускорение}).$$

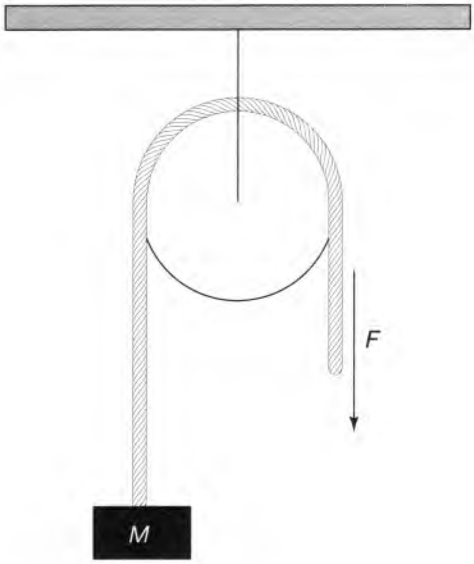


Рис. 5.7. Применение блока для удержания груза

Подсчитаем теперь силу, действующую на потолок, к которому прикреплен блок. Если блок находится в покое, то действующая на него результирующая сила $\sum F = 0$. Это значит, что все силы, которые действуют на блок, в сумме дают 0.

На блок действуют две силы, направленные вниз: сила натяжения каната F на свободном конце и сила со стороны груза с весом Mg, движущегося с ускорением a. Согласно третьему закону Ньютона, они равны, и сумма двух сил, направленных вниз, равна $2F$. Поскольку действующая на блок результирующая сила $\sum F = 0$, то действующая на блок и направленная вверх сила со стороны потолка тоже равна $2F$.

ПОМНИ!

Ни одна сила не может прилагаться к объекту без возникновения равной по величине и противоположной по направлению силы (даже если какая-то ее часть порождается ускоренным движением объекта). В предыдущем примере канат и блок позволяют изменять направление действия силы. Однако такое изменение направления силы от $-F$ до $+F$ возможно за счет приложение силы $2F$ к блоку со стороны потолка.

Анализируем углы и величины в третьем законе Ньютона

Чтобы учесть углы приложения силы, нужно вспомнить правила сложения векторов. Взгляните на рис. 5.8, где с помощью каната и блока сила F прилагается для удержания в состоянии покоя груза с массой M. Вопрос: с какой величиной и в каком направлении действует сила $F_{\text{опора}}$ на опору блока?

Поскольку блок не движется, то действующая на него результирующая сила $\sum F = 0$. Теперь нужно найти все силы, которые действуют на блок. Во-первых, нужно учесть силу тяжести $\mathbf{F}_{\text{груз}} = M\mathbf{g}$, которая действует на груз. После разложения вектора этой силы на компоненты (подробнее об этом рассказывается в главе 4) получим (Y-компонента силы имеет отрицательный знак, поскольку она направлена вниз, т.е. вдоль отрицательного направления оси Y):

$$\mathbf{F}_{\text{груз}} = (0; -Mg).$$

Теперь вычислим силу натяжения каната с другого конца $F_{канат}$. Поскольку груз не движется, то сила натяжения каната на одном конце равна силе натяжения каната на другом конце. После разложения вектора силы натяжения каната на компоненты получим (X-компонента силы имеет положительный знак, поскольку она направлена вправо, т.е. вдоль положительного направления оси X):

$$\mathbf{F}_{канат} = (Mg;\ 0).$$

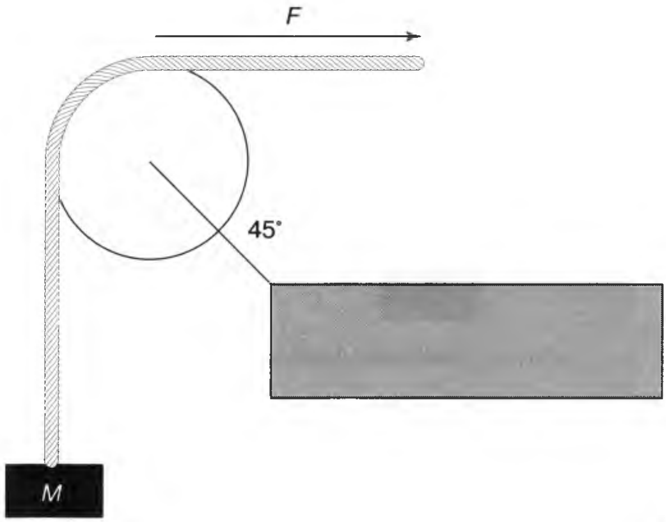


Рис. 5.8. Применение блока для удержания груза под углом 90° к направлению приложения силы

Теперь, чтобы найти результирующую силу, действующую на блок со стороны каната, нужно сложить компоненты сил $F_{груз}$ и $F_{канат}$:

$$\mathbf{F}_{груз} + \mathbf{F}_{канат} = (0;\ -Mg) + (Mg;\ 0) = (Mg;\ -Mg) = \mathbf{F}_{груз+канат}.$$

Нам известно, что:

$$\sum\mathbf{F} = \mathbf{F}_{груз+канат} + \mathbf{F}_{опора} = 0,$$

где $F_{опора}$ — это сила, которая действует на опору блока.

Это значит, что:

$$\mathbf{F}_{опора} = -\mathbf{F}_{груз+канат}.$$

Следовательно:

$$\mathbf{F}_{опора} = -\mathbf{F}_{груз+канат} = -(Mg;\ -Mg) = (-Mg;\ Mg).$$

Глядя на рис. 5.8, можно легко проверить направление этого вектора. Действительно, блок должен противостоять силе тяжести груза (т.е. возникает сила противодействия, направленная вверх) и натяжению каната (т.е. возникает сила противодействия, направленная вправо).

Попробуем теперь определить величину и направление вектора силы $F_{\text{опора}}$ (подробнее об этом рассказывается в главе 4). Величина этого вектора определяется по теореме Пифагора:

$$F_{\text{опора}} = \sqrt{(-Mg)^2 + (Mg)^2} = \sqrt{2}Mg.$$

Обратите внимание на то, что здесь (как и в предыдущем примере) величина силы на опору блока больше величины каждой из сил по отдельности. Такова плата за изменение направления силы.

А в каком направлении действует сила $F_{\text{опора}}$? Из рис. 5.8 ясно, что сила $F_{\text{опора}}$ должна быть направлена влево и вверх, а теперь попробуем проверить это предположение с помощью тригонометрии. Если θ — это угол, под которым сила $F_{\text{опора}}$ направлена по отношению к положительному направлению оси X, то X-компонента силы $F_{\text{опора}_x}$ имеет вид:

$$F_{\text{опора}_x} = F_{\text{опора}} \cos\theta.$$

Следовательно:

$$\theta = \arccos\left(F_{\text{опора}_x} / F_{\text{опора}}\right).$$

Нам уже известно, что:

$$F_{\text{опора}_x} = -Mg,$$

а также:

$$F_{\text{опора}} = \sqrt{2}Mg.$$

В итоге получим:

$$\theta = \arccos\left(\frac{F_{\text{опора}_x}}{F_{\text{опора}}}\right) = \arccos\left(\frac{-Mg}{\sqrt{2}Mg}\right) = \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = -135°.$$

Нетрудно проверить, глядя на рис. 5.8, что найденное значение для направления силы на опору ($-135°$) соответствует нашим предварительным оценкам и ожиданиям.

ПОМНИ!

Если вы не уверены в правильности определения знаков сил, то всегда пробуйте проверить полученные значения с помощью визуального анализа нарисованной схемы распределения сил. Один рисунок порой стоит больше тысячи слов, особенно в физике!

Ищем состояние равновесия

В физике считается, что объект находится в состоянии равновесия, если его ускорение равно нулю, т.е. действующая на него результирующая сила равна 0. При этом объект необязательно должен находиться в покое — он может двигаться даже со скоростью 1000 километров в час, но без ускорения. Конечно, на объект в состоянии равновесия могут действовать самые разные силы, но их векторная сумма должна быть равна нулю.

На рис. 5.9 показана схема распределения сил, действующих на рекламную вывеску перед магазином, которую вы собираетесь подвесить на проволоке, выдерживающей силу 15 Н.

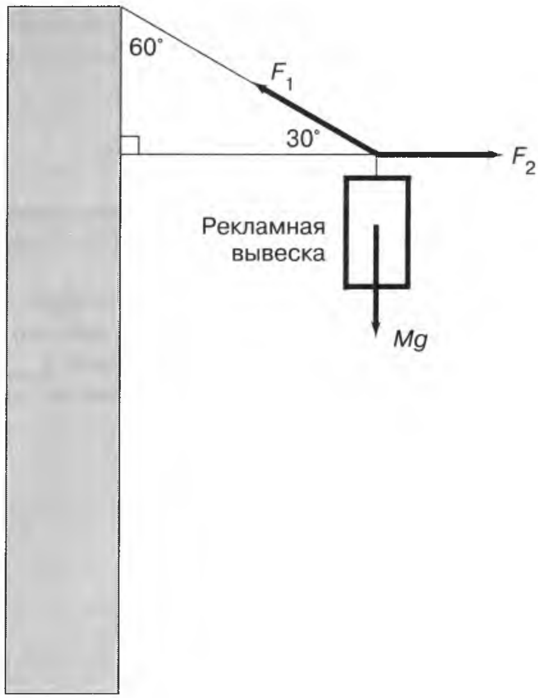


Рис. 5.9. Для обеспечения равновесия вывески нужно учесть все действующие на нее силы

Допустим, что вес вывески равен 8 Н. Хватит ли прочности проволоки для ее подвешивания? Иначе говоря, чему равна сила натяжения проволоки F_1 на этой схеме? Вывеска должна быть в состоянии равновесия, значит, результирующая сила на нее $\sum F = 0$. Следовательно, весь вес вывески Mg должен быть уравновешен силой натяжения проволоки F_1.

В данном примере единственная направленная вверх сила — это Y-компонента силы F_1, как показано на рис. 5.9. Сила сопротивления F_2 горизонтальной балки направлена только по горизонтали, а потому не оказывает никакого влияния на вертикальную компоненту результирующей силы. С помощью навыков тригонометрии (более подробно базовые сведения по тригонометрии приводились в главе 4) можно определить Y-компоненту силы F_1:

$$F_{1y} = F_1 \sin 30°.$$

Величина этой компоненты силы равна весу вывески:

$$F_{1y} = F_1 \sin 30° = Mg.$$

Отсюда получаем натяжение проволоки:

$$F_1 = F_{1y}/\sin 30° = Mg/\sin 30°.$$

Поскольку вес Mg вывески равен 8 N, то получим

$$F_1 = Mg/\sin 30° = (8\ \text{Н})/(½) = 16\ \text{Н}.$$

Ну и дела! Похоже, что проволока должна выдерживать силу 16 Н, а мы уже купили проволоку, выдерживающую всего 15 Н. Мораль сей задачи такова: нужно купить проволоку попрочнее!

Допустим, что мы купили более прочную проволоку и теперь интересуемся, достаточно ли прочна горизонтальная балка, чтобы выдержать силу сопротивления F_2, как показано на рис. 5.9. Какую прочность должна иметь балка, чтобы выдержать вес вывески? Иначе говоря, какую силу должна выдержать балка? На рис. 5.9 показаны только две горизонтальные силы: сила сопротивления балки $F_2 = F_{балка}$ и X-компонента силы F_1. Нам уже известно, что $F_1 = 16$ Н. Теперь нам осталось только вычислить F_2. Для начала нужно определить X-компоненту силы F_1. Глядя на рис. 5.9 и используя тригонометрию, получим:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30°.$$

Именно эта компонента силы натяжения проволоки равна силе сопротивления балки:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30° = F_{балка}.$$

Это значит, что:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30° = F_1(0{,}866) = (16\ \text{Н})(0{,}866) = 14\ \text{Н} = F_{балка}.$$

Итак, балка должна выдерживать силу около 14 Н.

Для подвешивания вывески весом около 8 Н потребуется проволока, выдерживающая силу около 16 Н, и балка, выдерживающая силу около 14 Н. Посмотрите снова на рис. 5.9: Y-компонента силы натяжения проволоки должна выдерживать вес груза. Такая прочность проволоки и балки нужна для того, чтобы изменить направление силы тяжести груза.

Глава 6

Запрягаемся в упряжку: наклонные плоскости и трение

В этой главе...

- Постигаем гравитацию
- Изучаем влияние наклона плоскости
- Учитываем силы трения
- Измеряем дальность полета под действием силы тяжести

Сила гравитационного притяжения — вот основная тема этой главы. В главе 5 было показано, что для ее преодоления требуется применять силу. В этой главе будет представлены способы влияния гравитационного притяжения и трения на движение объектов по наклонным плоскостям. Кроме того, будет показано, как гравитация влияет на траекторию полета объекта.

Разбираемся с гравитацией

На поверхности Земли сила гравитационного притяжения $\mathbf{F}_g$ (или сила тяжести) постоянна и равна $m\mathbf{g}$, где m — это масса объекта, а $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения под действием силы тяжести, равное 9,8 м/с^2.

Ускорение — это вектор, а значит, он имеет величину, направление и точку приложения (подробнее об этом см. главу 4). Уравнение $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ интересно тем, что ускорение свободного падения объекта $\mathbf{g}$ не зависит от массы объекта.

ПОМНИ!

Поскольку ускорение свободного падения не зависит от массы объекта, то более тяжелый объект падает нисколько не быстрее, чем более легкий объект. Сила тяжести сообщает свободно падающим телам одинаковое направленное вниз ускорение $\mathbf{a}$ (на поверхности Земли равное $\mathbf{g}$), независимо от их массы.

Сказанное выше относится к объектам вблизи поверхности Земли, а в главе 7 рассматриваются другие ситуации вдали от Земли (например, на орбите Луны), где сила тяжести и ускорение свободного падения имеют другие значения. Чем дальше вы находитесь от центра Земли, тем меньше сила тяжести и ускорение свободного падения. В примерах этой главы ускорение свободного падения направлено вниз. Но это не значит, что оно влияет только на движение предметов вертикально вниз. Здесь рассматриваются также примеры движения объектов под углом к вертикали.

Движемся по наклонной плоскости

В курсе физики часто упоминаются наклонные плоскости и рассматривается движение объектов по ним. Взгляните на рис. 6.1. На нем показана тележка, которая скатывается по наклонной плоскости. Тележка движется не строго вертикально, а вдоль плоскости, наклоненной под углом θ к горизонтали.

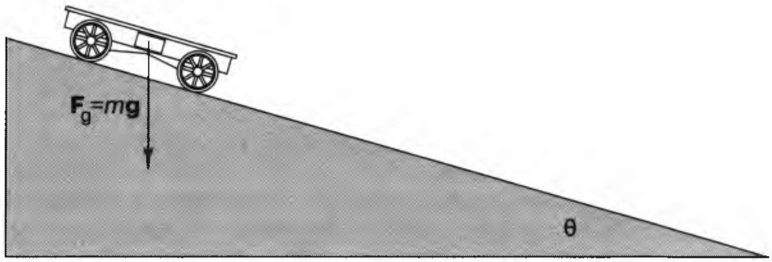


Рис. 6.1. Схема движения тележки по наклонной плоскости

Допустим, что угол θ=30°, а длина наклонной плоскости равна 5 метрам. До какой скорости разгонится тележка в конце наклонной плоскости? Сила тяжести сообщит тележке ускорение, но учтите, что вдоль наклонной плоскости ускорение будет отличаться от ускорения свободного падения. Дело в том, что разгон вдоль наклонной плоскости будет выполнять только компонента силы тяжести вдоль этой наклонной плоскости.

Чему равна компонента силы тяжести, действующей вдоль наклонной плоскости, если на тележку действует направленная вертикально сила тяжести $\mathbf{F}_g$? Взгляните на рис. 6.2, на котором показаны упомянутые выше угол θ и вектор силы $\mathbf{F}_g$ (подробнее о векторах см. главу 4). Для определения компоненты силы тяжести, действующей вдоль наклонной плоскости, нужно определить угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью. Для этого потребуются элементарные сведения из геометрии (подробности см. в главе 2), а именно то, что сумма углов треугольника равна 180°. Угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и основанием наклонной плоскости равен 90°, а угол между наклонной плоскостью и ее основанием равен θ. Поэтому, глядя на рис. 6.2 , можно легко определить угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью: 180°–90°–θ или 90°–θ.

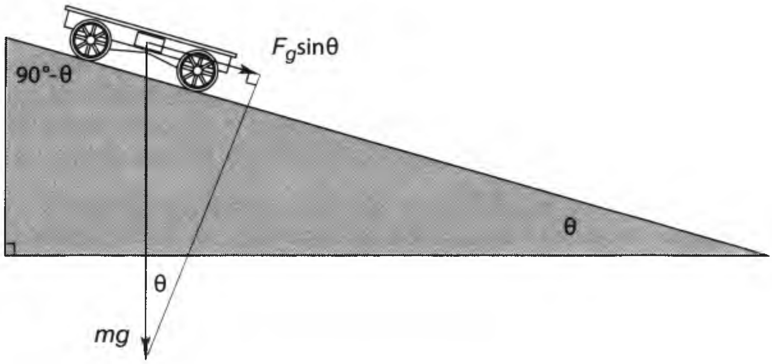


Рис. 6.2. Тележка на наклонной плоскости с указанием векторов сил

Вычисляем углы

Преподаватели физики используют особый способ вычисления углов между векторами и наклонными плоскостями. Однако читателям книги можно раскрыть этот “секрет” определения угла θ. Для начала обратите внимание на то, что если θ стремится к 0°, то угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью стремится к 90°. И наоборот, если θ стремится к 90°, то угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью стремится к 0°. На основании этого простого наблюдения можно предположить, что угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью равняется $90°-\theta$. Как видите, для определения взаимосвязи между углами бывает полезно попробовать поменять значения некоторых углов от 0° до 90°.

Ищем компоненту вектора силы F_g вдоль наклонной плоскости

Итак, зададимся вопросом: чему равна компонента вектора силы $\mathbf{F}_g$ вдоль наклонной плоскости? Теперь мы знаем, что угол между вектором силы $\mathbf{F}_g$ и наклонной плоскостью равняется $90°-\theta$. Значит, компонента вектора силы вдоль наклонной плоскости $F_{g\ \text{накл}}$ равна:

$$F_{g\ \text{накл}} = F_g \cos(90° - \theta).$$

Если вы добросовестно учили тригонометрию, то вам наверняка должно быть известно (а если нет, то обратитесь к главе 2), что:

$$\sin\theta = \cos(90° - \theta).$$

(Часто это знать совсем не обязательно, и может сгодиться предыдущее уравнение.) Следовательно:

$$F_{g\ \text{накл}} = F_g \cos(90° - \theta) = F_g \sin\theta.$$

Полученное выражение можно легко проверить следующим образом. Когда θ стремится к 0°, то значение компоненты силы вдоль наклонной плоскости $F_{g\ \text{накл}}$ стремится к 0, поскольку наклонная плоскость стремится к горизонтальному положению. А когда θ стремится к 90°, то значение компоненты силы вдоль наклонной плоскости $F_{g\ \text{накл}}$ стремится к F_g, поскольку наклонная плоскость стремится к вертикальному положению. Итак, если вдоль наклонной плоскости на тележку с массой 800 кг действует сила $F_g\sin\theta$, то каким будет ускорение тележки? Это легко определить по известной формуле:

$$F_g \sin\theta = ma.$$

Следовательно:

$$a = F_g \sin\theta / m.$$

Задача упрощается, если вспомнить, что $F_g = mg$ и тогда:

$$a = F_g \sin\theta / m = mg\sin\theta / m = g\sin\theta.$$

Итак, теперь нам известно, что ускорение тележки вдоль наклонной плоскости равно $a = g\sin\theta$. Это соотношение справедливо для любого объекта, ускоряющегося под действием силы тяжести, если не учитывать силы трения.

Вычисляем скорость вдоль наклонной плоскости

Логично было бы поинтересоваться: а какова скорость тележки в конце наклонной плоскости? Для этого нам потребуется следующее уравнение, которое было выведено в главе 3:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as.$$

Поскольку начальная скорость $v_0 = 0$, а длина наклонной плоскости $s = 5$ м, то получим:

$$v_1 = \sqrt{2as} = \sqrt{2(g\sin\theta)s} = \sqrt{2(9{,}8 \cdot 0{,}5) \cdot 5} = 7 \text{ м/с}.$$

Итак, скорость тележки в конце наклонной плоскости $v_1 = 7$ метров в секунду. Хотя это не такая уж и большая скорость для автомобиля, но все же не рекомендуется проводить такие эксперименты в домашних условиях. Имейте в виду, что на самом деле скорость будет несколько ниже, поскольку часть энергии расходуется на вращение колес, движение других частей автомобиля, трение и т.д.

Разбираемся с ускорением

Блиц-вопрос: а какую скорость в конце наклонной плоскости приобретет кубик льда при скольжении без трения? Ответ: он будет иметь такую же скорость, что и тележка в предыдущем примере, т.е. 7 м/с. Ускорение любого объекта, движущегося без трения вдоль наклонной плоскости под углом θ, равно $g\sin\theta$. Как видите, имеет значение не масса объекта, а компонента ускорения свободного падения вдоль наклонной плоскости. Если нам известно ускорение движения кубика льда и пройденное расстояние s, то получим значение скорости по известной формуле:

$$v_1 = \sqrt{2as}.$$

Итак, масса не входит в формулу для определения конечной скорости.

Преодолеваем трение

Трудно представить себе повседневную жизнь без трения. Без трения автомобили не могли бы ездить, люди — ходить, а руки — брать любые предметы. Трение создает проблемы, но без него жизнь была бы просто невозможной.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОДРОБНОСТИ

Трение возникает из-за взаимодействия между поверхностными неровностями. Поверхность состоит из множества микроскопических выступов и впадин. При соединении двух поверхностей эти выступы одной поверхности и впадины другой поверхности сцепляются и препятствуют свободному проскальзыванию.

Допустим, что ваши сбережения хранятся в виде огромного золотого слитка, который показан на рис. 6.3, и некий злоумышленник задумал украсть его, но не может нести такой огромный слиток в руках, а может только тащить его волоком. Этот воришка стремится приложить силу к слитку, чтобы ускорить его и сбежать от преследующей его полиции. Однако благодаря силе трения вор не сможет развить большого ускорения.

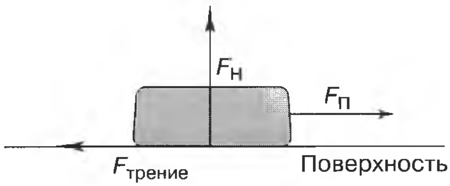


Рис. 6.3. Сила трения препятствует движению объектов

Определим количественно влияние силы трения на движение объектов. Результирующая сила на слиток и создаваемое ею ускорение определяется как разность приложенной силы $F_п$ и силы трения $F_{трение}$ вдоль оси X:

$$F_п - F_{трение} = ma.$$

Эта формула выглядит очень просто, но как определить силу трения? Как будет показано ниже, она зависит от нормальной силы.

Вычисляем силу трения и нормальную силу

Сила трения $F_{трение}$ всегда противодействует приложенной силе, которая вызывает движение. Причем сила трения пропорциональна приложенной силе.

Как показано на рис. 6.3, слиток золота давит на горизонтальную поверхность с силой, равной весу слитка, mg. А поверхность с той же силой действует на слиток. Эту силу называют *нормальной силой* (или силой нормального давления), $F_н$. (Нормальной называется компонента силы со стороны поверхности, направленная по нормали к поверхности, т.е. перпендикулярно к поверхности.) Нормальная сила по величине не всегда совпадает с силой тяжести, поскольку нормальная сила всегда *перпендикулярна* поверхности, по которой движется объект. Иначе говоря, нормальная сила — это сила взаимодействия поверхностей разных объектов, и чем она больше, тем сильнее трение.

В примере на рис. 6.3 слиток скользит вдоль горизонтальной поверхности, поэтому нормальная сила равна весу объекта, т.е. $F_н = mg$. Итак, у нас есть нормальная сила, которая равна силе давления слитка на горизонтальную поверхность. Для чего она нам нужна? Для определения силы трения.

Разбираемся с коэффициентом трения

Сила трения определяется характеристиками поверхностей соприкасающихся материалов. Как физики теоретически описывают их? Никак. У физиков есть множество общих уравнений, которые предсказывают общее поведение объектов, например $\sum F = ma$ (см. главу 5). Однако у физиков нет полного теоретического понимания механизмов взаимодействия поверхностей материалов. Поэтому поверхностные характеристики материалов известны, в основном, из опыта.

А из опыта известно, что нормальная сила непосредственно связана с силой трения. Оказывается, что с большой точностью эти две силы пропорциональны друг другу и их можно связать с помощью константы μ следующим образом:

$$F_{трение} = \mu F_н.$$

Согласно этому уравнению, чтобы определить силу трения, нужно умножить нормальную силу на некую постоянную величину, т.е. константу μ. Такая константа называется коэффициентом трения, и именно она характеризует свойства сцепления шероховатостей данных поверхностей.

Величина коэффициента трения находится в диапазоне от 0 до 1. Значение 0 возможно только в идеализированном случае, когда трение отсутствует вообще. А значение 1 соответствует случаю, когда сила трения максимальна и равна нормальной силе. Это значит, что максимальная сила трения для автомобиля не может превышать его веса.

Обратите внимание, что уравнение $F_{\text{трение}} = \mu F_{\text{н}}$ не является соотношением между векторами, поскольку эти векторы направлены в разные стороны. Например, на рис. 6.3 они перпендикулярны друг другу. Действительно, нормальная сила $\mathbf{F}_{\text{н}}$ всегда перпендикулярна поверхности, а сила трения $\mathbf{F}_{\text{трение}}$ — параллельна. Эти направления определяются их природой: нормальная сила $\mathbf{F}_{\text{н}}$ определяет степень сжатия поверхностей, а сила трения $\mathbf{F}_{\text{трение}}$ — степень противодействия скольжению вдоль поверхностей.

Сила трения не зависит от площади соприкосновения двух поверхностей. Это значит, что слиток с той же массой, но вдвое длиннее и вдвое ниже исходного будет испытывать точно такую же силу трения при скольжении по поверхности. При этом увеличивается вдвое площадь соприкосновения, но уменьшается вдвое давление, т.е. величина силы, которая приходится на единицу площади.

Итак, мы получили предварительные сведения и готовы вычислить силу трения? Не так быстро. Оказывается, что коэффициент трения бывает двух типов.

Знакомимся со статическим и кинетическим трением

Два разных коэффициента трения соответствуют двум разным типам трения: *статическому* трению (или *трению покоя*) и *кинетическому* трению (или *трению скольжения*).

Дело в том, что эти типы трения соответствуют двум разным физическим процессам. Если две поверхности не движутся относительно друг друга, то на микроскопическом уровне они взаимодействуют более интенсивно, и этот случай называется *трением покоя*. А когда поверхности уже скользят относительно друг друга, то микроскопические неровности не успевают вступить в интенсивное взаимодействие, и этот случай называется *трением скольжения*. На практике это значит, что для каждого из этих двух типов трения используются свои коэффициенты трения: коэффициент трения покоя $\mu_{\text{п}}$ и коэффициент скольжения $\mu_{\text{с}}$.

Изучаем статическое трение

Трение покоя сильнее трения скольжения, т.е. коэффициент трения покоя $\mu_{\text{п}}$ больше коэффициента трения скольжения $\mu_{\text{с}}$. Это можно упрощенно объяснить следующим образом. В состоянии покоя соприкасающиеся поверхности интенсивно взаимодействуют на микроскопическом уровне, а при скольжении поверхности успевают вступить в интенсивное взаимодействие только на более крупном макроскопическом уровне.

Трение покоя возникает тогда, когда нужно привести в движение покоящийся объект. Именно такую силу трения нужно преодолеть для начала скольжения объекта.

Предположим, что в примере на рис. 6.3 коэффициент трения покоя между слитком и поверхностью равен 0,3, а масса слитка равна 1000 кг (очень приличный слиток). Какую силу должен приложить воришка, чтобы сдвинуть слиток? Из предыдущих разделов нам уже известно, что:

$$F_{\text{трение покоя}} = \mu_{п}F_{н}.$$

Поскольку поверхность горизонтальна, то нормальная сила направлена противоположно силе тяжести слитка и имеет ту же величину:

$$F_{\text{трение покоя}} = \mu_{п}F_{н} = \mu_{п}mg,$$

где m — масса слитка, а g — ускорение свободного падения, вызванное силой притяжения со стороны Земли. Подставляя численные значения, получим:

$$F_{\text{трение покоя}} = \mu_{п}F_{н} = \mu_{п}mg = 0{,}3\cdot 1000\cdot 9{,}8 = 2940\ \text{Н}.$$

Итак, воришке потребуется приложить силу 2940 Н, чтобы сдвинуть с места неподвижный слиток. Довольно большая сила! А какая сила потребуется ему, чтобы поддерживать скольжение слитка? Для ответа на этот вопрос нужно рассмотреть трение скольжения.

Поддерживаем движение вопреки трению скольжения

Сила трения скольжения, возникающая из-за скольжения двух соприкасающихся поверхностей, не так велика, как сила трения покоя. Но это совсем не значит, что коэффициент трения скольжения можно легко вычислить теоретически, даже если нам известен коэффициент трения покоя. Оба коэффициента трения приходится определять из опыта.

Именно из опыта известно, что трение покоя больше трения скольжения. Представьте себе, что вы разгружаете неподвижный ящик на наклонной плоскости, но он вдруг начинает скользить вниз. Достаточно заблокировать его движение ногой и с большой вероятностью ящик останется в состоянии покоя, если аккуратно убрать ногу. Именно так, в состоянии покоя, проявляется трение покоя, а в процессе движения ящика — трение скольжения.

Пусть слиток на рис. 6.3 имеет массу 1000 кг, а коэффициент трения скольжения $\mu_{с}$ равен 0,18. Какую силу должен приложить воришка, чтобы сдвинуть с места неподвижный слиток? Для ответа на этот вопрос нужно воспользоваться следующей формулой:

$$F_{\text{трение скольжения}} = \mu_{с}F_{н} = \mu_{с}mg.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$F_{\text{трение скольжения}} = \mu_{с}F_{н} = \mu_{с}mg = 0{,}18\cdot 1000\cdot 9{,}8 = 1764\ \text{Н}.$$

Воришке потребуется приложить силу 1764 Н, чтобы поддерживать скольжение слитка. Не такая уж и маленькая сила, если, конечно, воришке не помогают его верные друзья. Однако это не так уж и легко, и полиция быстро сможет догнать этого воришку. Зная законы физики, полицейские вряд ли захотят прилагать лишние усилия: “Слиток-то мы нашли, а вот домой тащите его сами”.

Тянем груз в гору и боремся с трением

В предыдущих примерах со слитком описывалось трение на горизонтальной поверхности. А как определить силу сопротивления со стороны трения на наклонной плоскости?

Допустим, что, собираясь на рыбалку, вы решили захватить с собой холодильник массой 100 кг. Единственный способ погрузить его в багажник автомобиля — это втащить холодильник по наклонной плоскости, как показано на рис. 6.4. Пусть наклонная плоскость расположена под углом 30°, коэффициент трения покоя равен 0,2, а коэффициент трения скольжения — 0,15. Хорошая новость заключается в том, что вам помогают два друга, а плохая — в том, что каждый из вас способен приложить силу не более 350 Н.

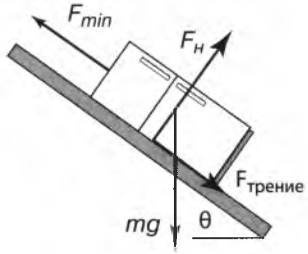


Рис. 6.4. Для втаскивания объекта вверх по наклонной плоскости нужно учесть разные силы

Ваши друзья растеряны? "Не стоит беспокоиться, немного физики — и все будет в порядке", — можете ответить им вы, доставая калькулятор. Итак, нам нужно вычислить минимальную силу, которую нужно приложить, чтобы втащить холодильник вверх по наклонной плоскости в багажник автомобиля вопреки силе трения и силе тяжести.

Вычисляем компоненту силы тяжести

Для этого нужно внимательно изучить схему на рис. 6.4. Сила тяжести действует на холодильник и направлена вертикально вниз. Сумма углов треугольника, образованного вектором силы тяжести, наклонной плоскостью и ее основанием, равна 180°. Угол между вектором силы тяжести и основанием наклонной плоскости равен 90°, а угол между наклонной плоскостью и ее основанием — θ. Поэтому угол между наклонной плоскостью и вектором силы тяжести равен:

$$180° - 90° - \theta = 90° - \theta.$$

Компонента силы тяжести, действующая вдоль наклонной плоскости, равна:

$$F_{g\,накл} = F_g\cos(90° - \theta) = mg\cos(90° - \theta) = mg\sin\theta.$$

Таким образом, минимальная сила, с которой нужно толкать холодильник вверх по наклонной плоскости, равна сумме силы трения, $F_{трение}$, и этой компоненты $F_{g\,накл}$, т.е.:

$$F_{min} = F_{g\,накл} + F_{трение} = mg\sin\theta + F_{трение}.$$

Определяем силу трения

Следующий вопрос: чему равна сила трения, $F_{трение}$? Какой коэффициент трения нужно использовать для ее определения: покоя или скольжения? Поскольку коэффициент трения покоя больше коэффициента трения скольжения, то для оценки минимально необходимой силы имеет смысл учесть коэффициент трения покоя. Ведь после того как холодильник удастся сдвинуть с места, для скольжения придется прикладывать меньшую силу. Итак, с учетом коэффициента трения покоя, получим для силы трения

$$F_{трение} = \mu_п F_н.$$

Для определения этой силы трения нам потребуется вычислить нормальную силу, $F_н$ (более подробно эта сила описывается выше в этой главе). Она равна компоненте силы тяжести, которая направлена перпендикулярно (т.е. по *нормали*, откуда и происходит ее название) к наклонной плоскости. Как мы уже выяснили, угол между наклонной плоскостью и вектором силы тяжести равен $90°-\theta$ (рис. 6.5).

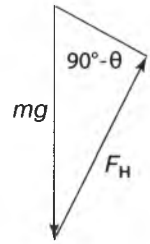


Рис. 6.5. Ориентация силы тяжести F_g, нормальной силы $F_н$ и наклонной плоскости

С помощью тригонометрических соотношений (см. главу 2) получим:

$$F_н = mg\sin(90° - \theta) = mg\cos\theta.$$

Чтобы проверить справедливость этого выражения, попробуйте устремить угол θ к нулю, при котором нормальная сила $F_н$ становится равной mg, что и следовало ожидать. Теперь получаем:

$$F_{min} = mg\sin\theta + \mu_c mg\cos\theta.$$

После подстановки численных значений получим:

$$F_{min} = mg\sin\theta + \mu_c mg\cos\theta = 100{\cdot}9{,}8{\cdot}\sin30° + 0{,}2{\cdot}100{\cdot}9{,}8{\cdot}30° = 490 + 170 = 660 \text{ Н}.$$

Итак, три человека должны приложить минимально необходимую силу 660 Н, т.е. по 220 Н каждый, что меньше максимально возможной силы 350 Н. С радостным призывом "Приступим!" вы приступаете к работе, втаскиваете холодильник на самый верх наклонной плоскости. Допустим, что из-за несогласованности действий кто-то из вас перестал прикладывать силу. Как результат, холодильник после непродолжительной остановки неожиданно заскользил вниз, а после достижения основания продолжил движение по полу до полной остановки.

Вычисляем путь скольжения холодильника до полной остановки

Допустим, что наклонная плоскость и пол имеют одинаковые коэффициенты трения скольжения. Каким будет путь скольжения холодильника до полной остановки? Пусть сначала холодильник скользит из состояния покоя до основания наклонной плоскости длиной 3 м, как показано на рис. 6.6. Во время такого скольжения холодильник разгоняется и вполне может столкнуться с автомобилем на расстоянии 7,5 м. О, Боже! Неужели они столкнутся? Нужно немедленно достать калькулятор и приступить к расчетам.

Вычисляем ускорение скольжения

При скольжении вниз действующие на холодильник силы направлены иначе, чем при скольжении вверх. Теперь вы и ваши друзья уже не прилагают свои силы, а холодильник скользит только под действием компоненты силы тяжести, направленной вдоль наклонной плоскости. А ей противодействует лишь сила трения. Чему же равна результирующая сумма этих сил? Из предыдущих разделов уже известно, что компонента силы тяжести вдоль наклонной плоскости равна:

$$F_g\cos(90° - \theta) = mg\cos(90° - \theta) = mg\sin\theta.$$

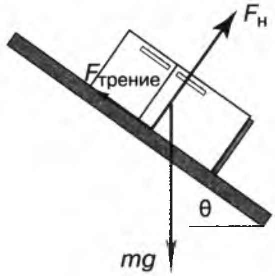


Рис. 6.6. Силы, действующие на скользящий вниз холодильник

А нормальная сила равна:

$$F_н = mg\sin(90° - \theta) = mg\cos\theta.$$

Это значит, что сила трения скольжения равна:

$$F_{трение} = \mu_с F_н = \mu_с mg\sin(90° - \theta) = \mu_с mg\cos\theta.$$

Результирующая сила, которая действует на холодильник в направлении движения и определяет его ускорение, равна:

$$F_{ускорение} = F_g - F_{трение} = mg\sin\theta - \mu_с mg\cos\theta.$$

Обратите внимание на то, что сила трения, $F_{трение}$, имеет отрицательный знак, т.е. она направлена противоположно компоненте силы тяжести вдоль наклонной плоскости, которая приводит в движение холодильник. После подстановки численных значений получим:

$$F_{ускорение} = 100\cdot 9{,}8\cdot\sin 30° - 0{,}15\cdot 100\cdot 9{,}8\cdot\cos 30° =$$
$$= 490\ \text{Н} - 127\ \text{Н} = 363\ \text{Н}.$$

Поскольку масса холодильника равна 100 кг, то он скользит с ускорением 363 Н/100 кг = 3,63 м/с^2 вдоль наклонной плоскости длиной 3 м. Для вычисления конечной скорости холодильника, v, в конце наклонной плоскости нужно использовать следующую известную нам формулу:

$$v^2 = 2as.$$

После извлечения квадратного корня и подстановки численных значений получим:

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2\cdot 3{,}63\cdot 3{,}0} = 4{,}67\ \text{м/с}.$$

Такой будет скорость холодильника в конце наклонной плоскости.

Вычисляем путь скольжения по полу

Как на основе данных, полученных в предыдущем разделе, определить путь скольжения холодильника по полу? Столкнется ли холодильник с автомобилем?

Итак, нам известно, что холодильник начинает движение по полу со скоростью 4,67 м/с. Вопрос: какое расстояние он пройдет до полной остановки? Теперь в горизонтальном направлении на него действует только сила трения, а компонента силы тяжести по горизонтали равна нулю. Поэтому холодильник постепенно замедляется и рано или поздно остановится. Но уцелеет ли при этом стоящий поодаль автомобиль? Как обычно, сначала вычисляем суммарную силу F, действующую на холодильник в направлении движения и определяющую его ускорение. В данном случае она равна силе трения:

$$F = \mu_с F_н.$$

Поскольку холодильник движется вдоль горизонтальной поверхности, то нормальная сила $F_н$ равна силе тяжести F_g, действующей на холодильник:

$$F_н = F_g = mg,$$

т.е. суммарная сила равна:

$$F = \mu_с F_н = \mu_с mg.$$

После подстановки численных значений получим:

$$F = \mu_с F_н = \mu_с mg = 0{,}15 \cdot 100 \cdot 9{,}8 = 147 \text{ Н}.$$

Именно такая сила сопротивления действует на холодильник и... терроризирует всю округу! Итак, насколько длинным будет тормозной путь холодильника? Подставим численные значения и получим:

$$a = F_н/m = -147 \text{ Н}/100 \text{ кг} = -1{,}47 \text{ м/с}^2.$$

Здесь отрицательный знак обозначает замедление холодильника (см. главу 2).

По формуле:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as.$$

найдем тормозной путь холодильника:

$$s = (v_1^2 - v_0^2)/2a.$$

Поскольку конечная скорость v_1 равна 0, то эта формула упрощается и принимает вид:

$$s = (v_1^2 - v_0^2)/2a = (0^2 - 4{,}67^2)/2(-1{,}47) = 7{,}4 \text{ м}.$$

Вот это да! Холодильник проедет расстояние 7,4 м и остановится всего в 10 см от автомобиля, который находится на расстоянии 7,5 м от основания наклонной плоскости. Можно расслабиться и понаблюдать за вашими друзьями, которые охвачены паникой и с ужасом в глазах ожидают столкновения холодильника и автомобиля.

Как гравитация влияет на свободное падение объектов

В главе 7 сила гравитационного притяжения (или сила тяжести) описывается в космическом масштабе, а здесь она рассматривается только вблизи поверхности Земли. В физике часто встречаются задачи с учетом силы тяжести. Этот раздел посвящен тому, как сила тяжести влияет на свободное падение объектов, и его следует рассматривать, как переходный между материалом предыдущей главы и материалом главы 7.

Стреляем вверх: максимальная высота

Зная ускорение свободного падения и начальную скорость объекта, можно легко вычислить дальность его полета. Эти знания могут пригодиться при подготовке праздничных фейерверков!

Предположим невероятное: на день рождения друзья подарили вам пушку, способную разгонять ядро весом 10 кг до начальной скорости 860 м/с. С изумлением рассматривая ее, гости начали спорить: а на какую максимальную высоту эта пушка способна выстрелить? Поскольку вы уже владеете всеми необходимыми знаниями, то можете быстро дать ответ на этот вопрос.

Нам известна начальная скорость ядра, v_0, и ускорение свободного падения g под действием силы тяжести. Как определить максимальную высоту подъема ядра? В точке максимального подъема ядра его скорость будет равна нулю, а затем оно начнет обратное движение вниз. Следовательно, для вычисления максимальной высоты подъема ядра, s, можно использовать следующую формулу, в которой конечная скорость v_1 равна нулю:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as.$$

Отсюда получим:

$$s = (v_1^2 - v_0^2)/2a.$$

Подставляя численные значения для начальной скорости $v_0 = 860$ м/с^2, ускорения свободного падения под действием силы тяжести $g = -9{,}8$ м/с^2 (минус обозначает направление ускорения, противоположное направлению перемещения), получим:

$$s = (v_1^2 - v_0^2)/2a = (0^2 - 860^2)/2(-9{,}8) = 3{,}8 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

Ого! Ядро улетит на высоту 38 км. Совсем неплохо для пушки, подаренной на день рождения. Интересно, а сколько же времени придется его ждать обратно?

Время подъема ядра

Итак, сколько времени потребуется для того, чтобы ядро поднялось на максимальную высоту? В примере из главы 4, где мяч для игры в гольф падал с вершины обрыва, для вычисления дальности его полета использовалось следующее уравнение:

$$s = \tfrac{1}{2}at^2.$$

Однако это уравнение представляет собой всего один из многих возможных вариантов поиска ответа на заданный вопрос.

Нам известно, что в точке максимального подъема скорость ядра равна 0. Поэтому для определения времени полета до максимальной высоты можно использовать следующее уравнение:

$$v_1 = v_0 + at.$$

Поскольку $v_1 = 0$ и $a = -g$, то:

$$0 = v_0 - gt.$$

Иначе говоря, получим:

$$t = v_0/g.$$

После подстановки численных значений получим:

$$t = v_0/g = 860/9{,}8 = 88\ \text{с}.$$

Итак, ядру потребуется 88 с, чтобы достичь максимальной высоты. А каково общее время полета?

Общее время полета

Сколько времени потребуется ядру, чтобы достичь максимальной высоты 38 км и вернуться обратно к пушке, если на подъем ему потребовалось 88 с? Общее время полета вычислить очень просто, поскольку обратный путь вниз симметричен прямому пути вверх. Это значит, что скорость ядра в каждой точке обратного пути вниз равна по величине и имеет противоположное направление по сравнению с прямым путем вверх. Поэтому время падения равно времени подъема и общее время полета равно удвоенному времени подъема:

$$t = 2 \cdot 88 = 176\ \text{с}.$$

Итак, общее время полета равно 176 с, или 2 минуты и 56 секунд.

Стреляем под углом

В предыдущих разделах пушка стреляла вертикально вверх. Попробуем теперь поразить цель, стреляя ядром из пушки под углом, как показано на рис. 6.7.

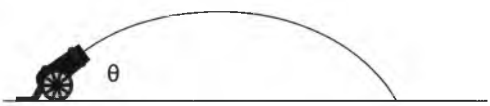


Рис. 6.7. Траектория полета ядра, запущенного из пушки под углом к горизонтальной поверхности

Разбиваем движение ядра на компоненты

Как характеризовать движение ядра при стрельбе под углом? Поскольку любое движение всегда можно разбить на компоненты по осям X и Y, а в данном примере сила притяжения действует только вдоль оси Y, то задача упрощается. Разобьем начальную скорость на компоненты (подробнее об этом рассказывается в главе 4):

$$v_x = v_0 \cos\theta,$$

$$v_y = v_0 \sin\theta.$$

Эти компоненты независимы, а сила притяжения действует только в направлении оси Y. Это значит, что компонента v_x остается постоянной, а меняется только компонента v_y:

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt.$$

Теперь легко определить координаты ядра в любой момент. Например, координата ядра по оси X выражается формулой:

$$x = v_x t = (v_0 \cos\theta) t.$$

Поскольку сила тяжести влияет на движение ядра по вертикали, то координата ядра по оси Y выражается формулой:

$$y = v_y t - ½ g t^2.$$

Из предыдущего раздела нам уже известно, что общее время полета ядра по вертикали равно:

$$t = 2v_y/g.$$

Теперь, зная время, можно легко определить дальность полета ядра по оси X:

$$s = v_x t = \frac{2v_x v_y}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta\cos\theta}{g}.$$

Итак, для вычисления дальности полета ядра по горизонтали нужно знать начальную скорость ядра, v_0, и угол, θ, под которым сделан выстрел.

Определяем максимальную дальность полета ядра

При каком угле выстрела θ ядро улетит на максимальное расстояние по горизонтали? Из тригонометрии известно, что $2\sin\theta\cos\theta=\sin2\theta$.

Тогда:

$$s = \frac{2v_0^2 \sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g},$$

и расстояние s будет максимальным при максимальном значении $\sin2\theta = 1$, т.е. при $\theta = 45°$.

В таком случае:

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(860)^2}{9{,}8} = 76 \text{ км}.$$

Совсем неплохо для пушки, подаренной на день рождения!

Глава 7

Движемся по орбитам

В этой главе...

- Постигаем равномерное вращательное движение
- Изучаем угловое ускорение
- Испытываем влияние центростремительной силы
- Учитываем перемещение, скорость и ускорение
- Движемся по орбите под действием законов Ньютона и силы гравитационного притяжения
- Поддерживаем вращение в вертикальной плоскости

Вращательное движение выполняют искусственные спутники вокруг планет, гоночные автомобили по трекам и даже пчелы вокруг ульев. В предыдущих разделах рассматривались такие характеристики прямолинейного движения, как перемещение, скорость и ускорение. В этой главе мы снова рассмотрим их, но теперь уже для вращательного движения.

Для перечисленных выше характеристик прямолинейного движения есть аналоги, характеризующие вращательное движение, а именно: угловое перемещение, угловая скорость и угловое ускорение. Как видно из их названия, роль перемещения во вращательном движении играет *угол*. Угловая скорость обозначает величину угла поворота за единицу времени, а угловое ускорение — изменение угловой скорости за единицу времени. Все, что нужно сделать, чтобы освоить премудрости вращательного движения, это взять уравнения прямолинейного движения и заменить в них одни характеристики другими: перемещение поменять на угол, скорость — на угловую скорость и ускорение — на угловое ускорение.

Держим курс: равномерное вращательное движение

Если объект движется с постоянной по величине скоростью по окружности, то такое движение называется *равномерным вращательным движением*. Примерами такого движения являются движение гоночного автомобиля по круглому треку и стрелки на циферблате часов. На рис. 7.1 показан мяч для игры в гольф, привязанный нитью к шесту и совершающий движение по окружности. Мяч совершает движение с одинаковой по величине скоростью, но с изменяющимся направлением. Потому такое движение мяча называется равномерным вращательным движением.

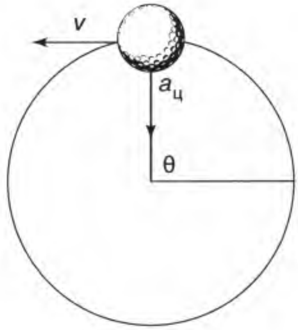


Рис. 7.1. Равномерно вращательное движение мяча, привязанного нитью к шесту

Время, которое требуется мячику (или какому-либо другому объекту), чтобы полностью обогнуть окружность, называется *периодом* и обозначается символом T. Период и линейную скорость можно легко связать, если известно пройденное расстояние, т.е. длина окружности $2\pi r$, а точнее ее радиус r. Итак, линейная скорость мячика v равна:

$$v = 2\pi r / T,$$

а период вращения T равен:

$$T = 2\pi r / v.$$

Допустим, что длина нити равна 1 м, а период вращения равен 0,5 с. Чему в таком случае будет равна линейная скорость мячика? Подставим численные значения в одно из предыдущих соотношений и получим:

$$v = 2\pi r / T = (2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}0)/(0{,}5) = 13 \text{ м/с}.$$

Итак, мячик вращается с линейной скоростью 13 м/с!

Меняем направление: центростремительное ускорение

При вращательном движении по окружности линейная скорость мячика постоянно меняет направление, как показано на рис. 7.2. Ускорение, характеризующее такое изменение скорости, называется *центростремительным* (или *центробежным*). В любой точке вращательного движения с постоянной величиной и меняющимся направлением вектор линейной скорости перпендикулярен радиусу.

ПОМНИ!

Это правило справедливо для всех объектов: вектор линейной скорости объекта, равномерно вращающегося по окружности, всегда перпендикулярен радиусу окружности.

Если в показанных на рис. 7.2 положениях нить, удерживающая мяч, оборвется, то куда полетит мяч? Если в этот момент вектор линейной скорости направлен влево, то мяч полетит влево, а если этот вектор направлен вправо, то мяч полетит вправо, и т.д. Этот, казалось бы, простой и интуитивно понятный момент часто вызывает трудности у тех, кто впервые постигает физику.

Всегда следует помнить, что вектор линейной скорости объекта, выполняющего равномерное вращательное движение, всегда направлен под прямым углом к радиусу вращения в текущей точке траектории. (В общем случае неравномерного криволинейного движения эта компонента вектора скорости, перпендикулярная радиусу вращения и касательная к траектории движения, называется *тангенциальной* компонентой, а перпендикулярная ей компонента — *нормальной* компонентой. — *Примеч. ред.*)

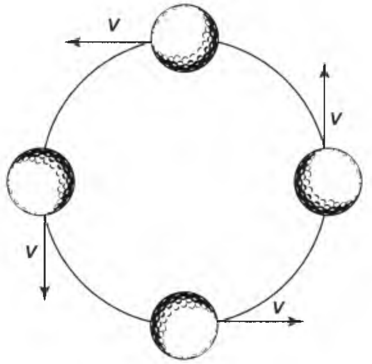


Рис. 7.2. Вектор линейной скорости объекта, совершающего равномерное вращательное движение, имеет постоянную величину и меняющееся направление

Управляем скоростью с помощью центростремительного ускорения

Особенностью равномерного вращательного движения является постоянство величины линейной скорости. Это значит, что вектор ускорения не имеет компоненты, параллельной вектору линейной скорости, поскольку в противном случае величина линейной скорости менялась бы. Однако при равномерном вращательном движении меняется только направление линейной скорости. Такое изменение линейной скорости поддерживается центростремительным ускорением, направленным к центру окружности вращения и перпендикулярно вектору линейной скорости.

В примерах на рис. 7.1 и 7.2 на мяч со стороны нити действует сила натяжения нити, которая поддерживает его движение по окружности. Именно эта сила сообщает мячу центростремительное ускорение $a_ц$, вектор которого показан на рис. 7.1. (Попробуйте раскрутить мяч с помощью привязанной к нему нити, и вы сразу же почувствуете действие этой силы со стороны нити.)

Часто возникает вопрос: если вектор ускорения мяча направлен к центру окружности, то почему мяч не движется к центру? Дело в том, что при равномерном вращательном движении это ускорение меняет только *направление*, а не величину линейной *скорости*.

Определяем величину центростремительного ускорения

Нам уже известно направление вектора центростремительного ускорения, а чему же равна его величина? Итак, величина центростремительного ускорения объекта, равномерно движущегося с линейной скоростью v по окружности с радиусом r, равна:

$$a_ц = v^2/r.$$

Как видите, величина центростремительного ускорения обратно пропорциональна радиусу окружности r и прямо пропорциональна квадрату скорости v. Поэтому не удивительно, что автомобиль на более крутых поворотах испытывает более сильное центростремительное ускорение.

Стремимся к центру: центростремительная сила

На крутых поворотах действие центростремительного ускорения обеспечивается трением шин по дороге. Какую силу нужно приложить, чтобы удержать движущийся со скоростью v автомобиль на повороте с радиусом кривизны r?

Допустим, что в примере на рис. 7.1 легкий мяч заменили на тяжелое пушечное ядро. Теперь, чтобы поддерживать движение ядра по окружности с тем же радиусом и периодом вращения, потребуется гораздо большая сила.

ПОМНИ! Дело в том, что сила $F = ma$ равна произведению ускорения a и массы m, а значит, увеличение массы объекта (замена мяча на ядро) неизбежно приводит к необходимости увеличения силы для обеспечения прежнего ускорения.

Центростремительная сила $F_ц$, необходимая для равномерного вращения по окружности с радиусом r объекта массой m с постоянной скоростью v, равна:

$$F_ц = mv^2/r.$$

С помощью этого уравнения можно легко определить силу, необходимую для равномерного вращения объекта по окружности с известной массой, скоростью и радиусом окружности.

ПОМНИ! Обратите внимание, что если объект движется по той же окружности, но с разной скоростью, то он будет испытывать разную центростремительную силу.

В примерах на рис. 7.1 и 7.2 мяч движется со скоростью $v = 13$ м/с и удерживается нитью длиной 1,0 м, т.е. в данном случае радиус окружности $r = 1$ м. Какая сила потребуется, чтобы поддерживать такое же движение для пушечного ядра с массой 10 кг? Подставляя численные значения в уже известную нам формулу, получим:

$$F_ц = mv^2/r = (10 \cdot 13^2)(1,0) = 1690 \text{ Н}.$$

Приличная сила! Остается только надеяться, что ваши руки достаточно сильны, чтобы удержать ядро.

Является ли центростремительная сила реальной силой?

Центростремительная сила не является каким-то особым типом взаимодействия. Она имеет отношение только к объекту, движущемуся по криволинейной траектории, и *необходима* для удержания объекта на данной траектории. Поэтому ее часто называют *центростремительно-необходимой* силой. Довольно часто новички считают центростремительную силу каким-то новым фундаментальным типом взаимодействия. И это понятно, поскольку известные нам силы (например, сила гравитации и сила трения) имеют вполне определенный источник, который не зависит от траектории движения. Но это совсем не так для центростремительной силы. Центростремительная сила возникает из *необходимости* удержания объекта на криволинейной траектории. Сумма всех остальных сил, действующих на объект, который движется по криволинейной траектории, должна быть равна центростремительной силе. (Если объект движется по прямолинейной траектории, а затем ему нужно изменить направление движения, то для этого придется приложить силу, равную центростремительной силе. — *Примеч. ред.*)

Вписываемся в повороты: учитываем радиус и наклон

Если вам приходилось ехать на автомобиле или велосипеде или даже бежать трусцой, то наверняка вы заметили, что в крутой поворот проще вписаться, если поверхность дороги немного наклонена внутрь поворота. Из опыта известно, что чем больше наклон, тем проще вписаться в поворот. Это объясняется тем, что в таком случае на вас действует меньшая центростремительная сила. Центростремительная сила обеспечивается силой трения о поверхность дороги. Если поверхность дороги покрыта льдом, то сила трения становится меньше и потому часто не удается вписаться в поворот на обледеневшей дороге на большой скорости.

Представьте, что автомобилю с массой 1000 кг нужно вписаться в поворот с радиусом 10 м, а коэффициент трения покоя (подробнее о нем см. главу 6) равен 0,8. (Здесь используется коэффициент трения покоя, поскольку предполагается, что шины по поверхности дороги.) Какую максимальную скорость может развить этот автомобиль без риска не вписаться в поворот. Итак, сила трения покоя шин о поверхность дороги $F_{\text{трение покоя}}$ должна обеспечивать центростремительную силу:

$$F_{\text{ц}} = mv^2/r = F_{\text{трение покоя}} = \mu_{\text{п}} mg,$$

где m — это масса автомобиля, v — его скорость, r — радиус, $\mu_{\text{п}}$ — коэффициент трения покоя, а $g = 9{,}8$ м/с^2 — ускорение свободного падения под действием силы гравитации. Отсюда легко находим скорость:

$$v = \sqrt{\mu_n gr}.$$

(Обратите внимание, что максимальная безопасная скорость прохождения поворота не зависит от массы автомобиля. — *Примеч. ред.*)

Это выражение выглядит очень просто, а после подстановки в него численных значений получим:

$$v = \sqrt{\mu_n gr} = \sqrt{0{,}8 \times 9{,}8 \times 10{,}0} = 8{,}9 \text{ м/с}^2.$$

Итак, максимальная скорость безопасного проезда при таком повороте равна 8,9 м/с. Пересчитаем в единицы "км/ч", в которых скорость указана на спидометре, и сравним. Получается, что 8,9 м/с = 32 км/ч, а на спидометре всего 29 км/ч. Прекрасно, но далеко не все водители умеют так быстро рассчитывать безопасную скорость прохождения поворотов. Поэтому конструкторы дорог часто строят повороты с наклоном внутрь, чтобы обеспечить центростремительное ускорение не только за счет силы трения, но и за счет горизонтальной компоненты силы гравитации.

На рис. 7.3 показан пример поворота дороги с некоторым наклоном под углом θ к горизонтали. Предположим, что конструкторы решили *полностью* обеспечить центростремительное ускорение *только* за счет горизонтальной компоненты силы гравитации (т.е. без учета силы трения) $F_{\text{н}}\sin\theta$, где $F_{\text{н}}$ — это нормальная сила (подробнее о ней см. в главе 6). Тогда:

$$F_{\text{ц}} = mv^2/r = F_{\text{н}}\sin\theta.$$

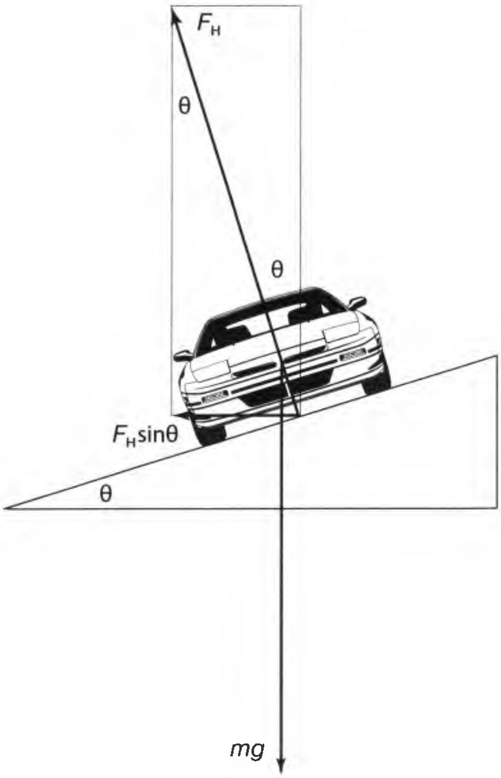


Рис. 7.3. Силы, действующие на автомобиль на наклонном повороте дороги

В вертикальном направлении на автомобиль действует сила гравитации mg, которая уравновешивается вертикальной компонентой нормальной силы $F_н\cos\theta$:

$$F_н\cos\theta = mg$$

или, иначе выражая это соотношение, получим:

$$F_н = mg/\cos\theta.$$

Подставляя это выражение в прежнее соотношение между центростремительной силой и нормальной силой, получим:

$$F_ц = mv^2/r = F_н\sin\theta = (mg/\cos\theta)\sin\theta = mg(\sin\theta/\cos\theta).$$

Поскольку $\sin\theta/\cos\theta = \mathrm{tg}\,\theta$ то

$$F_ц = mv^2/r = F_н\sin\theta = mg(\sin\theta/\cos\theta) = mg\,\mathrm{tg}\,\theta.$$

Отсюда легко получаем, что угол наклона поворота дороги θ равен:

$$\theta = \mathrm{arctg}(v^2/gr).$$

Именно это уравнение используют инженеры при проектировании дорог. Обратите внимание, что масса автомобиля не влияет на величину угла, при котором центростремительная сила полностью обеспечивается только горизонтальной компонентой нормальной силы. Попробуем теперь определить величину угла наклона поворота с радиусом 200 м для автомобиля, движущегося со скоростью 100 км/ч или 27,8 м/с:

$$\theta = \mathrm{arctg}(v^2/(gr)) = \mathrm{arctg}(27{,}8^2/(9{,}8 \cdot 200)) = 22°.$$

Для обеспечения безопасного движения автомобиля со скоростью 100 км/ч в повороте с радиусом 200 м без учета силы трения, инженеры должны создать наклон около 22°. Отлично, из вас может получиться неплохой инженер-конструктор автомагистралей!

Вращательное движение: перемещение, скорость и ускорение

Если вы привыкли решать задачи о прямолинейном движении типа “некто движется из пункта А в пункт Б”, то задачи о вращательном движении можно формулировать аналогично, но для этого нужно приобрести некоторый опыт. На рис. 7.1 мяч движется криволинейно по окружности, а не прямолинейно по линии. Это движение можно было бы описать как комбинацию прямолинейных движений с координатами X и Y. Однако гораздо удобнее характеризовать его иначе, а именно как вращательное движение с одной координатой θ. В данном примере вращательного движения перемещение можно характеризовать углом θ так же, как в прямолинейном движении перемещение характеризуется расстоянием s. (Более подробно перемещение при прямолинейном движении описывается в главе 3.)

Стандартной единицей измерения перемещения при вращательном движении является *радиан* (рад), а не градус. Полная окружность охватывает угол величиной 2π радиан, что равно 360°. Соответственно, половина окружности охватывает угол величиной π радиан, а четверть окружности — $\pi/2$.

Как преобразуются величины углов из градусов в радианы и обратно? Достаточно определить, сколько радиан приходится на один градус, т.е. вычислить отношение $2\pi/360°$. Например, величина угла 45° в радианах равна:

$$45°\frac{2\pi}{360°} = \frac{\pi}{4}.$$

Аналогично, для преобразования величины угла из радианов в градусы следует определить, сколько градусов приходится на один радиан, т.е. вычислить отношение $360°/2\pi$. Например, величина угла $\pi/2$ в градусах равна:

$$\pi/2\frac{360°}{2\pi} = 90°.$$

Формулировка вращательного движения в терминах прямолинейного движения очень удобна. Напомним основные формулы прямолинейного движения, которые подробно описываются в главе 3:

$$v = \Delta s/\Delta t,$$

$$a = \Delta v/\Delta t,$$

$$s = v_0(t_1 - t_0) + \mathrm{S}a(t_1 - t_0)^2,$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as.$$

Теперь для вывода аналогичных основных формул вращательного движения достаточно в формулах прямолинейного движения вместо расстояния s, которое характеризует прямолинейное перемещение, подставить угол θ, который характеризует *угловое перемещение*. А как определяется угловая скорость? Очень просто. Угловая скорость ω определяется аналогично, как изменение угла за единицу времени, и равна количеству радианов, пройденных за секунду:

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t.$$

Обратите внимание, как похоже это выражение для угловой скорости на выражение для линейной скорости:

$$v = \Delta s/\Delta t.$$

Давайте теперь вычислим угловую скорость мяча на рис. 7.1. Он совершает полный круг, охватывающий 2π радиан, за 1/2 с, а значит, его угловая скорость равна:

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t = (2\pi\,\text{рад})\cdot(1/2\ \text{с}) = 4\pi\,\text{рад/с} = 4\pi\,\text{с}^{-1}.$$

(Величина угла, выраженная в радианах, равна отношению длины дуги окружности к длине ее радиуса. Поэтому радиан — это *безразмерная* величина, и ее обозначение (рад) часто опускается. Соответственно, угловую скорость принято указывать “в обратных секундах” как с^{-1}, т.е. без указания единицы измерения углов. — *Примеч. ред.*)

Угловое ускорение α определяется аналогично линейному ускорению:

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t.$$

Оно определяется как изменение угловой скорости за единицу времени и измеряется в радианах на секунду в квадрате. Если скорость за 2 с изменилась от величины $4\pi\,\text{с}^{-1}$ до величины $8\pi\,\text{с}^{-1}$, то чему равно угловое ускорение? Подставим эти численные значения в предыдущую формулу и получим:

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t = (8\pi - 4\pi)/2 = 4\pi/2 = 2\pi\,\text{с}^{-2}.$$

Итак, для описания вращательного движения у нас есть следующие аналоги: для линейного перемещения s — угловое перемещение θ, для линейной скорости v — угловая скорость ω и для линейного ускорения a — угловое ускорение α.

На основании этой аналогии можно легко вывести основные формулы вращательного движения (подобно основным формулам прямолинейного движения, которые подробно описываются в главе 3):

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t,$$

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t,$$

$$\theta = \omega_0(t_1 - t_0) + \text{S}\alpha(t_1 - t_0)^2,$$

$$\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta.$$

Более подробно эти выражения рассматриваются далее в главе 10 при описании момента импульса и момента силы.

Бросаем яблоко: закон всемирного тяготения Ньютона

Чтобы проводить опыты с вращательным движением, необязательно привязывать мячики к нитям и вращать их вокруг себя. Например, Луне совсем не нужны никакие нити, чтобы вращаться вокруг Земли. А дело в том, что необходимую центростремительную силу, вместо силы натяжения нити, обеспечивает *сила гравитационного притяжения*.

Один из важнейших законов физики, а именно закон всемирного тяготения, вывел еще сэр Исаак Ньютон. Согласно этому закону любые два тела притягиваются друг к другу с некоторой силой. Величина этой силы притяжения между телами с массами m_1 и m_2, которые находятся на расстоянии r друг от друга, равна:

$$F = (Gm_1m_2)/r^2,$$

где G — это константа, равная $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Нм²/кг².

Благодаря этому уравнению можно легко вычислить силу гравитационного притяжения между двумя телами. Например, какова сила гравитационного притяжения между Землей и Солнцем? Солнце имеет массу около $1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг, Земля — $5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг, а расстояние между ними равно $1{,}50 \cdot 10^{11}$ м. Подставляя эти числа в закон всемирного тяготения Ньютона, получим:

$$F = (Gm_1m_2)/r^2 = ((6{,}67 \cdot 10^{-11})(1{,}99 \cdot 10^{30})(5{,}97 \cdot 10^{24}))/(1{,}50 \cdot 10^{11})^2 = 3{,}52 \cdot 10^{22}\ \text{Н}.$$

Историческая яблоня

Как известно, яблоко упало на голову Исаака Ньютона, и он открыл закон всемирного тяготения. Неужели это так и было? Правда ли, что какое-то падающее яблоко натолкнуло его на верную мысль или, по крайней мере, привлекло внимание Ньютона к данной теме? Согласно последним историческим исследованиям, весьма маловероятно, что именно падение яблока на голову великого ученого вдохновило его. Скорее всего, глядя в окно на падающие яблоки в саду, он нашел еще один пример всемирного тяготения. Историки до сих пор спорят, какое именно дерево является "яблоней Ньютона". Сотрудники поместья матери Ньютона в Вулсторпе возле Грантхэма в Линкольншире (Великобритания) утверждают, в ее семейном саду до сих пор сохранились потомки "яблони Ньютона".

Возвращаясь с небес на грешную землю, давайте вычислим силу притяжения между двумя влюбленными на парковой скамейке. Какой величины может быть сила гравитационного притяжения между ними, если, едва встретившись, они обнимают друг друга все сильнее и сильнее? Допустим, что они весят по 75 кг и находятся на расстоянии не больше полуметра. Подставляя эти значения в уже известную нам формулу, получим:

$$F = (Gm_1m_2)/r^2 = ((6{,}67 \cdot 10^{-11})(75)(75))/(0{,}5)^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{Н}.$$

Ничтожная сила в несколько миллионных долей ньютона!

Вычисляем силу гравитационного притяжения на поверхности Земли

Описанное выше уравнение $F = (Gm_1m_2)/r^2$ для силы гравитационного притяжения справедливо независимо от расстояния между двумя массивными телами. В обыденных ситуациях часто приходится иметь дело с небольшими (по сравнению с размерами Земли) объектами на поверхности Земли, т.е. на фиксированном расстоянии между центром Земли и центром небольшого объекта. Силу гравитационного притяжения (или силу тяжести), действующую на небольшой объект, часто называют весом. Вес F_g равен произведению массы m на ускорение свободного падения g, т.е. $F_g = mg$. Массу измеряют в граммах, килограммах, центнерах, каратах и т.д., а вес — в динах, ньютонах и даже фунт-силах.

Попробуем вычислить ускорение свободного падения на поверхности Земли, пользуясь законом всемирного тяготения. Формула веса тела с массой m_1 нам известна:

$$F_g = m_1 g.$$

Она создается силой гравитационного притяжения между этим телом и Землей и равна этой силе:

$$F_g = m_1 g = (G m_1 m_2)/r^2.$$

Здесь r — это радиус Земли, равный $6{,}38 \cdot 10^6$ м, а m_2 — ее масса, равная $5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг. Сокращая массу тела m_1 в обеих половинах предыдущего равенства, получим:

$$g = (G m_2)/r^2.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$g = (G m_2)/r^2 = ((6{,}67 \cdot 10^{-11})(5{,}97 \cdot 10^{24}))/(6{,}38 \cdot 10^6)^2 = 9{,}8 \text{ м/с}^2.$$

Так, благодаря закону всемирного тяготения Ньютона мы смогли вычислить значение ускорения свободного падения, уже известное нам из прежних глав. Как видите, для этого нам потребовались значения константы всемирного тяготения G, радиуса Земли r и ее массы m_2. (Конечно, значение ускорения свободного падения g можно определить экспериментально, измеряя время падения предмета с известной высоты. Но, согласитесь, гораздо интересней использовать последнюю формулу, для применения которой потребуется экспериментально измерить... радиус и массу Земли. Шутка!)

Исследуем орбитальное движение с помощью закона всемирного тяготения

Небесные тела в космическом пространстве из-за силы гравитационного притяжения вращаются друг относительно друга: спутники — вокруг своих планет (как Луна — вокруг Земли), планеты — вокруг звезд (как Земля — вокруг Солнца в Солнечной системе), а звезды — вокруг центра Галактики (как Солнце — вокруг центра нашей галактики, т.е. Млечного пути), а Галактика — вокруг местной группы галактик (как Млечный путь — вокруг нашей Местной группы галактик). Во всех этих случаях тела удерживаются центростремительной силой, которую обеспечивает сила гравитации. Как показано ниже, такая центростремительная сила несколько отличается от той, которая известна нам по прежнему примеру с вращающимся на нитке мячом для игры в гольф. В следующих разделах рассматриваются широко известные законы вращения тел под действием силы гравитационного притяжения, так называемые законы Кеплера, т.е. соотношения между параметрами вращательного движения: периодами вращения, радиусами и площадями орбит вращения.

Вычисляем скорость спутника

Чему равна скорость спутника, вращающегося вокруг планеты по орбите с постоянным радиусом? Ее можно легко определить, приравнивая центростремительную силу:

$$F_ц = (m_1 v^2)/r$$

и силу гравитации:

$$F_g = (Gm_1m_2)/r^2.$$

В итоге получаем:

$$F_ц = (m_1v^2)/r = F_g = (Gm_1m_2)/r^2.$$

После простых алгебраических операций получим следующее выражение для скорости вращения:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_2}{r}}.$$

Это уравнение определяет скорость вращения спутника по постоянной орбите независимо от его происхождения, будь-то искусственный спутник Земли, как рукотворный космический корабль на постоянной орбите, или естественный спутник Земли, как Луна.

Подсчитаем скорость вращения искусственного спутника Земли, вращающегося вокруг Земли. Для этого нужно в предыдущую формулу подставить массу Земли и расстояние от космического орбитального спутника до центра Земли.

Рукотворные спутники Земли обычно вращаются на высоте около 640 км, а радиус Земли, как известно, равен $6{,}38 \cdot 10^6$ м. Можно считать, что искусственные спутники вращаются на круговой орбите с радиусом около $7{,}02 \cdot 10^6$ м. Подставляя это и другие известные нам численные значения в предыдущую формулу, получим:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_2}{r}} = \sqrt{\frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11})(5{,}98 \cdot 10^{24})}{7{,}02 \cdot 10^6}} = 7{,}53 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

В этом месте нужно сделать несколько важных замечаний.

Значение $7{,}02 \cdot 10^6$ м в знаменателе обозначает расстояние от спутника до *центра* Земли, а не расстояние от спутника до поверхности Земли, равное 640 км. Помните, что в законе всемирного тяготения под расстоянием между телами подразумевается расстояние между их центрами масс, а не между их поверхностями.

В данном примере предполагается, что космический корабль находится достаточно высоко и не испытывает влияние атмосферы, например силу трения от соприкосновения с ней. На самом деле это не так. Даже на такой большой высоте как 640 км, космический корабль теряет скорость, вследствие трения в разреженных слоях атмосферы. В результате его скорость уменьшается, а сам корабль постепенно снижается. (Более подробно об этом рассказывается ниже.)

Движение искусственного спутника вокруг Земли можно рассматривать как “вечное” падение. От фактического падения его “удерживает” только то, что вектор скорости всегда направлен перпендикулярно радиусу окружности вращения. Действительно, именно из-за такого “вечного” падения космонавты испытывают чувство невесомости. Дело в том, что космонавты и их космический корабль “вечно” падают по касательной к орбите вращения вокруг Земли, но при этом нисколько не приближаются к Земле.

В практических целях часто важнее знать период обращения искусственного спутника, а не его скорость. Это нужно, например, в ситуации, когда требуется определить момент выхода на связь с космическим кораблем.

Вычисляем период обращения спутника

Периодом обращения спутника называется время, которое необходимо ему, чтобы совершить полный цикл вращательного движения по орбите. Если нам известна орбитальная скорость движения v спутника по окружности с радиусом r (см. предыдущий раздел), то можно легко и просто вычислить период обращения T. За период обращения спутник преодолевает расстояние, равное длине окружности $2\pi r$. Это значит, что орбитальная скорость v спутника равна $2\pi r/T$. Приравнивая это соотношение и полученное ранее выражение для орбитальной скорости

$$v = \sqrt{\frac{Gm_2}{r}},$$

где m — масса Земли, получим:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_2}{r}} = \frac{2\pi r}{T}.$$

Отсюда легко получить следующее выражение для периода обращения спутника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{Gm}}.$$

А на какой высоте должен находиться спутник, чтобы вращаться с периодом обращения Земли вокруг своей оси, равным 24 часам или 86400 с? Это вовсе не праздный вопрос. Такие спутники действительно существуют и используются для обеспечения непрерывной связи в данном регионе. Действительно, ведь, обращаясь вокруг Земли с тем же периодом, что и Земля, спутник на такой геостационарной орбите постоянно находится над одной и той же точкой поверхности Земли. Несколько таких спутников образуют систему глобального позиционирования. Итак, с помощью предыдущей формулы вычислим радиус окружности вращения спутника на стационарной орбите:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GmT^2}{4\pi^2}}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GmT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67\cdot 10^{-11})(5{,}98\cdot 10^{24})(8{,}64\cdot 10^4)^2}{4\pi^2}} = 4{,}23\cdot 10^7 \text{ м}.$$

Отнимая от этой величины $4{,}23\cdot 10^7$ м, значение радиуса Земли, равное $6{,}38\cdot 10^6$ м, получим приблизительно $3{,}59\cdot 10^7$ м, т.е. около 35900 км. Именно на таком расстоянии от Земли вращаются спутники глобальной системы позиционирования.

На практике спутники на геостационарной орбите все же теряют скорость из-за взаимодействия с магнитным полем Земли (подробнее о магнитном поле рассказывается в следующих главах). Поэтому спутники оборудованы небольшими двигателями для корректировки их положения на геостационарной орбите.

Вращаемся вдоль вертикальной плоскости

Наверняка вам приходилось наблюдать, как отважные мотоциклисты, велосипедисты или скейтбордисты вращаются внутри круглого трека, расположенного в вертикальной плоскости. Почему сила тяжести не опрокидывает их в самой верхней точке, где они находятся вверх ногами? Как быстро им нужно двигаться, чтобы сила гравитации не превышала центростремительной силы?

Рассмотрим эту ситуацию подробнее с помощью схемы на рис. 7.4. Для простоты предположим, что вместо отважных спортсменов маленький мячик совершает движение по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. Итак, предыдущий вопрос формулируется следующим образом: "Какой *минимальной* скоростью должен обладать мячик, чтобы совершить полный цикл движения по вертикально расположенной окружности?". Какому основному условию должно отвечать движение мячика, чтобы он совершил полный цикл движения по такой окружности и не упал в самой верхней точке?

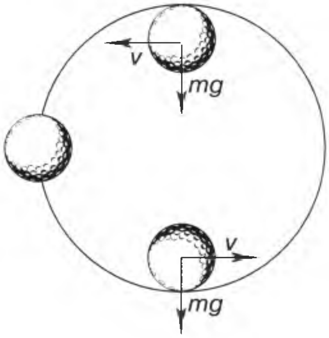


Рис. 7.4. Мячик, совершающий полный цикл движения по вертикально расположенной окружности

Для прохождения самой верхней точки без падения мячик должен обладать минимальной скоростью, достаточной для создания такой центростремительной силы, которая была бы не меньше силы гравитации.

При таких условиях нормальная сила со стороны трека будет равна нулю, а *единственной* силой, которая будет удерживать объект на окружности, является сила гравитации. Поскольку центростремительная сила равна:

$$F_{ц} = mv^2/r,$$

а сила гравитации равна:

$$F_g = mg,$$

то, приравнивая их, получим:

$$mv^2/r = mg.$$

Отсюда получим выражение для минимально необходимой скорости для безопасного движения по окружности, расположенной в вертикальной плоскости:

$$v = \sqrt{rg}.$$

Обратите внимание, что на величину минимально необходимой скорости для безопасного движения объекта по окружности, расположенной в вертикальной плоскости, не влияет масса объекта, будь-то мячик, мотоцикл или гоночный автомобиль.

Любой объект, движущийся с меньшей скоростью, в самой верхней точке трека неизбежно отклонится от траектории движения по окружности и упадет. Давайте вычислим величину минимально необходимой скорости для безопасного движения по окружности с радиусом 20 м. Подставляя численные значения в предыдущую формулу, получим:

$$v = \sqrt{rg} = \sqrt{(20)(9{,}8)} = 14 \text{ м/с}.$$

Итак, для безопасного движения по окружности с радиусом 20 м объект (мячик, мотоцикл или гоночный автомобиль) должен иметь скорость не менее 14 м/с, т.е. около 50 км/ч.

Учтите, что для безопасного движения по окружности такую минимальную скорость объект должен иметь в самой *верхней* точке! Для того чтобы развить такую скорость в верхней точке, объекту в нижней точке нужно иметь гораздо большую скорость. Действительно, ведь чтобы добраться до верхней точки объекту придется какое-то время преодолевать силу гравитации с неизбежной потерей скорости.

Возникает вопрос: какую минимальную скорость в *нижней* точке должен иметь объект для безопасного движения по такой окружности? Подробный ответ на этот вопрос будет дан в части III этой книги, в которой рассматриваются такие понятия, как "кинетическая энергия", "потенциальная энергия" и "преобразование энергии из одной формы в другую".

Часть III

Обращаем работу в энергию и наоборот

В этой части . . .

Если автомобиль находится на вершине горы, то в таком случае говорят, что он обладает некоторой потенциальной энергией. Если отпустить тормоза и позволить автомобилю скатиться вниз, то в таком случае говорят, что автомобиль приобретает некоторую кинетическую энергию. В этой части описываются разные формы энергии и способы их превращения друг в друга. Благодаря понятию "энергия" удается решать такие задачи, которые невозможно решить, зная только законы Ньютона.

Глава 8

Выполняем работу

В этой главе...

- Приглядываемся к работе силы
- Изучаем отрицательную работу
- Оцениваем кинетическую энергию
- Приобретаем потенциальную энергию
- Постигаем консервативные и неконсервативные силы
- Вычисляем механическую энергию и мощность

С работой в обыденном смысле мы сталкиваемся всякий раз, например, когда приходится решать задачи по физике. Нужно брать книги, калькулятор, бумагу с ручкой, а потом потеть и корпеть над задачей. После получения решения мы выполнили вполне определенную работу, но... совсем не в том смысле, в котором термин "работа" определяется в физике.

В физике работой называется произведение прилагаемой силы и перемещения, выполняемого этой силой. Помимо понятия "работа" в этой главе рассматриваются связанные с ней понятия потенциальной и кинетической энергии, консервативной и неконсервативной силы, а также механической энергии и мощности. Пора приступать к... работе!

Работа: не совсем то, о чем вы подумали

Итак, *работа* W — это произведение прилагаемой силы $\mathbf{F}$ и перемещения $\mathbf{s}$, выполняемого этой силой. Точнее говоря речь идет о проекции прилагаемой силы на направление перемещения, т.е. $W = Fs\cos\theta$, где θ — угол между векторами силы $\mathbf{F}$ и перемещения $\mathbf{s}$. С точки зрения физика, работа равна произведению компоненты силы в направлении перемещения и величины перемещения.

Прежде чем переходить к подробному рассмотрению особенностей работы, познакомимся с единицами измерения работы в разных системах единиц измерения.

Работаем в разных системах единиц измерения

Работа является скалярной, а не векторной величиной, т.е. она имеет величину, но не имеет направления (подробнее скаляры и векторы рассматриваются в главе 4). Согласно формуле $W = Fs\cos\theta$, работа измеряется в единицах "Н·м" в системе СИ или в единицах "г·см^2/с^2" — в системе СГС. Но с такими единицами не очень удобно работать, и физики для измерения работы используют специальную единицу измерения — *джоуль* (или сокращенно Дж) в системе СИ. Иначе говоря, в системе СИ 1 Дж = 1 Н · 1 м.

В системе СГС работа измеряется в единицах "г·см^2/с^2". Вместо нее для удобства физики также используют специальную единицу измерения — *эрг* (неплохое название для единицы работы, поскольку очень похоже на энергичное междометие, произнесенное во время подъема тяжелого груза). Иначе говоря, 1 эрг = 1 дин · 1 см. В системе фут-фунт-секунда работа измеряется в единицах "фунт-фут". (Эти системы единиц подробно описываются в главе 2.)

Толкаем груз

Не такая уж и легкая работа — держать тяжелый груз, например большие гантели, на вытянутых вверх руках. Однако с точки зрения физики, несмотря на приложенную силу, здесь нет никакого перемещения, а значит, нет и работы. Хотя с точки зрения биологии здесь выполняется огромная работа, но с точки зрения физики работы нет, если нет перемещения. Даже с точки зрения химии наше тело поставляет огромное количество энергии нашим мышцам для удержания груза. Но, несмотря на очевидную физическую усталость, работа с точки зрения физики не выполняется.

Для работы необходимо движение. Представьте, что вы нашли огромный слиток золота и толкаете его домой, как показано на рис. 8.1. Какую работу придется при этом выполнить? Во-первых, нужно определить силу, которую нужно приложить к слитку.

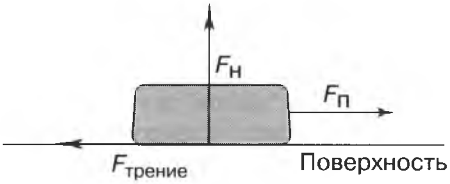


Рис. 8.1. Для перемещения этого слитка золота нужно выполнить работу для преодоления силы трения

Пусть коэффициент трения скольжения, $\mu_с$ (подробнее об этом см. главу 6), между поверхностями слитка и дороги равен 0,25, а слиток имеет массу 1000 кг. Итак, какую силу нужно приложить к слитку, чтобы поддерживать его движение вопреки силе трения скольжения $F_{трение}$? Начнем поиск ответа на этот вопрос со следующей формулы, известной нам из главы 6:

$$F_{трение} = \mu_с F_н,$$

где $F_н$ — это нормальная сила.

Предполагая, что поверхность дороги абсолютно плоская, получим, что нормальная сила $F_н$ равна произведению массы слитка m на ускорение свободного падения g под действием силы гравитационного притяжения (силы тяжести) между слитком и Землей:

$$F_{трение} = \mu_с F_н = \mu_с mg.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$F_{трение} = \mu_с F_н = \mu_с mg = (0{,}25)(1000)(9{,}8) = 2450 \text{ Н}.$$

Итак, для преодоления силы кинетического трения нужно приложить силу 2450 Н. Допустим, что длина пути до вашего дома равна 3 км. Какую работу придется проделать, чтобы дотолкать этот слиток золота домой? Поскольку угол θ между направлением прилагаемой силы **F** и перемещением **s**, выполняемым под действием этой силы, равен нулю, то формула работы $W = Fs\cos\theta$ упрощается, поскольку $\cos\theta = 1$. Подставляя численные значения, получим:

$$W = Fs\cos\theta = Fs = (2450)(3000) = 7{,}35 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Итак, потребуется выполнить работу, равную $7{,}35 \cdot 10^6$ Дж, чтобы дотолкать этот слиток золота домой. Насколько это много? Чтобы поднять груз массой 1 кг на высоту 1 м, требуется выполнить работу около 9,8 Дж. Теперь понятно: чтобы дотолкать слиток золота домой, потребуется выполнить приблизительно в 750 тыс. раз бóльшую работу.

Работу измеряют также в калориях (или сокращенно кал), причем 1 кал = 4,186 Дж. Эту единицу измерения используют также для измерения энергии, и ее часто можно встретить на упаковках продуктов питания. Так вот, чтобы дотолкать слиток золота домой, вам потребуется потратить $1{,}755 \cdot 10^6$ калорий, или 1755 Ккал (т.е. килокалорий, где 1 килокалория = 1 Ккал). Забегая вперед, скажем, что в электротехнике для измерения работы и энергии используется единица "киловатт·час" (кВт·ч), которая равна $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж. Итак, для выполнения этой работы потребуется около 2 кВт·ч. (Более подробно эти и другие единицы измерения описываются в конце этой главы и в главе 13.)

Тянем груз под углом

А может, попробовать не толкать, а тянуть слиток золота с помощью веревки, как показано на рис. 8.2?

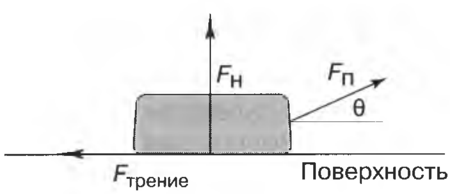


Рис. 8.2. Для расчета этой работы потребуется учесть все компоненты силы натяжения веревки

Поскольку веревка направлена под углом θ к направлению перемещения, то нам для вычисления работы придется использовать формулу:

$$W = F_{\text{натяжение}} s\cos\theta,$$

где $F_{\text{натяжение}}$ — это сила натяжения веревки.

Допустим, что нить привязана к центру слитка. Поскольку вертикальная компонента силы натяжения веревки $F_{\text{натяжение}}\sin\theta$ направлена вверх, то она частично компенсирует нормальную силу. В конечном итоге вертикальная компонента силы натяжения веревки $F_{\text{натяжение}}\sin\theta$ уменьшает силу трения:

$$F_{\text{трение}} = \mu_c(F_{\text{н}} - F_{\text{натяжение}}\sin\theta) = \mu_c mg - \mu_c F_{\text{натяжение}}\sin\theta.$$

Для перемещения слитка в данном случае горизонтальная компонента силы натяжения $F_{натяжение}\cos\theta$ должна компенсировать силу трения:

$$F_{натяжение}\cos\theta = F_{трение}.$$

Из двух последних соотношений получаем, что:

$$\mu_c mg - \mu_c F_{натяжение}\sin\theta = F_{натяжение}\cos\theta.$$

и необходимая сила натяжения веревки равна:

$$F_{натяжение} = \frac{\mu_c mg}{\mu_c \sin\theta + \cos\theta}.$$

В предыдущем примере (где прилагаемая сила не имела наклона) прилагаемая сила компенсировала силу трения $F_{натяжение(прежнее)} = \mu_c mg$ и была равна 2450 Н.

Следовательно, теперь необходимая сила натяжения веревки равна:

$$F_{натяжение} = \frac{\mu_c mg}{\mu_c \sin\theta + \cos\theta} = \frac{2450\ \text{Н}}{\mu_c \sin\theta + \cos\theta} = \frac{2450\ \text{Н}}{0{,}25 \cdot \sin 10^\circ + \cos 10^\circ} =$$

$$= \frac{2450\ \text{Н}}{0{,}25 \cdot 0{,}17 + 0{,}99} = 2383\,\text{Н}.$$

(Обратите внимание на следующие интересные особенности использования веревки, которую тянут под углом к горизонтали. Во-первых, при наклоне 10° потребуется приложить *меньшую* силу, чем при толкании слитка без наклона. Во-вторых, минимальное значение силы натяжения веревки достигается при максимальном значении знаменателя $\mu_c\sin\theta + \cos\theta$, когда $\mu_c = \operatorname{tg}\theta$, т.е. для $\mu_c = 0{,}25$ при угле $\theta \approx 14^\circ$, а сама минимальная сила натяжения веревки равна 2376 Н. — *Примеч. ред.*)

Выполняем отрицательную работу

Представьте себе, что вы купили огромный телевизор массой 100 кг, вам нужно поднять его с пола и занести его наверх по ступенькам, поднимая приблизительно на высоту около 0,5 м. Какую работу нужно выполнить, если предполагается, что ее придется выполнять для преодоления силы тяжести $F = mg$, где m — это масса телевизора, а g — ускорение свободного падения?

В таком случае работа равна:

$$W_1 = Fs\cos\theta = 100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}0 = 490\ \text{Дж}.$$

Допустим, что груз оказался слишком тяжелым (не удивительно, ведь телевизор весит 100 кг!) и его пришлось опустить снова на пол. Какую работу нужно выполнить, чтобы опустить телевизор? Верите или нет, но эта работа будет *отрицательной*! Действительно, теперь вектор силы направлен противоположно вектору перемещения, т.е. угол между этими векторами $\theta = 180^\circ$, а $\cos 180^\circ = -1$.

Поэтому в этом случае работа равна:

$$W_2 = Fs\cos\theta = 100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot (-1{,}0) = -490\ \text{Дж}.$$

Общая работа $W = W_1 + W_2 = 0$. Нулевая работа? Да, с точки зрения физики общая работа в этом случае равна нулю.

Если компонента вектора силы направлена в том же направлении, что и компонента вектора перемещения, то работа будет положительной. А если они направлены в противоположные стороны, то работа будет отрицательной.

Получаем компенсацию в виде кинетической энергии

Если сила, приложенная к объекту, больше силы сопротивления, например силы трения или силы тяжести, то результирующая сила приводит объект в движение. Соответствующая работа этой силы приводит к увеличению скорости объекта, т.е. увеличению его энергии движения или, иначе говоря — *кинетической энергии*. Здесь кинетической энергией называется способность объекта совершать некую работу за счет энергии его движения.

Представьте себе мячик для игры в гольф, который движется по окружности, как показано на рис. 8.3. Причем в самой нижней точке траектории скорость мячика максимальна, а в самой верхней точке — минимальна, например равна нулю. С точки зрения физики в самой нижней точке траектории мячик имеет большую кинетическую энергию, чем в самой верхней точке, где она равна нулю. Куда пропадает и откуда снова берется кинетическая энергия при периодическом вращательном движении по этой траектории?

На самом деле энергия никуда не пропадает и ниоткуда не берется. Она просто переходит из одной формы в другую. В самой высокой точке энергия переходит из кинетической формы в потенциальную, а в самой нижней — наоборот, из потенциальной формы в кинетическую. *Потенциальной энергией* называется способность объекта совершить работу при изменении его координат под действием силы, т.е. в данном случае при перемещении вниз под действием силы тяжести. (Более подробно потенциальная энергия описывается далее в этой главе.)

Допустим, что в самой нижней точке траектории мячик имеет кинетическую энергию 20 Дж. В самой верхней точке кинетическая энергия равна 0 Дж. В таких случаях говорят, что 20 Дж кинетической энергии преобразуется в 20 Дж потенциальной энергии. А в самой нижней точке наоборот: 20 Дж потенциальной энергии преобразуется в 20 Дж кинетической энергии. Такое взаимное превращение энергии из одной формы в другую без потерь называется *законом сохранения энергии*. (Более подробно он описывается далее.)

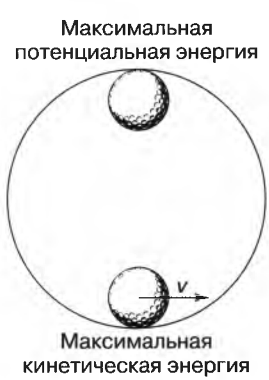


Рис. 8.3. Мячик, движущийся без трения по окружности, имеет одинаковую полную энергию в самой низкой и самой высокой точке

А что происходит с кинетической энергией при наличии силы трения, как в предыдущем примере со слитком на горизонтальной плоскости? Если на движущийся слиток не действует никакая движущая сила, то его скорость постепенно уменьшается. Дело в том, что его кинетическая энергия рассеивается на нагрев соприкасающихся поверхностей объекта и плоскости.

Итак, после предварительного знакомства с превращениями энергии попробуем подсчитать ее величину.

Запоминаем формулу кинетической энергии

Работа по ускорению объекта тратится на увеличение его скорости или, как говорят физики, на увеличение кинетической энергии:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Кинетическую энергию K можно легко вычислить, зная массу m и скорость v объекта.

Как получить связь между кинетической энергией и работой? Как известно, связь между силой и ускорением имеет вид:

$$F = ma.$$

Работа силы при перемещении объекта равна:

$$W = Fs\cos\theta.$$

Предположим, что сила прилагается в том же направлении, в котором происходит перемещение объекта ($\cos\theta=1$), то есть:

$$W = Fs\cos\theta = Fs = mas.$$

Из главы 3 нам известно следующее соотношение между начальной v_1 и конечной v_2 скоростями объекта, перемещающегося с ускорением a на расстояние s:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as.$$

Иначе говоря, получаем:

$$a = (v_2^2 - v_1^2)/2s.$$

Подставляя это соотношение для ускорения в формулу для работы, получим:

$$W = mas = m(v_2^2 - v_1^2)/2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1.$$

Используем соотношение для кинетической энергии

Попробуем определить кинетическую энергию пули с массой 10 г, которая вылетает из ствола пистолета со скоростью 600 м/с. Зная формулу кинетической энергии, подставим в нее численные значения (не забудьте преобразовать 10 грамм в 0,01 килограмма) и получим:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot 600^2 = 1800 \text{ Дж}.$$

Маленькая пуля массой всего 10 г обладает очень большой энергией 1800 Дж.

Выражение для кинетической энергии можно применять для вычисления скорости, приобретенной объектом после выполнения некоторой работы по его ускорению. Предположим, что вы находитесь в космическом корабле на околоземной орбите и должны запустить искусственный спутник. Нужно открыть створки грузового отсека вашего космического корабля, выгрузить спутник массой 1000 кг и выполнить работу, прилагая силу 2000 Н на расстоянии 1 м. Какую скорость приобретет спутник в результате этой работы?

Как известно, работа определяется следующей формулой:

$$W = Fs\cos\theta.$$

Поскольку сила прилагается в том же направлении, в котором происходит перемещение спутника ($\cos\theta = 1$), то:

$$W = Fs\cos\theta = Fs.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$W = Fs = 2000 \cdot 1 = 2000 \text{ Дж}.$$

Эта работа приводит к разгону спутника, т.е. работа преобразуется в кинетическую энергию спутника:

$$W = Fs = \text{K} = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

Отсюда легко можно определить искомую скорость спутника:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000}{1000}} = 2 \text{ м/с}.$$

Такой будет скорость спутника относительно космического корабля.

Учтите, что работа может иметь и отрицательный знак, если, например, нужно затормозить движущийся спутник. Действительно, для этого придется приложить силу, направленную против перемещения. В этом случае приращение кинетической энергии спутника также будет иметь отрицательную величину.

В этом примере мы учли только одну силу, а в реальном мире на любой объект действует сразу несколько сил.

Вычисляем кинетическую энергию объекта по результирующей силе

Допустим, что вам нужно найти общую работу всех сил, приложенных к объекту, и определить полученную кинетическую энергию объекта. В примере из главы 6 со слитком на наклонной плоскости на слиток в направлении, перпендикулярном к наклонной плоскости, действуют нормальная сила и компонента силы тяжести. Обе эти силы компенсируют друг друга в этом направлении. Слиток не перемещается в направлении, перпендикулярном к наклонной плоскости. Это значит, что эти две силы не выполняют работу и не придают слитку кинетическую энергию.

На рис. 8.4 показан уже знакомый нам пример с холодильником на наклонной плоскости. Допустим, что холодильник нужно спустить по наклонной плоскости, удерживая его с помощью каната с силой натяжения $F_н$. Попробуем с помощью формул работы результирующей силы и кинетической энергии определить скорость холодильника в самом конце наклонной плоскости.

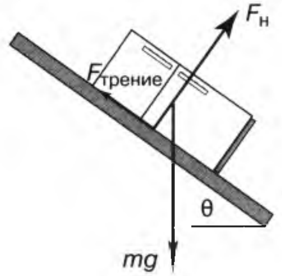


Рис. 8.4. Попробуем найти результирующую силу и скорость холодильника в нижней части наклонной плоскости

Какова результирующая сила, которая действует на холодильник? Из главы 6 мы уже знаем, что компонента силы тяжести вдоль наклонной плоскости равна:

$$F_{накл} = mg\sin\theta,$$

где m — это масса холодильника, а g — ускорение свободного падения. Нормальная сила (см. главу 6) равна:

$$F_{норм} = mg\cos\theta.$$

А сила трения скольжения (см. главу 6) равна:

$$F_{трение} = \mu_c F_{норм} = \mu_c mg\cos\theta,$$

где μ_c — коэффициент трения скольжения. Результирующая сила $F_{рез}$ направлена вдоль наклонной поверхности и равна:

$$F_{рез} = F_{накл} - F_{трение} = mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta.$$

Большая часть пути пройдена! Если угол наклона плоскости θ=30°, а коэффициент трения скольжения μ_c = 0,15, то, подставляя численные значения, получим:

$$F_{рез} = mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta =$$
$$= 100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 - 0{,}15 \cdot 100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}87 = 363 \text{ Н}.$$

Итак, результирующая сила, которая действует на холодильник, равна 363 Н. Она действует на всем протяжении наклонной плоскости, т.е. 3 м, и совершаемая ею работу равна:

$$W = F_{рез}s = 363 \cdot 3 = 1089 \text{ Дж}.$$

Если вся эта работа тратится на ускорение холодильника, то она преобразуется в кинетическую энергию, то есть:

$$W = 1089 \text{ Дж} = K = ½mv^2.$$

Отсюда легко найти финальную скорость холодильника:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1089}{100}} = 4{,}67 \text{ м/с}.$$

Итак, в конце наклонной плоскости холодильник будет иметь скорость 4,67 м/с.

Сохраняем энергию: потенциальная энергия

Объекты могут обладать не только энергией движения, т.е. кинетической энергией, но и энергией положения, т.е. *потенциальной* энергией. Эта энергия имеет такое название потому, что может быть преобразована (т.е. имеет потенциал преобразования) в кинетическую или другую энергию.

Представьте себе, что вы катаете с горки маленького ребенка. Для подъема на горку вам придется совершить определенную работу. Чем выше стартовая позиция малыша, тем большую скорость он приобретает в конце горки. Выше, еще выше, еще выше... Обычно на каком-то из этих этапов эксперименты решительно прекращается взволнованной мамой малыша.

Что же происходило на горке (до появления мамы)? Откуда возникла кинетическая скорость малыша? Она произошла от работы против силы тяжести, которую вы совершили по подъему малыша на горку. Действительно, малыш, сидя в стартовой позиции в верхней части горки, обладает нулевой скоростью и нулевой кинетической энергией. Выполнив работу против силы тяжести по подъему малыша наверх, вы тем самым увеличили его (и свою) потенциальную энергию. И только после спуска вниз под действием силы тяжести малыш приобретает кинетическую энергию в результате преобразования этой потенциальной энергии.

Работа против силы тяжести

Какую работу нужно выполнить против силы тяжести? Допустим, что вам нужно переместить тяжелое ядро с пола на верхнюю полку на высоту h. Необходимая для этого работа W силы $\mathbf{F}$ при перемещении на расстояние $\mathbf{s}$ при угле между их векторами θ выражается формулой:

$$W = Fs\cos\theta.$$

В данном случае сила тяжести $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$, а угол θ между векторами $\mathbf{F}$ и $\mathbf{s}$ можно выразить с помощью разности высот $h = s\cos\theta$ между полом и верхней полкой.

Таким образом, работа против силы тяжести по перемещению тяжелого ядра с пола на верхнюю полку на высоту h равна:

$$W = Fs\cos\theta = mgs\cos\theta = mgh.$$

Если ядро упадет с верхней полки на пол, то какую скорость оно разовьет, т.е. какую кинетическую энергию приобретет ядро? Запомните: оно приобретет кинетическую энергию, равную разнице потенциальных энергий, т.е. mgh. Это значит, что затраченная работа на подъем ядра преобразуется в кинетическую энергию в точке соприкосновения ядра с полом.

Вообще говоря, объект с массой m вблизи поверхности Земли, где ускорение свободного падения g постоянно, при перемещении вверх на высоту h приобретает потенциальную энергию U, равную mgh. Если вы перемещаете объект вертикально против силы тяжести с высоты h_0 на высоту h_1, то изменение его потенциальной энергии равно:

$$U = mg(h_1 - h_0).$$

Работа по преодолению силы тяжести тратится на увеличение потенциальной энергии объекта.

Преобразуем потенциальную энергию в кинетическую

Объект может характеризоваться разными видами потенциальной энергии в зависимости от типа сил, которые действуют на него. Действительно, работа может выполняться не только против силы тяжести, но, например, и против силы упругости пружины. Однако в задачах по физике источником потенциальной энергии чаще всего является сила тяжести. В этом случае на поверхности Земли потенциальную энергию принято считать равной нулю, а этот уровень потенциальной энергии называют нулевым. Тогда говорят, что на высоте h объект с массой m обладает потенциальной энергией mgh.

Допустим, что ядро с массой 40 кг падает с высоты 3 м на пол. Какую скорость оно приобретет при касании с полом? В данном случае его потенциальная энергия U, равная

$$U = mgh = 40 \cdot 9{,}8 \cdot 3 = 1176 \text{ Дж},$$

преобразуется в кинетическую K, т.е.:

$$U = K = \tfrac{1}{2}mv^2 = 1176 \text{ Дж}.$$

Поэтому, используя сведения из предыдущего раздела, можно вычислить финальную скорость в момент касания пола:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1176}{100}} = 7{,}67 \text{ м/с}.$$

Падающее на пол ядро с массой 40 кг и скоростью 7,67 м/с — это впечатляющее зрелище, но не совсем приятное, если на пути ядра находится ваша нога. Учтите это и постарайтесь не допустить нежелательной встречи.

Выбираем путь: консервативные и неконсервативные силы

Если работа силы при перемещении объекта определяется только начальной и конечной координатами объекта и не зависит от траектории перемещения, то такая сила называется *консервативной*. Примером консервативной силы является сила гравитационного притяжения. А сила трения не является такой, поскольку совершаемая ею работа зависит от траектории перемещения. Сила трения является *неконсервативной*.

Допустим, что две группы друзей решили покорить небольшую гору высотой h_1, стартуя с места на высоте h_0. Одна группа пошла коротким и крутым путем, а другая — длинным, но более пологим и живописным. Обе группы встретились наверху и решили сравнить увеличение потенциальной энергии ΔU. “Наша потенциальная энергия увеличилась на $mg(h_1 - h_0)$”, — сказали одни. “Наша потенциальная энергия тоже увеличилась на $mg(h_1 - h_0)$”, — ответили другие.

Действительно, согласно рассуждениям в прежнем разделе, изменение потенциальной энергии выражается следующей формулой:

$$\Delta U = mg(h_1 - h_0).$$

Это уравнение фактически означает, что независимо от выбранного пути на вершину горы, на увеличение потенциальной энергии путников влияет только разница между высотой исходной точки h_0 и высотой вершины h_1. Именно потому, что работа против силы гравитационного притяжения не зависит от выбранного пути, эта сила является консервативной силой.

А вот еще один пример проявления консервативности силы тяжести. Предположим, что вы отдыхаете в отеле в одной из горных деревушек в Альпах и решили прогуляться на машине по долине, а затем по близлежащим перевалам и горным вершинам. За день вы множество раз совершали спуск и подъем, а к вечеру вернулись к исходному месту — к своему отелю. Чему в итоге равно изменение вашей потенциальной энергии? Иначе говоря, каков результат всей дневной работы против силы тяжести? Ответ прост: поскольку сила тяжести является консервативной и вы вернулись в исходную точку, то изменение потенциальной энергии равно 0. Результирующая работа против силы тяжести равна 0.

Конечно, на всем пути со стороны дороги на автомобиль действовала нормальная сила, но она всегда направлена перпендикулярно дороге и перемещению, а потому не совершает работы.

С консервативными силами удобно работать, поскольку они не допускают "утечки" энергии вдоль замкнутого пути перемещения, когда конечная точка перемещения совпадает с исходной (работа консервативных сил по замкнутому пути равна нулю). Однако все гораздо сложнее с такими силами, как сила трения скольжения или сила сопротивления воздуха. Если тянуть тяжелый груз по шершавой поверхности, то работа против сил трения будет очень сильно зависеть от выбранного пути и не будет равной нулю для замкнутого пути. В этом случае мы имеем дело с неконсервативной силой, работа против которой зависит от выбранного пути.

Рассмотрим подробнее силу трения, как типичный пример неконсервативной силы. При совершении работы против силы трения происходит "утечка" *механической* энергии объекта, которая объединяет кинетическую и потенциальную энергии. При совершении работы при перемещении объекта с трением часть работы рассеивается в виде тепла. Забегая вперед, следует сказать, что закон сохранения *полной* энергии при этом не нарушается, если учесть преобразование части работы в тепловую энергию.

Как ни крути, а энергия сохраняется

Механической энергией называется сумма потенциальной и кинетической энергии объекта. Благодаря закону сохранения этой полной механической энергии, процедура решения задач по физике существенно упрощается. Рассмотрим поподробнее этот закон.

Пусть тележка на аттракционе "Американские горки" в разных точках 1 и 2 на разных высотах h_1 и h_2 имеет разные скорости v_1 и v_2. Полная механическая энергия тележки E_1 в точке 1 равна:

$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + ½mv_1^2,$$

а полная механическая энергия тележки E_2 в точке 2 равна:

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + ½mv_2^2.$$

Чему равна разница между величинами E_1 и E_2? При наличии неконсервативных сил эта разница должна быть равна работе $W_{\text{неконс}}$ этих сил

$$W_{\text{неконс}} = E_2 - E_1.$$

С другой стороны, если неконсервативные силы отсутствуют, т.е. $W_{\text{неконс}} = 0$, то:

$$E_2 = E_1$$

или:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2,$$

или:

$$mgh_1 + ½mv_1^2 = mgh_2 + ½mv_2^2.$$

Именно эти равенства представляют собой *закон сохранения механической энергии*. Если работа неконсервативных сил равна нулю, то полная механическая энергия сохраняется. (Закон сохранения механической энергии гласит, что при наличии консервативных сил полная энергия остается неизменной, а могут происходить только превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно. — *Примеч. ред.*)

СОВЕТ

Иногда удобно сократить массу m в следующей формулировке закона сохранения энергии:

$$mgh_1 + ½mv_1^2 = mgh_2 + ½mv_2^2$$

и использовать более простую формулировку:

$$gh_1 + ½v_1^2 = gh_2 + ½v_2^2.$$

Определяем конечную скорость с помощью закона сохранения энергии

Совсем непросто проводить физические эксперименты на аттракционе “Американские горки”. Но ведь кто-то должен их делать! Представьте себе, что вы находитесь в тележке, которая практически без трения скользит по рельсам вниз с высоты $h_1 = 400$ м. Предположим, что где-то на полпути вниз выходит из строя спидометр и уже нельзя определить скорость тележки по приборам. Как вычислить скорость v_2 в самой нижней точке спуска h_2? Нет проблем. Все, что нам нужно, это закон сохранения энергии. Согласно этому закону, полная механическая энергия объекта должна сохраняться, если равна нулю работа всех неконсервативных сил. Из предыдущего раздела нам уже знакома следующая сокращенная формулировка закона сохранения энергии:

$$gh_1 + ½v_1^2 = gh_2 + ½v_2^2.$$

Для простоты предположим, что начальная скорость $v_1 = 0$, а высота самой нижней точки спуска $h_2 = 0$. Тогда предыдущее уравнение существенно упрощается:

$$gh_1 = ½v_2^2.$$

Откуда очень легко получить формулу для конечной скорости:

$$v_2 = \sqrt{2gh_1}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 400} = 89 \text{ м/с}.$$

Итак, скорость тележки в самой нижней точке спуска на аттракционе “Американские горки” будет равна 89 м/с или около 320 км/ч. Довольно быстро: дух перехватит даже у самых отчаянных смельчаков!

Определяем максимальную высоту подъема с помощью закона сохранения энергии

Помимо определения конечной скорости, с помощью закона сохранения энергии можно также определить максимальную высоту подъема. Предположим, что Тарзан находится у кишащей крокодилами реки и хочет с помощью гибкой лианы перепрыгнуть с низкого берега на другой более высокий берег, высота которого на 9 м больше. Пусть максимальная скорость v_1, с которой он может разогнаться на низком берегу (т.е. в самой нижней точке траектории), равна 13 м/с. Достаточно ли этой скорости, чтобы запрыгнуть на противоположный высокий берег? Попробуем применить известную нам сокращенную формулировку закона сохранения энергии:

$$gh_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 = gh_2 + \tfrac{1}{2}v_2^2.$$

Предположим, что высота начального положения $h_1 = 0$. Чтобы определить максимально возможную высоту конечного положения на другом высоком берегу, следует предположить, что конечная скорость $v_2 = 0$. При таких условиях прежняя формула существенно упрощается:

$$\tfrac{1}{2}v_1^2 = gh_2.$$

Отсюда очень легко получить формулу для высоты конечного положения h_2 на другом берегу:

$$h_2 = v_1^2/(2g).$$

Подставляя численные значения, получим:

$$h_2 = (13)^2/(2\cdot 9{,}8) = 8{,}6\ \text{м}.$$

Итак, Тарзану не хватит 40 см, чтобы с максимальной скоростью разгона 13 м/с запрыгнуть на другой берег с помощью лианы.

Мощность: ускоряем темп работы

Иногда нужно знать не только объем работы, но и темп, с которым она выполняется. Скорость выполнения работы за единицу времени называется *мощностью*. Она выражается следующей простой формулой:

$$P = W/t,$$

где W — это работа, выполненная за время t.

В качестве примера рассмотрим два гоночных катера, способных развивать скорость до 200 км/ч. Какой из них обладает более мощным мотором? Конечно тот, который быстрее разгоняется до максимальной скорости, т.е. быстрее проделывает одинаковую работу по ускорению катера.

Если с течением времени скорость выполнения работы меняется, то в таких случаях часто используют понятие средней мощности, т.е. отношения всей выполненной работы W за все время t:

$$\bar{P} = W/t.$$

Усредненные величины в физике принято обозначать знаком подчеркивания над соответствующей величиной. Прежде, чем приступать к применению понятии мощности, следует познакомиться с единицами измерения мощности.

Единицы измерения мощности

Поскольку мощность — это работа за единицу времени, то единицей измерения мощности является Дж/с, т.е. единица работы (джоуль), деленная на единицу времени (секунда), или ватт (Вт).

Обратите внимание, что поскольку работа и время являются скалярными величинами (подробнее о скалярах рассказывается в главе 4), то и мощность является скалярной величиной. Кроме ватта, для измерения мощности по историческим причинам часто используется единица "лошадиная сила" (л.с.), которая приблизительно равна 745,7 Вт. (Физики очень редко пользуются этой единицей из-за ее неоднозначного определения. Например, в метрической системе единиц измерения она равна 735,49875 Вт и получила название "метрической" лошадиной силы, а в английской системе единиц измерения — 745,6998 Вт и более известна под названием "механической" лошадиной силы. Кроме того, существуют "электрическая" (746 Вт) и даже "бойлерная" (9810 Вт) лошадиные силы. Однако, несмотря на эти различия, по историческим причинам единица "лошадиная сила" получила широкое распространение, особенно в автомобильной промышленности. — *Примеч. ред.*)

Предположим, что среднестатистическая лошадь массой $m_л = 500$ кг способна разогнать себя и санки массой $m_с = 500$ кг от скорости $v_1 = 1$ м/с до скорости $v_2 = 2$ м/с за время $t = 2$ с. Какой мощностью обладает эта лошадь? Берем формулу работы:

$$W = K_2 - K_1 = \tfrac{1}{2}(m_л + m_с)v_2^2 - \tfrac{1}{2}(m_л + m_с)v_1^2 = \tfrac{1}{2}(m_л + m_с)(v_2^2 - v_1^2)$$

и, подставляя в нее эти значения, получим:

$$W = \tfrac{1}{2}(m_л + m_с)(v_2^2 - v_1^2) = \tfrac{1}{2}(500 + 500)(2^2 - 1^2) = 1500 \text{ Дж}.$$

А теперь, зная работу, вычислим мощность лошади:

$$P = W/t = 1500/2 = 750 \text{ Вт}.$$

Совсем неплохо для среднестатистической лошади иметь мощность чуть больше 1 л.с.!

Вычисляем мощность другими способами

Поскольку работа равна произведению силы и времени, то формулу для мощности можно записать следующим образом:

$$P = W/t = Fs/t.$$

Однако скорость $v = s/t$, и потому:

$$P = W/t = Fs/t = Fv.$$

Интересный результат, не так ли? Оказывается, что мощность равна произведению скорости и силы. Аналогичную формулу можно использовать и для вычисления средней мощности $\overline{P}$, если прикладываемая сила F постоянна:

$$\overline{P} = F\,\overline{v}.$$

Глава 9

Двигаем объекты: количество движения и импульс

В этой главе...

- Измеряем количество движения
- Вычисляем импульс
- Выясняем связь между силой и изменением импульса
- Разбираемся с законом сохранения импульса
- Знакомимся с разными типами столкновений

Эта глава посвящена понятиям, которые следует учитывать при изучении движения объектов, а именно с импульсом и моментом импульса. Оба эти понятия играют большую роль в двух разделах механики: кинематике, посвященной изучению движения объектов, и динамике, посвященной изучению взаимодействия объектов. Владея этими понятиями, можно легко описывать поведение объектов при столкновениях: с какой скоростью продолжат движение сталкивающиеся объекты (не хотелось бы, чтобы на их месте были ваш автомобиль или велосипед), в каком направлении продолжит движение теннисный мячик после столкновения с ракеткой, насколько глубоко дротик для игры в дартс вонзится в мишень и т.п. Чтобы получить ответы на эти и многие другие вопросы, нужно очень хорошо представлять себе, что такое импульс и момент импульса. Описанию именно этих понятий и посвящается данная глава.

Изучаем количество движения

В физике *импульсом* называется количество движения, которое приобретает тело под действием заданной силы за определенное время. Играя в бильярд, нетрудно убедиться в разнообразных проявлениях импульса. Чем сильнее и быстрее удар кия по шару, тем интенсивнее движется шар. Чем больше столкновений испытает шар, тем менее интенсивным становится его движение.

В повседневных ситуациях мы привыкли говорить, что тому или иному объекту или событию придают импульс. Рассмотрим процесс передачи импульса более подробно на примере бильярдного кия и шара. Процесс передачи импульса начинается в момент t_0 первого соприкосновения кия с шаром и заканчивается в момент t_1 утраты контакта между кием и шаром. В общем зависимость силы воздействия кия на шар от времени имеет сложный характер. Однако для простоты можно положить, что она линейно возрастает от нулевого значения в момент t_0 первого соприкосновения, достигает максимального значения в момент наибольшего контакта, а потом снижается до нуля в момент t_1 утраты контакта между кием и шаром. Эта идеализированная зависимость силы взаимодействия кия и шара от времени графически показана на рис. 9.1.

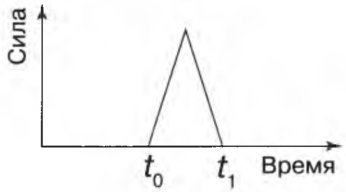


Рис. 9.1. Передача импульса происходит в результате действия силы в течение некоторого времени

Время взаимодействия кия и шара очень мало (несколько долей секунды), и зафиксировать характер изменения силы можно только с помощью очень точного оборудования. Обычно физики используют не точные мгновенные значения, а усредненные величины. Например, в данном примере *приобретенный* шаром импульс **p** равен произведению средней силы взаимодействия $\overline{\mathbf{F}}$ и времени взаимодействия $\Delta t = t_0 - t_0$:

$$p = \overline{F}\Delta t.$$

Рис. 9.2. Среднее и мгновенные значения силы взаимодействия

Обратите внимание, что эта формула связывает векторы силы и импульса. Действительно, импульс — это вектор, обладающий некоторой величиной и направлением, совпадающим с направлением силы, например результирующей векторной суммы всех действующих на объект сил.

ПОМНИ!

Из этой формулы ясно, что изменение импульса измеряется в системе СИ в ньютонах в секунду (Н·с), а в системе СГС — в динах-секундах (дин·с).

Получаем импульс

Изменение импульса (т.е. определенного количества движения) объекта означает изменение характера его движения. Причем это изменение зависит от массы и скорости объекта, поскольку импульс равен произведению скорости и массы объекта. Импульс является очень важной физической концепцией, которая используется не только в начальном курсе физики, но и в некоторых очень сложных разделах физики, например в физике элементарных частиц, где компоненты атомов носятся с огромными скоростями. Именно на основании анализа импульсов до и после столкновения элементарных частиц ученые могут делать выводы о поведении субатомного мира.

Общая идея импульса понятна даже тем, кому незнакомо это понятие. Не так уж легко остановить тележку, которая катится по склону горы. Дело в том, что тележка массивна и обладает большой скоростью. Еще труднее остановить огромный нефтяной танкер. Порой для полной остановки крупного танкера требуется около 30 км тормозного пути! И все это из-за огромного импульса, которым он обладает.

Чем больше масса движущегося объекта (представьте себе огромный танкер) и чем больше скорость объекта (представьте себе быстро плывущий танкер), тем больше импульс объекта.

Итак, импульс объекта равен:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Как видите, импульс — это вектор с определенной величиной и направлением (о векторах подробнее рассказывается в главе 4). Импульс, как и количество движения, измеряется в системе СИ в ньютонах в секунду (Н·с), а в системе СГС — в динах-секундах (дин·с).

Связываем работу силы и изменение импульса

Придать объекту импульс так же просто, как ударить клюшкой для гольфа по мячу. Достаточно применить элементарные алгебраические преобразования ко второму закону Ньютона и мы получим связь между работой силы и изменением импульса. С чего начать? Начнем со связи силы и скорости. Как известно, ускорение определяется следующей формулой:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0},$$

где Δv — это изменение скорости за промежуток времени Δt, v_0 — это начальная скорость в момент времени t_0, а v_1 — это конечная скорость в момент времени t_1. Теперь, если умножить обе части этой формулы на массу объекта m, то слева получим:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}.$$

Теперь, чтобы получить связь силы с импульсом объекта, умножим эту формулу на промежуток времени Δt и получим:

$$F\Delta t = ma\Delta t = m\Delta t\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\Delta v = m\left(v_1 - v_0\right).$$

Посмотрите повнимательнее на правую часть формулы $m(v_1 - v_0)$. Поскольку импульс объекта с массой m равен $p = mv$, то эта часть формулы выражает разницу конечного $p_1 = mv_1$ и начального $p_0 = mv_0$ импульса , т.е.:

$$m(v_1 - v_0) = mv_1 - mv_0 = p_1 - p_0 = \Delta p.$$

Следовательно, в итоге получим:

$$F\Delta t = ma\Delta t = m\Delta t\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\Delta v = m\left(v_1 - v_0\right) = p_1 - p_0 = \Delta p.$$

Итак, справа имеем силу, умноженную на промежуток времени ее действия, т.е. $F\Delta t$, а слева — изменение импульса Δp. Убирая промежуточные выкладки, получим искомую формулу связи силы и изменения импульса объекта:

$$F\Delta p = \Delta p.$$

Произведение силы на время ее действия называется *импульсом силы* за то же время. (Его не следует путать с понятием *импульс объекта* $p = mv$. Применение обоих этих понятий часто приводит к путанице, и потому понятие *импульс силы* используется довольно редко. — *Примеч. ред.*)

Пример: вычисляем импульс бильярдного шара

С помощью приведенных выше уравнений можно связать действующую на объект силу и приобретенный им импульс. Попробуем применить полученные знания при игре в бильярд. Допустим, что время контакта кия с бильярдным шаром приблизительно равно 5 мс (1 миллисекунда, или сокращенно 1 мс, равна 10^{-3} с). Насколько нужно изменить импульс неподвижного бильярдного шара, чтобы загнать его в лузу с отскоком от боковой стенки?

Пусть шар имеет массу 200 г (т.е. 0,2 кг). Допустим, что путем тщательных замеров и вычислений стало известно, что для попадания в лузу с отскоком от боковой стенки шару нужно приобрести скорость 20 м/с. Какую силу нужно приложить к кию для выполнения этой задачи?

Итак, в начальный момент времени шар покоится, т.е. начальная скорость $v_0 = 0$, а его конечная скорость v_1 должна быть равна 20 м/с. Вычислим необходимое изменение импульса по уже известной нам формуле:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = m(v_1 - v_0).$$

Подставив значения получим:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = m(v_1 - v_0) = 0{,}2\ (20 - 0) = 4\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Итак, необходимо изменить импульс шара на 4 кг·м/с. Вычислим, какую силу нужно для этого приложить за промежуток времени 5 мс по известной формуле:

$$F\Delta t = \Delta p,$$

откуда

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Подставив значения, получим:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4}{5\cdot 10^{-3}} = 800\ \text{Н}.$$

Итак, чтобы загнать бильярдный шар в лузу с отскоком от боковой стенки нужно прилагать к кию силу 800 Н в течение 5 мс.

Пример: определяем импульс капель дождя

После триумфальной демонстрации своих физических познаний в бильярдной попробуем использовать их в более привычной ситуации. Предположим, что на обратном пути домой внезапно начался дождь. Не беда, ведь под рукой есть зонт. Допустим, что на раскрытый зонт ежесекундно со средней скоростью около 10 м/с падает приблизительно 100 г капель воды. Вопрос: с какой силой нужно удерживать зонт массой 1 кг, чтобы удержать его под таким дождем?

Чтобы удержать зонт даже в отсутствие дождя, потребуется сила, равная весу зонта, то ксть:

$$F = mg = (1\ \text{кг})\cdot(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 9{,}8\ \text{Н}.$$

А как же подсчитать воздействие капель дождя? Предположим, что капли после падения на зонт почти мгновенно стекают по его почти горизонтальной поверхности. Даже в этом случае нам нужно учесть не только их массу, но и уменьшение скорости из-за встречи с зонтом. Действительно, летящие капли имеют начальную скорость 10 м/с, а после падения на зонт останавливаются, т.е. приобретают нулевую конечную скорость. Итак, имеем *изменение импульса* капель дождя, вызванное взаимодействием с зонтом. Попробуем оценить это изменение с помощью известной формулы:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = m(v_1 - v_0).$$

Подставляя значения, получим:

$$\Delta p = m(v_1 - v_0) = 0{,}1\cdot 10 = 1\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Такое изменение импульса капель происходит ежесекундно. Свяжем теперь его с известной нам формулой:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Подставив значения, получим:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1\ \text{кг}\cdot\text{м/с}}{1\ \text{с}} = 1\ \text{кг}\cdot\text{м/с}^2 = 1\ \text{Н}.$$

Итак, помимо силы 9,8 Н для удержания сухого зонта потребуется еще дополнительная сила 1 Н для компенсации торможения капель, т.е. всего потребуется сила 10,8 Н.

ПОМНИ!

Наибольшую трудность при вычислениях изменения импульса под действием силы вызывает оценка времени действия этой силы. Поэтому при решении задач, связанных с изменением импульса, при столкновениях объектов обычно стремятся использовать другие параметры процесса, например скорость до и после столкновения, избегая оценок трудновычислимых параметров.

Изучаем закон сохранения импульса

Согласно этому закону, в изолированной системе без внешних сил общий импульс всех объектов системы до столкновений между ними равен общему импульсу всех объектов системы после столкновений между ними.

Если для анализа импульсов взаимодействующих объектов использовать приведенные выше формулировки с указанием силы и времени ее действия, то на это придется затратить чрезвычайно много усилий. Закон сохранения импульса позволяет избежать этих сложностей. Дело в том, что, применяя этот закон, можно полностью исключить из рассмотрения силы и время их действия.

Допустим, что два беспечных пилота космических кораблей А и Б не смогли избежать лобового столкновения своих машин. Во время столкновения корабль Б воздействовал на корабль А со средней силой $F_{АБ}$. Согласно известной формуле о связи между силой и изменением импульса, получим для корабля А:

$$F_{АБ}\Delta t = \Delta p_{А} = m_{А}\Delta v_{А} = m_{А}\left(v_{А1} - v_{А0}\right),$$

где $m_А$ — это масса корабля А, $v_{А1}$ — скорость корабля А после столкновения и $v_{А0}$ — скорость корабля А до столкновения.

Аналогично, во время столкновения корабль А воздействовал на корабль Б со средней силой $F_{БА}$. Опять по известной формуле о связи между силой и изменением импульса, получим для корабля Б:

$$F_{БА}\Delta t = \Delta p_{Б} = m_{Б}\Delta v_{Б} = m_{Б}\left(v_{Б1} - v_{Б0}\right),$$

где $m_Б$ — это масса корабля Б, $v_{Б1}$ — скорость корабля Б после столкновения и $v_{Б0}$ — скорость корабля Б до столкновения.

Сложим оба последних равенства и получим следующее уравнение:

$$F_{АБ}\Delta t + F_{БА}\Delta t = \Delta p_{А} + \Delta p_{Б} = m_{А}\Delta v_{А} + m_{Б}\Delta v_{Б} = m_{А}\left(v_{А1} - v_{А0}\right) + m_{Б}\left(v_{Б1} - v_{Б0}\right).$$

Опустим промежуточные выкладки и оставим только крайние левую и правую части этого равенства. Причем в правой части соберем отдельно члены начального и конечного состояний и получим:

$$F_{АБ}\Delta t + F_{БА}\Delta t = \Delta p_{А} + \Delta p_{Б} = \left(m_{А}v_{А1} + m_{Б}v_{Б1}\right) - \left(m_{А}v_{А0} + m_{Б}v_{Б0}\right).$$

Сумма $m_А v_{А1} + m_Б v_{Б1}$ означает суммарный *конечный импульс* $p_1 = p_{А1} + p_{Б1}$ двух кораблей после столкновения, а сумма $m_А v_{А0} + m_Б v_{Б0}$ — суммарный *начальный импульс* $p_0 = p_{А0} + p_{Б0}$ двух кораблей до столкновения. Следовательно, последнее уравнение можно переписать в следующем виде:

$$F_{АБ}\Delta t + F_{БА}\Delta t = \Delta p_{А} + \Delta p_{Б} = \left(m_{А}v_{А1} + m_{Б}v_{Б1}\right) - \left(m_{А}v_{А0} + m_{Б}v_{Б0}\right) = p_1 - p_0.$$

Если теперь ввести обозначение $\sum F$ для суммы этих двух сил $F_{АБ} + F_{БА}$, то получим:

$$\sum F \cdot \Delta t = p_1 - p_0.$$

При работе с *изолированной*, или *замкнутой*, системой объектов внешних сил нет. Именно такая ситуация рассматривается в данном примере.

Если два космических корабля столкнутся при отсутствии внешних сил, то согласно третьему закону Ньютона, $F_{АБ} = -F_{БА}$. Иначе говоря, в замкнутой системе имеем:

$$0 = \sum F \cdot \Delta t = p_1 - p_0.$$

А это означает, что:

$$p_1 = p_0.$$

Это равенство означает, что в изолированной системе без внешних сил начальный импульс двух сталкивающихся объектов до их столкновения равняется конечному импульсу после столкновения, что соответствует закону сохранения импульса.

Извлекаем тепло из суммарного импульса.

Всегда ли сохраняется суммарный импульс объектов при их лобовом столкновении и сцеплении? В реальном мире далеко не всегда. Дело в том, что часто при столкновениях объектов они необратимо деформируются и часть их кинетической энергии расходуется на необратимую деформацию и рассеивается в виде тепловой энергии. Однако для точного расчета такого преобразования кинетической энергии в тепловую требуется учесть много других сложных физических процессов. Эти процессы обычно не рассматриваются в начальном курсе физики, а тем более в этой книге.

Измеряем скорость с помощью закона сохранения импульса

Попробуем применить закон сохранения импульса для расчета некоторых параметров движения. Предположим, что при игре в хоккей игрок А с массой 100 кг решил применить силовой прием против другого неподвижного игрока Б тоже с массой 100 кг (который оказался его братом-близнецом). Для этого игрок А разогнался до скорости 11 м/с, грубо толкнул игрока Б и, схватив его руками, устроил потасовку. С какой скоростью будут двигаться оба сцепившихся руками игрока после столкновения?

Будем считать, что в данном примере мы имеем дело с замкнутой системой (см. предыдущий раздел), поскольку мы пренебрегаем всеми внешними силами, включая силу трения. Хотя в вертикальном направлении на хоккеистов со стороны ледяного катка действует нормальная сила (подробнее о ней см. в главе 6), но она равна по величине весу игроков и противоположна по направлению и в сумме дает нуль.

Итак, рассмотрим горизонтальные проекции импульсов игроков. Согласно закону сохранения импульса, имеем:

$$p_1 = p_0.$$

Подставим в эту формулу массу и начальную скорость игроков (на самом деле нужно подставить массу $m_А$ и начальную скорость $v_{А0}$ только игрока А, поскольку игрок Б имел нулевую начальную скорость):

$$p_1 = p_0 = m_А v_{А0}.$$

Конечный импульс p_1 должен быть равен произведению общей массы $m_А + m_Б$ игроков на их конечную скорость $v_{АБ1}$, т.е. получаем:

$$p_1 = (m_А + m_Б) v_{АБ1}.$$

Из двух последних уравнений получаем:

$$p_1 = (m_А + m_Б) v_{АБ1} = p_0 = m_А v_{А0},$$

откуда легко можно выразить конечную скорость $v_{АБ1}$:

$$v_{АБ1} = \frac{m_А}{(m_А + m_Б)} v_{А0}.$$

Подставляя значения, получим:

$$v_{АБ1} = \frac{m_А}{(m_А + m_Б)} v_{А0} = \frac{100\ кг}{(100\ кг + 100\ кг)} 11\ м/с = 5{,}5\ м/с.$$

Конечная скорость двух игроков равна половине начальной скорости одного игрока. Этого следовало ожидать, ведь масса движущихся объектов увеличилась вдвое, а поскольку импульс сохраняется, то скорость должна уменьшиться во столько же раз.

Измеряем начальную скорость пули с помощью закона сохранения импульса

Закон сохранения импульса очень удобно использовать для определения скорости объекта, если ее нельзя или очень трудно измерить с помощью секундомера. Предположим, что изготовитель пуль хочет знать, какой будет начальная скорость новой пули. Как ему поступить? Для решения этой задачи ему предложили использовать приспособление, показанное на рис. 9.3.

Как оно может помочь? Оказывается, что если выстрелить пулей с массой m в массивную деревянную мишень с массой M и пуля застрянет в мишени, то, как и в примере с хоккеистами, конечная скорость мишени с пулей v_1 будет зависеть от начальной скорости пули v_0. Как именно? Для конкретного ответа на этот вопрос попробуем использовать закон сохранения импульса.

Итак, начальный суммарный импульс пули и мишени равен:

$$p_0 = mv_0.$$

Поскольку пуля застряла в мишени, то конечный суммарный импульс пули и мишени равен:

$$p_1 = (m + M)v_1.$$

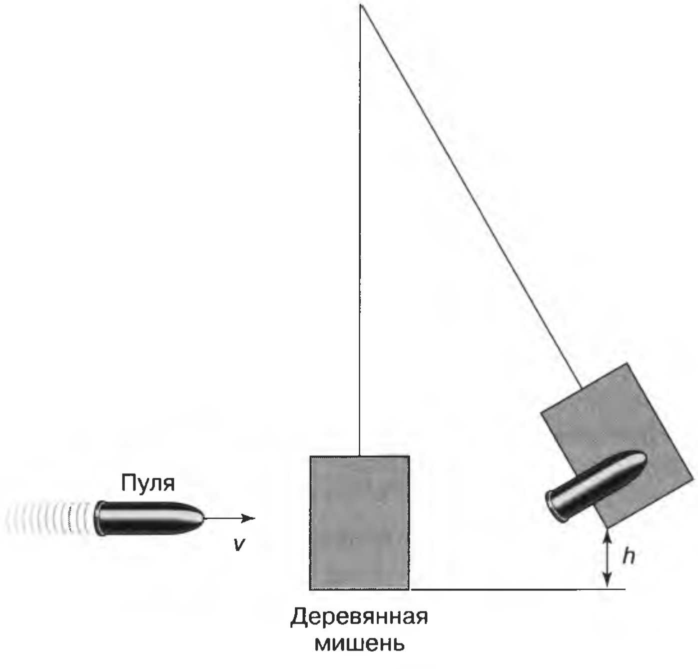


Рис. 9.3. Определение скорости пули по высоте подъема мишени (не пытайтесь повторить этот опасный для жизни эксперимент в домашних условиях!)

Если пренебречь потерями энергии на преодоление трения при попадании пули в мишень, то согласно закону сохранения импульса, эти два импульса должны быть равны:

$$p_0 = p_1.$$

Тогда:

$$mv_0 = (m + M)v_1.$$

и искомая начальная скорость равна:

$$v_0 = \frac{(m+M)}{m} v_1.$$

Итак, остается только определить конечную скорость v_1 мишени с застрявшей в ней пулей. Для этого нужно вспомнить закон сохранения энергии, который описывается в главе 8. Ведь после попадания пули мишень отклонится и поднимется на некоторую максимальную высоту h, на которой ее скорость станет равной нулю. В этой точке ее кинетическая энергия $\frac{(m+M)v_1^2}{2}$ преобразуется в потенциальную $(m + M)gh$. Итак, согласно закону сохранения энергии получим:

$$\frac{(m+M)v_1^2}{2} = (m+M)gh.$$

Откуда легко вывести формулу для конечной скорости мишени с застрявшей в ней пулей v_1:

$$v_1 = \sqrt{2gh}.$$

Подставим эту формулу в прежнее выражение для искомой начальной скорости пули:

$$v_0 = \frac{(m+M)}{m} v_1$$

и получим:

$$v_0 = \frac{(m+M)}{m}\sqrt{2gh}.$$

Пусть пуля имеет массу 50 г, деревянная мишень — 10 кг, а после попадания пули в нее мишень отклонилась и поднялась на максимальную высоту 0,5 м. Подставляя значения в приведенную выше формулу, получим:

$$v_0 = \frac{(m+M)}{m}\sqrt{2gh} = 629 \text{ м/с}.$$

Таким образом, мы определили начальную скорость пули. Изготовитель пуль будет просто в восторге от такого простого и удобного способа.

Упругие и неупругие столкновения

Изучение физики на примере столкновений разных тел — это очень интересное и увлекательное занятие. Во многом это объясняется тем, что многие вычисления значительно упрощаются благодаря закону сохранения импульса (более подробно он рассматривается в предыдущих разделах этой главы). Однако, как мы уже убедились в предыдущих примерах, в некоторых столкновениях одного этого закона недостаточно и нужно применять закон сохранения энергии. Это особенно полезно для анализа столкновений объектов со скоростями, векторы которых направлены не вдоль одной прямой (как в предыдущих примерах), а лежат в одной плоскости.

В реальной жизни такие ситуации происходят сплошь и рядом. Например, при изучении причин дорожно-транспортного происшествия часто требуется проанализировать начальные и конечные скорости столкнувшихся автомобилей. При сортировке вагонов нужно учитывать начальные и конечные скорости сталкивающихся вагонов и составов.

Что происходит в таких столкновениях, если столкнувшиеся объекты не “слипаются” друг с другом? Рассмотрим более общий пример: пусть два бильярдных шара сталкиваются дуг с другом с разными скоростями, направленными друг к другу под произвольным углом. Как определить их величину и направление их скоростей после столкновения? Для этого потребуется не только закон сохранения импульса, но и закон сохранения энергии.

Когда сталкивающиеся объекты отскакивают друг от друга: упругие столкновения

В реальном мире при столкновении тел всегда наблюдаются потери энергии на деформацию и рассеивание тепла. В некоторых случаях эти потери столь малы, что ими можно пренебречь, как, например, при столкновении двух бильярдных шаров. В физике такие столкновения с сохранением кинетической энергии сталкивающихся объектов называют *упругими столкновениями*. Итак, в упругом столкновении сохраняется общая кинетическая энергия замкнутой системы объектов, т.е. суммарная кинетическая энергия после столкновения равна суммарной кинетической энергии до столкновения.

Когда сталкивающиеся объекты не отскакивают друг от друга: неупругие столкновения

Если во время столкновения объектов какая-то часть энергии тратится на работу каких-то неконсервативных сил (например, на преодоление силы трения, деформацию и т.п.), то кинетическая энергия системы не сохраняется. Она частично преобразуется в другие формы энергии. Такие столкновения в физике называют *неупругими столкновениями*. Итак, в неупругом столкновении общая кинетическая энергия замкнутой системы объектов не сохраняется, т.е. суммарная кинетическая энергия после столкновения не равна суммарной кинетической энергии до столкновения. Примеры неупругих столкновений можно наблюдать в дорожно-транспортных происшествиях, когда столкнувшиеся машины деформируют друг друга или даже сцепляются и движутся как единое целое.

Совсем не обязательно, чтобы после неупругого столкновения объекты сцеплялись друг с другом. Достаточно, чтобы часть кинетической энергии “утрачивалась”, т.е. переходила в другую форму, например в тепловую энергию. Неупругое столкновение внешне может быть очень похоже на упругое столкновение, например при касательном столкновении двух машин с образованием легких повреждений. На образование этих повреждений необратимо тратится часть кинетической энергии, но машины могут независимо продолжить движение.

Упругие столкновение на прямой

Итак, мы уже выяснили, что при упругом столкновении кинетическая энергия сталкивающихся объектов сохраняется. Проще всего изучать особенности упругого столкновения, когда векторы скоростей находятся на одной прямой. Рассмотрим идеализированный пример столкновения двух машин с совершенно упругими (т.е. недеформирующимися) бамперами, которые движутся по прямой.

Упругое столкновение с более тяжелым объектом

Предположим, что вы решили прокатиться на автомобиле А с массой 300 кг и на скорости около 10 м/с столкнулись с внезапно остановившимся перед вами другим автомобилем Б с массой 400 кг. Какими будут скорости обоих автомобилей после их упругого столкновения?

Итак, до столкновения автомобиль А с массой $m_А = 300$ кг имел начальную скорость $v_{А0} = 10$ м/с, а автомобиль Б с массой $m_Б = 400$ кг — начальную скорость $v_{Б0} = 0$. Если считать систему двух автомобилей замкнутой, то их общий импульс должен сохраняться, то есть:

$$m_А v_{А1} + m_Б v_{Б1} = m_А v_{А0},$$

где $v_{А1}$ — это конечная скорость автомобиля А после столкновения, а $v_{Б1}$ — это конечная скорость автомобиля Б после столкновения.

У нас есть одно уравнение с двумя неизвестными $v_{А1}$ и $v_{Б1}$. Чтобы их найти, нужно иметь еще одно уравнение, связывающее эти неизвестные. Как насчет кинетической энергии? Действительно, поскольку столкновение было упругим, то кинетическая энергия объектов должна сохраняться, т.е. должно выполняться равенство:

$$\frac{m_А v_{А1}^2}{2} + \frac{m_Б v_{Б1}^2}{2} = \frac{m_А v_{А0}^2}{2}.$$

Теперь у нас есть два уравнения и две неизвестных величины. С помощью простых алгебраических операций можно легко получить выражения для неизвестных скоростей $v_{А1}$ и $v_{Б1}$:

$$v_{А1} = \frac{(m_А - m_Б)}{(m_А + m_Б)} v_{А0}$$

и

$$v_{Б1} = \frac{2m_А}{(m_А + m_Б)} v_{А0}.$$

Подставляя значения в обе эти формулы, получим:

$$v_{А1} = \frac{(m_А - m_Б)}{(m_А + m_Б)} v_{А0} = \frac{(300 - 400)}{(300 + 400)} 10 = -1{,}43 \text{ м/с}$$

и

$$v_{Б1} = \frac{2m_А}{(m_А + m_Б)} v_{А0} = \frac{2 \cdot 300}{(300 + 400)} 10 = 8{,}57 \text{ м/с}.$$

Анализируя полученные значения, можно легко восстановить ход событий. Итак, автомобиль А на скорости 10 м/с столкнулся с неподвижным автомобилем Б. После столкновения автомобиль А отскочил назад (об этом свидетельствует отрицательный знак конечной скорости v_{A1}) со скоростью 1,43 м/с, а автомобиль Б начал движение вперед со скоростью 8,57 м/с. Автомобиль А легче автомобиля Б, а что если бы было наоборот?

Упругое столкновение с более легким объектом

Предположим, что в предыдущем примере движущийся автомобиль А тяжелее неподвижного автомобиля Б. Пусть автомобиль А с массой 400 кг на скорости около 10 м/с сталкивается с внезапно остановившимся перед вами другим автомобилем Б с массой 300 кг. Вопрос остается прежним: какими будут скорости обоих автомобилей после их упругого столкновения?

Итак, до столкновения автомобиль А с массой $m_A = 400$ кг имеет начальную скорость $v_{A0} = 10$ м/с, а автомобиль Б с массой $m_Б = 300$ кг — начальную скорость $v_{Б0} = 0$. Используем уже известные нам формулы скоростей v_{A1} и $v_{Б1}$:

$$v_{A1} = \frac{(m_A - m_Б)}{(m_A + m_Б)} v_{A0}$$

и

$$v_{Б1} = \frac{2m_A}{(m_A + m_Б)} v_{A0}.$$

Подставим в них новые значения и получим:

$$v_{A1} = \frac{(m_A - m_Б)}{(m_A + m_Б)} v_{A0} = \frac{(400-300)}{(300+400)} 10 = 1{,}43 \text{ м/с}$$

и

$$v_{Б1} = \frac{2m_A}{(m_A + m_Б)} v_{A0} = \frac{2 \cdot 400}{(300+400)} 10 = 11{,}4 \text{ м/с}.$$

Как видите, более тяжелый движущийся автомобиль А после столкновения с более легким автомобилем Б смог продолжить движение в том же направлении, но с меньшей скоростью. Причем часть своего импульса он передал более легкому автомобилю Б.

Упругие столкновения в одной плоскости

Столкновения объектов не всегда происходят по прямой линии. Например, бильярдные шары сталкиваются так, что векторы их скоростей могут быть направлены не вдоль одной прямой, а находится в одной плоскости под произвольным углом друг к другу. В этом случае нужно учитывать не только величину, но и направление скорости. Пусть во время игры в гольф два игрока одновременно (простим им это нарушение правил) ударяют по разным мячам А и Б, мячи упруго сталкиваются и продолжают движение, как показано на рис. 9.4. Какими будут скорости мячей после столкновения?

Попробуем решить эту задачу, учитывая, что мячи имеют одинаковую массу m = 46 г. Мяч А имеет начальную скорость $v_{A0} = 1{,}0$ м/с, а мяч Б — начальную скорость $v_{Б0} = 2{,}0$ м/с. Кроме того, пусть нам известны направления векторов начальных скоростей обоих мячей (см. рис. 9.4).

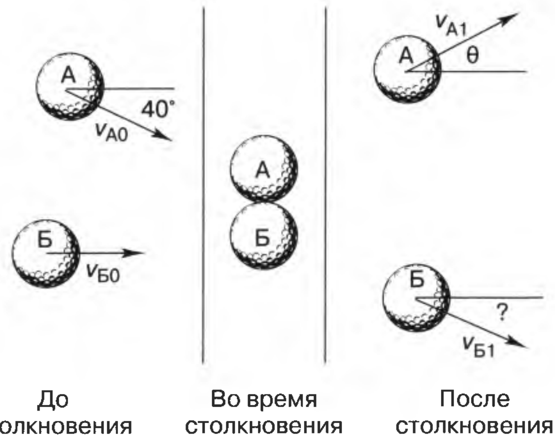


Рис. 9.4. Положения мячей для игры в гольф: до, во время и после столкновения в одной плоскости

Для решения задачи нам потребуются закон сохранения импульса и закон сохранения энергии. Поскольку столкновение считается упругим, то кинетическая энергия системы сохраняется, т.е. согласно закону сохранения энергии, имеем:

$$\frac{mv_{A1}^2}{2}+\frac{mv_{Б1}^2}{2}=\frac{mv_{A0}^2}{2}+\frac{mv_{Б0}^2}{2}$$

или в более простой форме:

$$v_{A1}^2+v_{Б1}^2=v_{A0}^2+v_{Б0}^2.$$

Если подставить вместо скоростей их компоненты по осям X и Y, то получим:

$$\left(v_{A1x}^2+v_{A1y}^2\right)+\left(v_{Б1x}^2+v_{Б1y}^2\right)=\left(v_{A0x}^2+v_{A0y}^2\right)+\left(v_{Б0x}^2+v_{Б0y}^2\right).$$

Так как трение здесь не учитывается, то в процессе столкновения внутренние силы упругого взаимодействия мячей направлены только по вертикальной оси Y. Эти силы не изменяют компоненты импульсов мячей по горизонтальной оси X:

$$p_{A0x}=p_{A1x}$$

и

$$p_{Б0x}=p_{Б1x}.$$

Отсюда следует, что компоненты скоростей мячей по горизонтальной оси X после столкновения тоже не изменяются:

$$v_{A0x}=v_{A1x}$$

и

$$v_{Б0x}=v_{Б1x}.$$

(То есть компоненты скоростей мячей по горизонтальной оси X в результате столкновения не изменились.)

Соотношение, полученное ранее из закона сохранения энергии:

$$\left(v_{A1x}^2+v_{A1y}^2\right)+\left(v_{Б1x}^2+v_{Б1y}^2\right)=\left(v_{A0x}^2+v_{A0y}^2\right)+\left(v_{Б0x}^2+v_{Б0y}^2\right)$$

с учетом постоянства компонент скоростей по оси X теперь будет иметь следующий вид:

$$v_{\text{A1y}}^2 + v_{\text{Б1y}}^2 = v_{\text{A0y}}^2 + v_{\text{Б0y}}^2$$

или (поскольку $v_{\text{Б0y}} = 0$):

$$v_{\text{A1y}}^2 + v_{\text{Б1y}}^2 = v_{\text{A0y}}^2.$$

Согласно закону сохранения импульса, для компонент импульса по вертикальной оси Y имеем $mv_{\text{A1y}} + mv_{\text{Б1y}} = mv_{\text{A0y}} + mv_{\text{Б0y}}$ или в более простой форме (поскольку $v_{\text{Б0y}} = 0$):

$$v_{\text{A1y}} + v_{\text{Б1y}} = v_{\text{A0y}}.$$

Из двух последних равенств нетрудно получить выражения для компонент скоростей по вертикальной оси Y:

$$v_{\text{Б1y}} = v_{\text{A0y}}$$

и

$$v_{\text{A1y}} = v_{\text{Б0y}} = 0.$$

Как видите, при таком упругом столкновении у мячей остались прежними их компоненты скоростей по горизонтальной оси X, и они "обменялись" компонентами скоростей по вертикальной оси Y. Это значит, что мяч A продолжит движение с нулевой компонентой v_{A1y}, т.е. по горизонтали, а мяч Б продолжит движение под углом α, который легко вычислить по формуле:

$$\text{tg}\alpha = \frac{v_{\text{Б1y}}}{v_{\text{Б1x}}} = \frac{v_{\text{A0y}}}{v_{\text{Б0x}}} = \frac{v_{\text{A0}} \cdot \sin(-40°)}{v_{\text{Б0}}},$$

где знак "минус" перед значением угла означает, что на рис. 9.4 угол откладывается в направлении против часовой стрелки.

А скорости мячей после столкновения будут равны:

$$v_{\text{A1}} = \sqrt{v_{\text{A1x}}^2 + v_{\text{A1y}}^2} = \sqrt{v_{\text{A0x}}^2 + v_{\text{Б0y}}^2} = \sqrt{v_{\text{A0x}}^2 + 0} = v_{\text{A0x}} = v_{A0} \cdot \cos(-40°)$$

и:

$$v_{\text{Б1}} = \sqrt{v_{\text{Б1x}}^2 + v_{\text{Б1y}}^2} = \sqrt{v_{\text{Б0x}}^2 + v_{\text{A0y}}^2} = \sqrt{v_{\text{Б0}}^2 + v_{\text{A0y}}^2} = \sqrt{v_{\text{Б0}}^2 + \left(v_{\text{A0}} \cdot \sin(-40°)\right)^2}.$$

Подставив значения, получим:

$$v_{\text{A1}} = v_{\text{A0}} \cdot \cos(-40°) = 1{,}0 \cdot \cos(-40°) = 0{,}77 \text{ м/с},$$

$$v_{\text{Б1}} = \sqrt{v_{\text{Б0}}^2 + \left(v_{\text{A0}} \cdot \sin(-40°)\right)^2} = \sqrt{(2{,}0)^2 + \left(1{,}0 \cdot \sin(-40°)\right)^2} = 2{,}1 \text{ м/с}$$

и

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{v_{\text{A0}} \cdot \sin(-40°)}{v_{\text{Б0}}}\right) = \text{arctg}\left(\frac{1{,}0 \cdot \sin(-40°)}{2{,}0}\right) = -18°.$$

Глава 10

Вращаем объекты: момент силы

В этой главе...

- Переходим от поступательного движения к вращательному движению
- Вычисляем тангенциальную скорость и тангенциальное ускорение
- Выясняем связь между угловым ускорением и угловой скоростью
- Разбираемся с моментом силы
- Поддерживаем вращательное движение

Эта и следующая главы посвящены вращательному движению объектов самой разной природы: от космических станций до пращи. Именно такое движение стало причиной того, что наша планета имеет круглую форму. Если вам известны основные свойства прямолинейного движения и законы Ньютона (они подробно описываются в двух первых частях этой книги), то вы сможете быстро овладеть основами вращательного движения. Даже если вы позабыли некоторые сведения из прежних глав, не беда, ведь к ним всегда можно вернуться в случае необходимости. В этой главе представлены основные понятия вращательного движения: угловая скорость угловое ускорение, тангенциальное ускорение, момент силы и т.п. Однако довольно слов, приступим к делу!

Переходим от прямолинейного движения к вращательному

Для такого перехода нужно изменить уравнения, которые использовались ранее для описания прямолинейного движения. В главе 7 уже упоминались некоторые эквиваленты (или аналоги) из мира прямолинейного и вращательного движения.

Вот как выглядят основные формулы прямолинейного движения, которые подробно описываются в главе 3:

- ✓ $v = \Delta s/\Delta t$, где v — это скорость, Δs — перемещение, а Δt — время перемещения;
- ✓ $a = \Delta v/\Delta t$, где a — это ускорение, Δv — изменение скорости, а Δt — время изменения скорости;
- ✓ $\Delta s = v_0(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2$, где v_0 — это начальная скорость, t_0 — это начальный момент времени, а t_1 — это конечный момент времени;
- ✓ $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta s$, где v_1 — это конечная скорость.

По аналогии можно легко вывести основные формулы вращательного движения:

$\omega = \Delta\theta/\Delta t$, где ω — угловая скорость, $\Delta\theta$ — угол поворота, Δt — время поворота на угол $\Delta\theta$;

$\alpha = \Delta\omega/\Delta t$, где α — угловое ускорение, $\Delta\omega$ — изменение угловой скорости, Δt — время изменения угловой скорости;

$\theta = \omega_0(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2$, где ω_0 — это начальная скорость;

$\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2as$, где ω_1 — это конечная скорость.

Разбираемся с параметрами вращательного движения

В физике движение принято разделять на поступательное и вращательное. При поступательном движении любая прямая, связанная с движущимся объектом, остается параллельной самой себе. При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям. *Тангенциальным* движением называется часть вращательного движения, происходящего *по касательной* к окружности вращения, а *радиальным* (или *нормальным*) движением — часть вращательного движения, происходящего *перпендикулярно* (по *нормали*) к касательной, т.е. вдоль радиуса окружности.

Параметры прямолинейного поступательного и вращательного движений можно связать следующими формулами:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta;$$

$$v = r\omega;$$

$$a = r \cdot \alpha.$$

Допустим, колеса мотоцикла вращаются с угловой скоростью ω, равной $21{,}5\pi$ радиан в секунду. С какой скоростью едет мотоцикл? Чтобы дать ответ на этот вопрос, достаточно воспользоваться простой формулой связи линейной и угловой скорости.

Вычисляем линейную скорость вращательного движения

Скорость тангенциального движения материальной точки принято называть линейной скоростью вращательного движения. На рис. 10.1 приведен пример вращения мячика для игры в гольф по окружности с радиусом **r** и линейной скоростью **v**. Скорость **v** является векторной величиной, т.е. обладает величиной и направлением (подробнее о векторах рассказывается в главе 4), перпендикулярным радиус-вектору **r**.

ПОМНИ!

Угловая скорость связана с линейной скоростью соотношением $v = r\omega$, которое легко интуитивно понять. При одинаковой угловой скорости, чем дальше материальная точка от центра окружности вращения, тем больше ее линейная скорость.

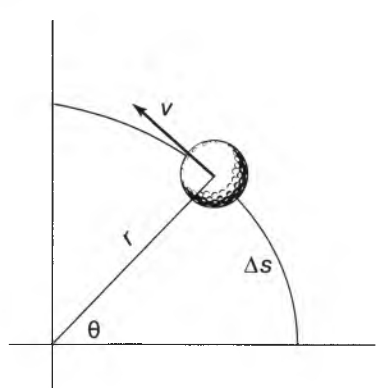


Рис. 10.1. Пример вращательного движения мячика для игры в гольф по окружности с радиусом ***r*** *и линейной скоростью* ***v***

Попробуем получить уже упомянутую выше формулу связи линейной и угловой скорости $v = r\omega$. Длина окружности L радиуса r выражается известной формулой $L = 2\pi r$, а полный угол, который охватывает окружность, равен 2π радиан. Соответственно, длина дуги окружности длиной Δs, охватывающая угол $\Delta\theta$, равна:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta.$$

Из формулы прямолинейного движения

$$v = \Delta s/\Delta t$$

путем подстановки выражения для Δs получим:

$$v = \Delta s/\Delta t = r \cdot \Delta\theta/\Delta t.$$

Поскольку:

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t,$$

где ω — угловая скорость, $\Delta\theta$ — угол поворота, Δt — время поворота на угол $\Delta\theta$, то:

$$v = r \cdot \Delta\theta/\Delta t = r \cdot \omega.$$

Теперь можно легко и просто дать ответ на вопрос, поставленный в конце предыдущего раздела, т.е. определить скорость мотоцикла по угловой скорости вращения его колес. Итак, колеса мотоцикла вращаются с угловой скоростью ω, равной $21{,}5\pi$ радиан в секунду. Пусть радиус колеса r равен 40 см, тогда достаточно использовать следующую формулу:

$$v = r \cdot \omega.$$

Подставляя в нее значения, получим:

$$v = r \cdot \omega = 0{,}4 \cdot 21{,}5 \cdot \pi = 27 \text{ м/с}.$$

Итак, скорость мотоцикла равна 27 м/с или 97 км/ч.

Вычисляем тангенциальное ускорение

Тангенциальным ускорением называется скорость изменения *величины* линейной скорости вращательного движения. Эта характеристика вращательного движения очень похожа на линейное ускорение прямолинейного движения (см. главу 3). Например, точки на колесе мотоцикла в момент старта имеют нулевую линейную скорость, а спустя некоторое время после разгона ускоряются до некоторой ненулевой линейной скорости. Как определить это тангенциальное ускорение точки колеса? Переформулируем вопрос: как связать линейное ускорение

$$a = \Delta v/\Delta t,$$

где a — это ускорение, Δv — изменение скорости, а Δt — время изменения скорости, с угловым ускорением

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t,$$

где $\Delta\omega$ — изменение угловой скорости, Δt — время изменения угловой скорости?

Как мы уже знаем, линейная и угловая скорости связаны равенством

$$v = r \cdot \omega.$$

Подставим это выражение в предыдущую формулу линейного ускорения:

$$a = \Delta v / \Delta t = \Delta(r \cdot \omega) / \Delta t.$$

Поскольку радиус остается постоянным, то его можно вынести за скобки:

$$a = \Delta(r \cdot \omega) / \Delta t = r \cdot \Delta\omega / \Delta t.$$

Поскольку угловое ускорение $\alpha = \Delta\omega/\Delta t$, то:

$$a = r \cdot \Delta\omega / \Delta t = r \cdot \alpha.$$

Итак, получаем следующую формулу связи между линейным и угловым ускорением:

$$a = r \cdot \alpha.$$

Иначе говоря, тангенциальное ускорение равно произведению радиуса на угловое ускорение.

Вычисляем центростремительное ускорение

Центростремительным ускорением называется ускорение, необходимое для удержания объекта на круговой орбите вращательного движения. Как связаны угловая скорость и центростремительное ускорение? Формула для центростремительного ускорения уже приводилась ранее (см. главу 7):

$$a_ц = v^2 / r.$$

Теперь, используя известную формулу связи линейной и угловой скорости $v = r \cdot \omega$, получим:

$$a_ц = v^2 / r = (r\omega)^2 / r = r\omega^2.$$

По этой формуле можно определить величину центростремительного ускорения по известной угловой скорости и радиусу. Например, для вычисления центростремительного ускорения Луны, вращающейся вокруг Земли, удобно использовать именно эту формулу.

Луна делает полный оборот вокруг Земли за 28 дней, т.е. за 28 дней Луна проходит 2π радиан. Отсюда получаем угловую скорость Луны:

$$\omega = \Delta\theta / \Delta t = 2\pi / (28 \text{ дней}).$$

Чтобы получить значение угловой скорости в привычных единицах, следует преобразовать дни в секунды:

(28 дней)·(24 часа)·(60 минут)·(60 секунд) = $2{,}42 \cdot 10^6$ секунд.

После подстановки этого значения в предыдущую формулу получим:

$$\omega = \Delta\theta / \Delta t = 2\pi / \left(2{,}42 \cdot 10^6 \text{ с}\right) = 2{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}.$$

Средний радиус орбиты Луны равен $3{,}85 \cdot 10^8$ м. Подставляя эти значения угловой скорости и радиуса в формулу центростремительного ускорения, получим:

$$a_ц = r\omega^2 = \left(3{,}85 \cdot 10^8\right) \cdot \left(2{,}6 \cdot 10^{-6}\right)^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}.$$

Зная это ускорение и массу Луны, которая равна $7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг, можно определить центростремительную силу, необходимую для удержания Луны на ее орбите:

$$F_ц = ma_ц = \left(7{,}35 \cdot 10^{22}\right) \cdot \left(2{,}6 \cdot 10^{-3}\right) = 1{,}9 \cdot 10^{20} \text{ Н}.$$

Используем векторы для изучения вращательного движения

В предыдущих разделах этой главы угловая скорость и угловое ускорение рассматривались как скаляры, т.е. как параметры, характеризующиеся только величиной. Однако эти параметры вращательного движения, на самом деле, являются векторами, т.е. они обладают величиной и направлением (см. главу 4). В этом разделе рассматривается величина и направление некоторых параметров вращательного движения.

Определяем направление угловой скорости

Как нам уже известно, вращающееся колесо мотоцикла имеет не только угловую скорость, но и угловое ускорение. Что можно сказать о направлении вектора угловой скорости? Оно не совпадает с направлением линейной тангенциальной скорости, а... перпендикулярно плоскости колеса!

Эта новость всегда приводит к некоторому замешательству среди новичков: угловая скорость ω, оказывается, направлена вдоль оси вращающегося колеса (рис. 10.2). Во вращающемся колесе единственной неподвижной точкой является его центр. Поэтому начало вектора угловой скорости принято располагать в центре окружности вращения.

Для определения направления вектора угловой скорости ω часто используют *правило правой руки*. Если охватить ладонью ось вращения, а пальцы свернуть так, чтобы они указывали на направление тангенциальной скорости, то вытянутый большой палец укажет направление вектора угловой скорости ω.

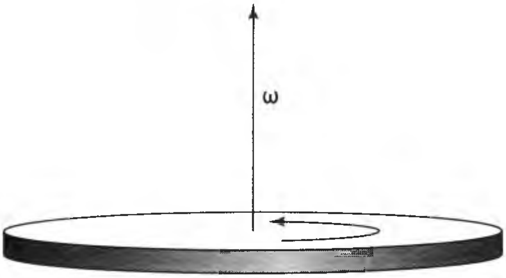


Рис. 10.2. Вектор угловой скорости ω направлен перпендикулярно плоскости вращения

Теперь угловую скорость можно использовать так же, как и остальные векторные характеристики движения. Направление вектора угловой скорости можно найти по правилу правой руки, а величину — по приведенной ранее формуле. То, что вектор угловой скорости направлен перпендикулярно плоскости вращательного движения, часто вызывает некоторые трудности у начинающих, но к этому можно быстро привыкнуть.

Определяем направление углового ускорения

Если вектор угловой скорости направлен перпендикулярно плоскости вращательного движения, то куда направлен вектор углового ускорения в случае замедления или ускорения вращения объекта? Как известно (см. предыдущие разделы), угловое ускорение определяется формулой:

$$\alpha = \Delta\omega / \Delta t,$$

где α — угловое ускорение, $\Delta\omega$ — изменение угловой скорости, Δt — время изменения угловой скорости.

В векторной форме оно имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{\alpha} = \Delta\boldsymbol{\omega} / \Delta t,$$

где α — вектор углового ускорения, а $\Delta\omega$ — изменение вектора угловой скорости. Отсюда ясно, что направление вектора углового ускорения совпадает с направлением изменения вектора угловой скорости.

Если вектор угловой скорости меняется только по величине, то направление вектора углового ускорения параллельно направлению вектора угловой скорости. Если величина угловой скорости растет, то направление вектора углового ускорения совпадает с направлением вектора угловой скорости, как показано на рис. 10.3.

А если величина угловой скорости падает, то направление вектора углового ускорения противоположно направлению вектора угловой скорости, как показано на рис. 10.4.

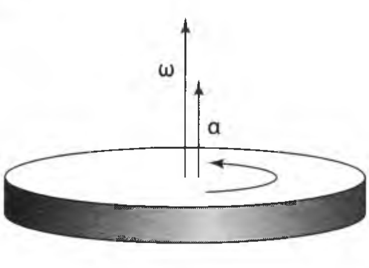


Рис. 10.3. Направление вектора углового ускорения совпадает с направлением вектора угловой скорости, если величина угловой скорости растет

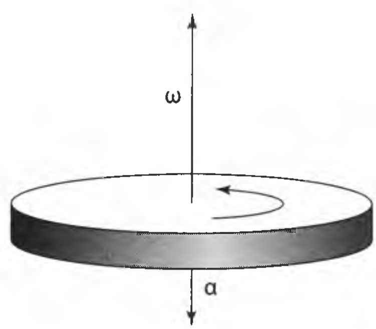


Рис. 10.4. Направление вектора углового ускорения противоположно направлению вектора угловой скорости, если величина угловой скорости уменьшается

Поднимаем грузы: момент силы

В физике большое значение имеет не только время, но и *место* приложения силы. Всем когда-либо приходилось пользоваться рычагом для перемещения тяжелых грузов. Чем длиннее рычаг, тем легче сдвинуть груз. На языке физики применение силы с помощью рычага характеризуется понятием *момент силы*.

Приложение момента силы неразрывно связано с вращательным движением объектов. Если приложить силу к краю карусели, то карусель начнет вращательное движение.

Чем дальше точка приложения силы, тем легче раскрутить карусель до заданной угловой скорости (параметры вращательного движения описываются в главе 11).

В верхней части рис. 10.5 показаны весы-качели с грузом массы m_1 на одном конце и грузом большей массы $m_2 = 2m_1$ посередине. Чтобы уравновесить весы-качели, нужно сместить груз с большей массой m_2 к другому концу весов, как показано в нижней части рис. 10.5. Как известно из опыта, размещение груза в точке вращения весов не приводит к уравновешиванию весов. Чтобы уравновесить весы, нужно сдвинуть груз с большей массой $m_2 = 2m_1$ к другому концу весов на расстояние вдвое меньшее, чем расстояние от точки вращения до второго груза с массой m_1.

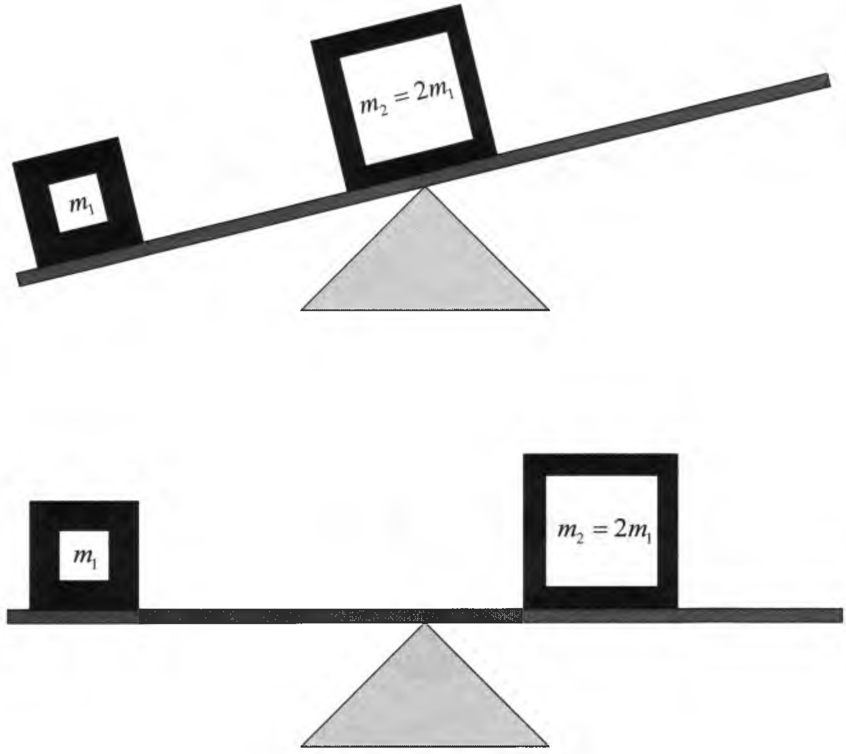


Рис. 10.5. Расположение груза-противовеса в точке вращения весов-качелей не позволяет уравновесить весы (вверху); чтобы уравновесить весы, нужно сдвинуть груз с большей массой к другому концу весов

Знакомимся с формулой момента силы

Для уравновешивания весов важно не только, какая сила используется, но и где она прикладывается. Расстояние от точки приложения силы до точки вращения называется *плечом силы*.

Предположим, что нам нужно открыть дверь, схематически показанную на рис. 10.6. Как известно из опыта, дверь практически невозможно открыть, если прилагать силу вблизи петель (см. схему А на рис. 10.6). Однако, если приложить силу посередине двери, то открыть ее будет гораздо проще (см. схему Б на рис. 10.6). Наконец, прилагая силу у противоположного края двери по отношению к расположению петель, ее можно открыть с еще меньшим усилием (см. схему В на рис. 10.6).

На рис. 10.6 расстояние от мест расположения петель до точки приложения силы и есть плечо силы. *Моментом силы* называется произведение прилагаемой силы F на плечо силы l:

$$M = F \cdot l.$$

Момент силы в системе СИ измеряется в Н·м, а в системе СГС — в дин·см (подробнее эти системы единиц измерения описываются в главе 2).

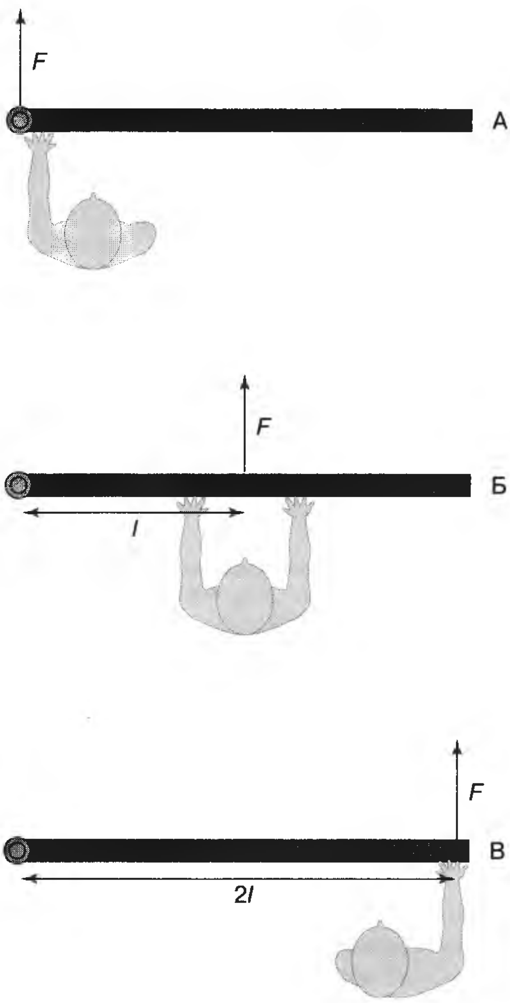


Рис. 10.6. Сила, которая необходима для открытия двери, зависит от точки ее приложения

Вернемся к примеру на рис. 10.6, где требуется открыть дверь шириной 1 м с помощью силы величиной 200 Н. В случае А (см. рис. 10.6) плечо силы равно нулю и произведение этого плеча на силу любой величины (включая и силу 200 Н) даст нулевой момент силы. В случае Б (см. рис. 10.6) плечо силы равно половине ширины двери, т.е. плечо силы l равно 0,5 м и момент силы будет равен:

$$M = F \cdot l = 200 \cdot 0{,}5 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В случае В (см. рис. 10.6) плечо силы равно ширине двери, т.е. плечо силы l равно 1 м и момент силы будет равен:

$$M = F \cdot l = 200 \cdot 1 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Итак, увеличение вдвое длины плеча при той же силе дает нам такое же увеличение момента силы. До сих пор сила прилагалась перпендикулярно к линии, соединяющей точку приложения силы и точку вращения. А что будет с моментом силы, если дверь будет немного приоткрыта и направление силы уже будет не перпендикулярным?

Разбираемся с направлением приложенной силы и плечом силы

Допустим, что сила приложена не перпендикулярно к поверхности двери, а параллельно, как показано на схеме А на рис. 10.7. Как известно из опыта, таким образом дверь открыть невозможно. Дело в том, что у такой силы нет проекции, которая бы могла вызвать вращательное движение. Точнее говоря, у такой силы нет ненулевого плеча для создания вращательного момента силы.

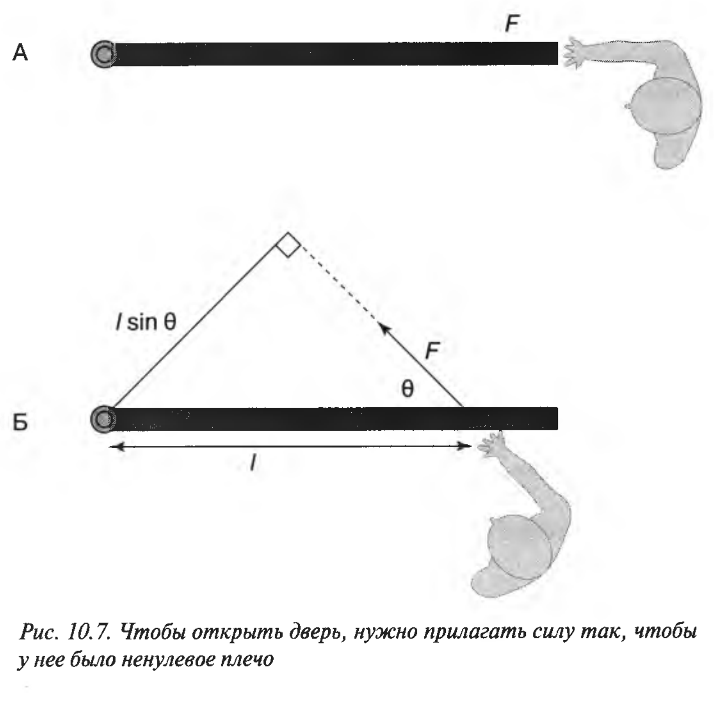


Рис. 10.7. Чтобы открыть дверь, нужно прилагать силу так, чтобы у нее было ненулевое плечо

Размышляем над тем, как создается момент силы

Момент силы из предыдущего примера требуется создавать всегда для открытия двери независимо от того, какую дверь приходится открывать: легкую калитку изгороди или массивную дверь банковского сейфа. Как вычислить необходимый момент силы? Сначала нужно определить плечо сил, а потом умножить его на величину силы.

Однако не всегда все так просто. Посмотрите на схему Б на рис. 10.7. Как видите, сила прилагается под некоторым углом θ. Как в таком случае определить плечо силы? Если бы угол θ был прямым, то мы могли бы воспользоваться уже известно нам формулой:

$$M = F \cdot l.$$

Однако в данном случае угол θ не является прямым.

В таком случае нужно просто помнить следующее правило: плечом силы называется длина перпендикуляра, опущенного из предполагаемой точки вращения на прямую, относительно которой действует сила.

Попробуем применить это правило определения плеча силы для схемы Б на рис. 10.7. Нужно продлить линию, вдоль которой действует сила, а потом опустить на нее перпендикуляр из точки вращения двери. Из полученного прямоугольного треугольника легко определить искомое плечо силы:

$$l \cdot \sin\theta.$$

Если угол θ равен нулю, то никакого момента силы не возникает (см. схему А на рис. 10.7).

Итак, получаем для момента силы для схемы Б на рис. 10.7:

$$M = F \cdot l \cdot \sin\theta.$$

Например, если требуется открыть дверь шириной 1 м с помощью силы величиной 200 Н, приложенной под углом θ=45°, то создаваемый момент этой силы будет равен:

$$M = F \cdot l \cdot \sin\theta = 200 \cdot 1 \cdot 0{,}7 = 140 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Как видите, этот момент силы 140 Н·м меньше, чем момент силы 200 Н·м, созданный под прямым углом на схеме В на рис. 10.6.

Определяем направление момента силы

Учитывая все приведенные выше сведения о моменте силы, у читателя вполне может возникнуть подозрение, что момент силы обладает направлением. И это действительно так. Момент силы является векторной величиной, направление которой определяется по правилу правой руки. Если охватить ладонью ось вращения, а пальцы свернуть так, чтобы они указывали на направление силы, то вытянутый большой палец укажет направление вектора момента силы.

На рис. 10.8 показан пример силы **F** с плечом **l** и соответствующего вектора момента сил **M**.

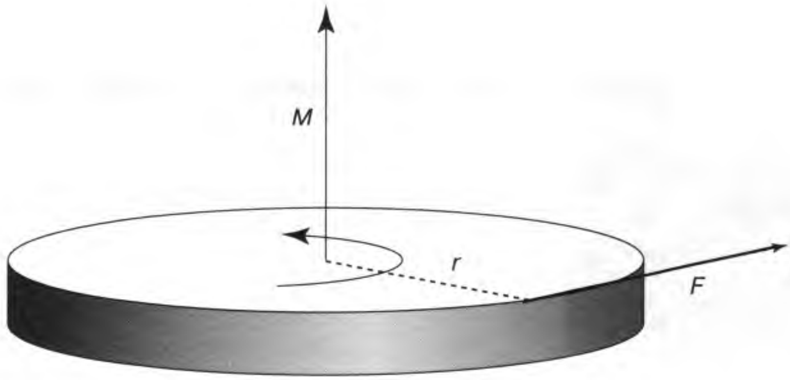


Рис. 10.8. Схема определения направления вектора момента силы

Уравновешиваем моменты сил

В жизни нам часто приходится сталкиваться с равновесными состояниями. Как равновесное механическое состояние определяется с точки зрения физики? Обычно физики подразумевают под равновесным состоянием объекта то, что он не испытывает никакого ускорения (но может двигаться с постоянной скоростью).

Для поступательного движения равновесное состояние означает, что сумма всех *сил*, действующих на объект равна нулю:

$$\sum \mathbf{F} = 0.$$

Иначе говоря, результирующая действующая сила равна нулю.

Вращательное движение также может быть равновесным, если такое движение происходит без углового ускорения, т.е. с постоянной угловой скоростью.

Для вращательного движения равновесное состояние означает, что сумма всех *моментов сил*, действующих на объект, равна нулю:

$$\sum \mathbf{M} = 0.$$

Как видите, это условие равновесного вращательного движения аналогично условию равновесного поступательного движения. Условия равновесного вращательного движения удобно использовать для определения момента силы, необходимого для уравновешивания неравномерно вращающегося объекта.

Простой пример: вешаем рекламный плакат

Предположим, что у входа в магазин нужно повесить большой и тяжелый рекламный плакат, как показано на рис. 10.9. Хозяин магазина пытался сделать это и раньше, но у него ничего не выходило, поскольку он использовал очень непрочный болт.

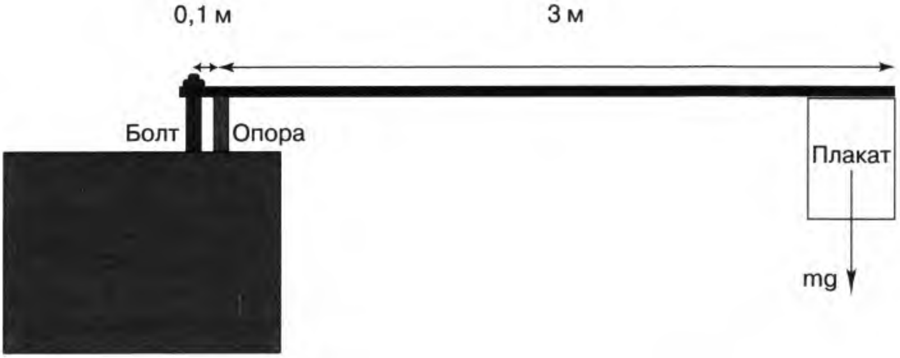


Рис. 10.9. Для надежного закрепления рекламного плаката нужно соблюсти условия равновесия, т.е. равенства нулю всех сил и моментов сил

Попробуем определить силу, с которой болт должен удерживать всю конструкцию, показанную на рис. 10.9. Пусть плакат имеет массу 50 кг и висит на шесте 3 м от точки опоры шеста, а массу шеста в данном примере будем считать пренебрежимо малой. Болт находится в 10 см от точки опоры шеста.

Согласно условиям равновесия, сумма всех моментов сил должна быть равна нулю:

$$\sum \mathbf{M} = 0.$$

Иначе говоря:

$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{п}} + \mathbf{M}_{\text{б}} = 0,$$

где $\mathbf{M}_{\text{п}}$ - это момент силы со стороны плаката, а $\mathbf{M}_{\text{б}}$ - это момент силы со стороны болта.

Чему равны упомянутые моменты? Момент силы со стороны плаката можно легко определить по формуле:

$$\mathbf{M}_{\text{п}} = m\mathbf{g}l_{\text{п}},$$

где $m = 50$ кг — это масса плаката, $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения под действием силы гравитационного притяжения (силы тяжести), $m\mathbf{g}$ — сила тяжести плаката, а $l_{\text{п}} = 3$ м — это плечо силы тяжести плаката.

Подставляя значения, получим:

$$M_{\text{п}} = mgl_{\text{п}} = 50 \cdot (-9{,}8) \cdot 3 = -1470 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Обратите внимание, что здесь перед ускорением свободного падения под действием силы гравитационного притяжения стоит знак "минус". Это значит, что вектор ускорения свободного падения направлен вниз, т.е. в сторону, противоположную выбранному направлению оси координат.

Момент силы со стороны болта определяется формулой:

$$\mathbf{M}_{\text{б}} = \mathbf{F}_{\text{б}} l_{\text{б}},$$

где $\mathbf{F}_{\text{б}}$ — это искомая сила, с которой болт должен удерживать всю конструкцию, а $l_{\text{б}} = 0{,}1$ м — это ее плечо.

Подставляя полученные выражения для моментов сил в формулу:

$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{M}_п + \mathbf{M}_б = 0,$$

получим, что:

$$m\mathbf{g}l_п + \mathbf{F}_б l_б = 0.$$

Отсюда с помощью простых алгебраических преобразований получим искомую силу:

$$\mathbf{F}_б = -\frac{m\mathbf{g}l_п}{l_б}.$$

Как видите сила, с которой болт должен удерживать всю конструкцию, направлена противоположно вектору ускорения свободного падения, т.е. вверх.

Подставляя значения, получим искомый ответ:

$$F_б = -\frac{mgl_п}{l_б} = -\frac{50 \cdot 9{,}8 \cdot 3}{0{,}1} = 14700 \text{ Н}.$$

Более сложный пример: учитываем силу трения при расчете равновесия

Рассмотрим теперь другую более сложную задачу, в которой для расчета равновесия системы объектов нужно учесть силу трения. Предположим, что работник магазина решил использовать переносную лестницу для монтажа рекламного плаката, как схематически показано на рис. 10.10.

Пусть лестница длиной $l_л = 4$ м стоит под углом $\theta = 45°$ к поверхности тротуара, работник имеет массу $m_р = 45$ кг и находится на ней на расстоянии $l_р = 3$ м от нижнего конца лестницы, лестница имеет массу $m_л = 20$ кг, а коэффициент трения покоя между поверхностью тротуара и концами лестницы равен $\mu_п = 0{,}7$. Вопрос: будет ли такая система объектов находиться в состоянии равновесия? Попросту говоря, достаточной ли будет сила трения, чтобы лестница вместе с рабочим не соскользнула и упала?

Итак, для ответа на этот вопрос нам нужно учесть следующие силы, действующие на лестницу:

- ✓ $\mathbf{F}_с$ — нормальная сила со стороны стены;
- ✓ $\mathbf{F}_р$ — вес рабочего;
- ✓ $\mathbf{F}_л$ — вес лестницы;
- ✓ $\mathbf{F}_{тр}$ — сила трения между поверхностью тротуара и концами лестницы;
- ✓ $\mathbf{F}_т$ — нормальная сила со стороны тротуара.

Согласно условиям равновесного поступательного движения, сумма всех сил, действующих на лестницу, должна быть равна нулю:

$$\sum \mathbf{F} = 0.$$

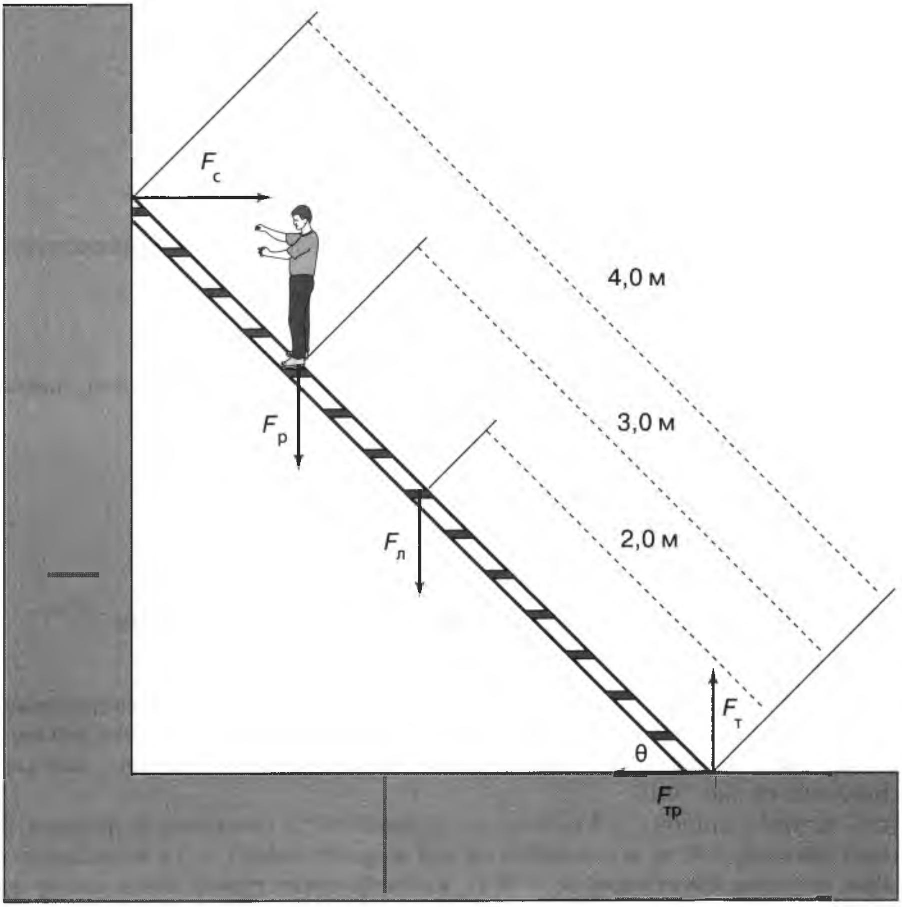


Рис. 10.10. Для обеспечения равновесия рабочего на лестнице необходимо учесть силу трения

Это значит, что сумма всех сил вдоль горизонтальной оси, а именно нормальной силы со стороны стены $\mathbf{F}_с$ и силы трения между поверхностью тротуара и концами лестницы $\mathbf{F}_{тр}$, должна быть равна нулю, то есть:

$$\mathbf{F}_с + \mathbf{F}_{тр} = 0$$

или

$$F_с + \mu_т F_т = 0.$$

Перефразируя поставленный выше вопрос о достаточности силы трения, получим: выполняется ли условие

$$\mathbf{F}_{тр} \geq \mathbf{F}_с \text{, т.е. } \mu_т F_т \geq F_с \text{ или } \mu_т \geq \frac{F_с}{F_т}?$$

Кроме того, сумма всех сил вдоль вертикальной оси, а именно веса рабочего $\mathbf{F}_р$, веса лестницы $\mathbf{F}_л$ и нормальной силы со стороны тротуара $\mathbf{F}_т$, должна быть равна нулю, то есть:

$$\mathbf{F}_р + \mathbf{F}_л + \mathbf{F}_т = 0$$

или

$$-m_р g - m_л g + F_т = 0.$$

Согласно условиям равновесного вращательного движения, также необходимо равенство нулю всех моментов сил, действующих на лестницу:

$$\sum \mathbf{M} = 0.$$

Пусть предполагаемой точкой вращения является нижний конец лестницы, тогда должна быть равна нулю сумма моментов сил, создаваемых весом рабочего $\mathbf{M}_р = [\mathbf{L}_р \times \mathbf{F}_р]$, весом лестницы $\mathbf{M}_л = [\mathbf{L}_л \times \mathbf{F}_л]$ и нормальной силой со стороны стены $\mathbf{M}_с = [\mathbf{L}_с \times \mathbf{F}_с]$:

$$\mathbf{M}_р + \mathbf{M}_с + \mathbf{M}_л = 0$$

или

$$\left[\mathbf{L}_р \times \mathbf{F}_р\right] + \left[\mathbf{L}_л \times \mathbf{F}_л\right] + \left[\mathbf{L}_с \times \mathbf{F}_с\right] = 0$$

или

$$F_р \cdot L_р \cdot \sin\alpha + F_л \cdot L_л \cdot \sin\beta + F_с \cdot L_с \cdot \sin\gamma = 0.$$

Поскольку $L_р = l_р$, $L_л = l_л/2$ (центр тяжести лестницы находится посередине лестницы), $L_с = l_л$, $\alpha = 360° - \theta$, $\beta = 360° - \theta$ и $\gamma = \theta$, то получим:

$$-F_р \cdot l_р \cdot \sin\theta - \frac{1}{2} F_л \cdot l_л \cdot \sin\theta + F_с \cdot l_л \cdot \sin\theta = 0$$

или

$$-m_р g l_р \sin\theta - \frac{1}{2} m_л g l_л \sin\theta + F_с l_л \sin\theta = 0.$$

Таким образом, мы получили систему из двух уравнений с двумя неизвестными сил $\mathbf{F}_с$ и $\mathbf{F}_т$:

$$-m_р g - m_л g + F_т = 0;$$

$$-m_р g l_р \sin\theta - \frac{1}{2} m_л g l_л \sin\theta + F_с l_л \sin\theta = 0.$$

Зададимся вопросом: соблюдается ли условие

$$\mu_т \geq \frac{F_с}{F_т}?$$

Из системы двух уравнений получим:

$$\frac{F_\text{с}}{F_\text{т}} = \frac{m_\text{р} g l_\text{р} + \frac{1}{2} m_\text{л} g l_\text{л}}{\left(m_\text{р} g + m_\text{л} g\right) l_\text{л}} = \frac{m_\text{р} l_\text{р} + \frac{1}{2} m_\text{л} l_\text{л}}{\left(m_\text{р} + m_\text{л}\right) l_\text{л}}.$$

Итак, остается выяснить, соблюдается ли условие:

$$\mu_\text{т} \geq \frac{m_\text{р} l_\text{р} + \frac{1}{2} m_\text{л} l_\text{л}}{\left(m_\text{р} + m_\text{л}\right) l_\text{л}}?$$

После подстановки значений получим:

$$\frac{m_\text{р} l_\text{р} + \frac{1}{2} m_\text{л} l_\text{л}}{\left(m_\text{р} + m_\text{л}\right) l_\text{л}} = \frac{50 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4}{(50 + 20) 4} = 0{,}68.$$

Поскольку $\mu_\text{т} = 0{,}7$, то упомянутое условие соблюдается, и лестница с рабочим не упадет.

Глава 11

Раскручиваем объекты: момент инерции

В этой главе...

- Переходим от динамики поступательного движения к динамике вращательного движения
- Вычисляем момент инерции
- Определяем работу вращательного движения
- Находим связь между работой и изменением кинетической энергии
- Изучаем закон сохранения момента импульса

Эта глава посвящена динамике вращательного движения, т.е. описанию сил и их влияния на характер вращательного движения. Здесь рассматриваются основные законы динамики вращательного движения по аналогии с законами динамики поступательного движения. Например, описывается аналог второго закона Ньютона (см. главу 5), представлено новое понятие "момент инерции", исследуется связь между работой и кинетической энергией и т.п.

Применяем второй закон Ньютона для вращательного движения

Согласно второму закону Ньютона (см. главу 5), ускорение объекта под действием силы пропорционально величине силы и обратно пропорционально массе объекта:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m,$$

где $\mathbf{a}$ — это вектор ускорения, $\mathbf{F}$ — вектор силы, а m — масса объекта. Подробнее о векторах рассказывается в главе 4. Соблюдается ли этот закон для вращательного движения?

В главе 10 мы уже познакомились характеристиками вращательного движения, которые являются эквивалентами (аналогами) некоторых характеристик поступательного движения. А как будет выглядеть аналог у второго закона Ньютона? Похоже, что во вращательном движении роль ускорения $\mathbf{a}$ играет угловое ускорение α, а роль силы $\mathbf{F}$ — момент силы $\mathbf{M}$? Не вдаваясь в подробности, скажем лишь, что это действительно так. А что же с массой? Оказывается, что для этого используется новое понятие — *момент инерции* I. Известно, что второй закон Ньютона для вращательного движения принимает следующий вид:

$$\alpha = \mathbf{M}/I.$$

Рассмотрим простой пример. Пусть привязанный нитью мячик для игры в гольф вращается по окружности, как показано на рис. 11.1. Допустим, что к мячику приложена направленная по касательной к окружности тангенциальная сила, которая приводит к увеличению тангенциальной скорости мячика. (Обратите внимание, что речь идет *не* о нормальной силе, направленной вдоль радиуса окружности вращения. Более подробно нормальная и тангенциальная скорости, а также нормальное и тангенциальное ускорения рассматриваются в главе 10.)

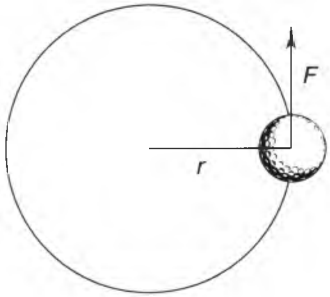


Рис. 11.1. Сила, приложенная по касательной к окружности вращения, приводит к увеличению тангенциальной скорости мячика

Поскольку:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m,$$

то, умножая обе части этой формулы на радиус окружности r, получим:

$$r\mathbf{a} = r\mathbf{F}/m.$$

Поскольку $r\mathbf{F} = \mathbf{M}$, то

$$r\mathbf{a} = \mathbf{M}/m$$

или

$$\mathbf{M} = mr\mathbf{a}.$$

Таким образом, частично совершен переход от второго закона Ньютона для поступательного движения к его аналогу для вращательного движения. (Следует отметить, что это выражение справедливо для материальной точки, т.е. объекта, размерами которого можно пренебречь по сравнению с величиной радиуса окружности r. Для протяженного объекта следует использовать другие формулы, которые описываются далее в этой главе. —*Примеч. ред.*)

Преобразуем тангенциальное ускорение в угловое

Чтобы полностью перейти от описания поступательного движения к описанию вращательного движения, необходимо использовать связь между угловым ускорением α и тангенциальным ускорением $\mathbf{a}$. Как нам уже известно из главы 10, они связаны следующим соотношением:

$$r\alpha = \mathbf{a}.$$

Подставляя это выражение в приведенную выше формулу

$$\mathbf{M} = mr\mathbf{a},$$

получим:

$$\mathbf{M} = mr\mathbf{a} = mr(r\alpha) = mr^2\alpha.$$

Итак, мы получили связь момента силы, действующей на материальную точку, и ее углового ускорения. Коэффициент пропорциональности между ними, $I = mr^2$, называется ***моментом инерции*** материальной точки. Таким образом, мы получили эквивалент второго закона Ньютона для вращательного движения, где роль силы играет момент силы, роль ускорения — угловое ускорение, а роль массы — момент инерции.

Пример: вычисляем момент силы для обеспечения углового ускорения

Если на объект действует несколько сил, то второй закон Ньютона имеет следующий вид:

$$\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a},$$

где $\sum\mathbf{F}$ обозначает векторную сумму всех сил, действующих на объект.

Аналогично, если на объект действует несколько моментов сил, то второй закон Ньютона имеет вид:

$$\sum\mathbf{M} = I\alpha,$$

где $\sum\mathbf{M}$ обозначает векторную сумму всех моментов сил, действующих на объект. Аналог массы, т.е. момент инерции, измеряется в кг·м^2.

ПОМНИ!

Помните, что аналогом второго закона Ньютона при описании вращательного движения является формула $\sum\mathbf{M} = I\alpha$, т.е. угловое ускорение прямо пропорционально сумме всех моментов сил, действующих на вращающийся точечный объект, и обратно пропорционально моменту инерции.

Пусть мячик из предыдущего примера (см. рис. 11.1) имеет массу 45 г, а длина нити равна 1 м. Какой момент сил необходимо приложить, чтобы обеспечить угловое ускорение — 2π с$^{-2}$? Подставляя значения в уже известную нам формулу

$$\mathbf{M} = mr^2\alpha,$$

получим:

$$\mathbf{M} = mr^2\alpha = 0{,}045 \cdot 1 \cdot 2\pi = 0{,}28 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Как видите, для решения этой задачи достаточно было поступить, как при определении силы, необходимой для обеспечения ускорения поступательного движения (где нужно было бы умножить массу на ускорение), т.е. умножить угловое ускорение на момент инерции.

Вычисляем момент инерции протяженного объекта

Момент инерции легко вычисляется для очень маленького (точечного) объекта, если все точки объекта расположены на одинаковом расстоянии от точки вращения. Например в предыдущем примере, если считать, что мячик для игры в гольф гораздо меньше длины нити, то все его точки находятся на одинаковом расстоянии от точки вращения, равном радиусу окружности вращения r. В таком случае момент инерции имеет знакомый вид:

$$I = mr^2,$$

где r — это расстояние, на котором сосредоточена вся масса мячика m.

Однако такая идеальная ситуация имеет место далеко не всегда. А чему равен момент инерции протяженного объекта, например стержня, вращающегося относительно одного из своих концов? Ведь его масса сосредоточена не в одной точке, а распределена по всей длине. Вообще говоря, для определения момента инерции протяженного объекта нужно просуммировать моменты инерции всех материальных точек объекта:

$$I = \sum_i mr^2.$$

Например, момент инерции I системы из двух "точечных" мячиков для игры в гольф с одинаковой массой m на расстояниях r_1 и r_2 равен сумме их отдельных моментов инерции $I_1 = mr_1^2$ и $I_2 = mr_2^2$:

$$I = I_1 + I_2 = mr_1^2 + mr_2^2 = m\left(r_1^2 + r_2^2\right).$$

А как определить момент инерции диска, вращающегося относительно своего центра? Нужно мысленно разбить диск на множество материальных точек, вычислить момент инерции каждой такой точки и просуммировать полученные моменты инерции. Физики научились вычислять моменты инерции для многих объектов со стандартной формой. Некоторые из них приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1. Моменты инерции некоторых стандартных объектов

Объект	Момент инерции
Точечный объект, вращающийся относительно центра вращения на расстоянии r	$I=mr^2$
Обруч с радиусом r, вращающийся относительно своего центра в плоскости обруча	$I=mr^2$
Стержень длины r, вращающийся относительно оси, расположенной у одного из концов стержня и ориентированной перпендикулярно стержню	$I=\frac{1}{3}mr^2$
Стержень длины r, вращающийся относительно оси, расположенной посередине стержня и ориентированной перпендикулярно стержню	$I=\frac{1}{12}mr^2$
Прямоугольная пластина со сторонами длины a и b, вращающаяся относительно оси, расположенной вдоль стороны длиной a	$I=\frac{1}{3}mb^2$
Прямоугольная пластина со сторонами длины a и b, вращающаяся относительно оси, расположенной по центру пластины и параллельной стороне длиной a	$I=\frac{1}{12}mr^2$
Диск с радиусом r, вращающийся относительно своего центра в плоскости диска	$I=\frac{1}{2}mr^2$
Полый цилиндр с радиусом r, вращающийся относительно своей оси	$I=mr^2$
Сплошной цилиндр с радиусом r, вращающийся относительно своей оси	$I=\frac{1}{2}mr^2$
Полая сфера с радиусом r, вращающаяся относительно своей оси	$I=\frac{2}{3}mr^2$
Сплошная сфера с радиусом r, вращающаяся относительно своей оси	$I=\frac{2}{5}mr^2$

Попробуем вычислить моменты инерции нескольких предметов с простой геометрией.

Пример: замедление вращения компакт-диска

Компакт-диски могут вращаться с разными угловыми скоростями. Это необходимо для обеспечения одинаковой линейной скорости считывания информации на участках, находящихся на разных расстояниях от центра вращения. Пусть диск массой 30 г и диаметром 12 см сначала вращается со скоростью 700 оборотов в секунду, а спустя 50 минут — со скоростью 200 оборотов в секунду. Какой средний момент сил действует на компакт-диск при таком уменьшении скорости? Связь момента сил и углового ускорения имеет вид:

$$M = I\alpha.$$

Момент инерции диска с радиусом r, вращающегося относительно своего центра в плоскости диска, выражается формулой:

$$I = \tfrac{1}{2}mr^2.$$

Подставляя значения, получим:

$$I = \tfrac{1}{2}mr^2 = \tfrac{1}{2}(0{,}03)(0{,}06)^2 = 5{,}4\cdot10^{-5}\ \text{кг}\cdot\text{м}^2.$$

Теперь нужно определить угловое ускорение, которое определяется следующей формулой:

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega$ произошло за промежуток времени:

$$\Delta t = 50\ \text{минут} = 1500\ \text{с}.$$

В данном примере изменение угловой скорости:

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0,$$

где ω_1 — конечная, а ω_0 — начальная угловая скорость компакт-диска.

Чему они равны? Начальная скорость 700 оборотов в секунду означает, что диск за секунду 700 раз проходит 2π радиан:

$$\omega_1 = 700\cdot2\pi = 1400\pi = 4400\ \text{с}^{-1}.$$

Аналогично, конечная скорость 200 оборотов в секунду означает, что диск за секунду 200 раз проходит 2π радиан:

$$\omega_1 = 200\cdot2\pi = 400\pi = 1300\ \text{с}^{-1}.$$

Подставляя значения в формулу углового ускорения, получим:

$$\alpha = \Delta\omega/\Delta t = (\omega_1 - \omega_0)/\Delta t = (1300 - 4400)/1500 = 1{,}93\ \text{с}^{-2}.$$

Подставляя значения момента инерции и углового ускорения в итоговую формулу момента силы, получим:

$$M = I\alpha = (5{,}4\cdot10^{-5})(1{,}93) = 1{,}0\cdot10^{-4}\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Итак, средний момент равен 10^{-4} Н·м, а чему будет равна сила для создания такого момента, если она приложена к краю диска? Ее величину легко вычислить по следующей формуле:

$$F = M/r = (1{,}0\cdot10^{-4})/(0{,}06) = 1{,}7\cdot10^{-3}\ \text{Н}.$$

Оказывается, для такого замедления компакт-диска нужно приложить не такую уж и большую силу.

Еще один пример: поднимаем груз

Вращательное движение порой внешне выглядит не так очевидно, как вращение компакт-диска. Например подъем груза с помощью блока также является примером вращательного движения. Хотя канат и груз движутся поступательно, но сам блок вращается (рис. 11.2). Пусть радиус блока равен 10 см, его масса равна 1 кг, масса груза равна 16 кг, а к веревке прилагается сила 200 Н. Попробуем вычислить угловое ускорение блока.

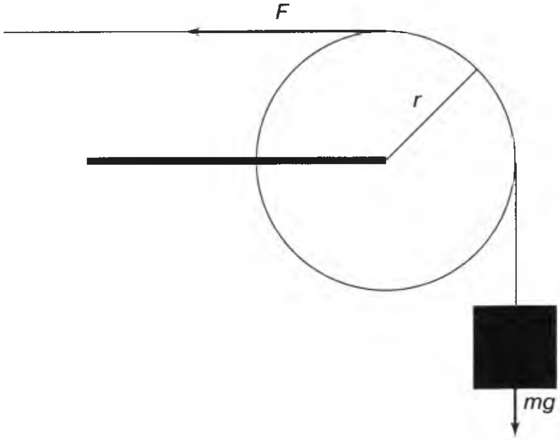


Рис. 11.2. Применяем силу для раскручивания блока и подъема груза

В данном примере нужно вычислить сумму всех моментов сил $\sum \mathbf{M}$, которые действуют на веревку:

$$\sum M = I\alpha.$$

В данном примере на веревку действует два момента сил: один M_1 со стороны груза весом mg, а другой M_2 — со стороны горизонтальной силы F:

$$\sum M = M_1 + M_2 = I\alpha.$$

Отсюда получаем формулу для углового ускорения:

$$\alpha = \frac{(M_1 + M_2)}{I}.$$

Эти моменты M_1 и M_2 имеют одинаковое плечо, равное радиусу блока r, поэтому:

$$M_1 = -mgr;$$

$$M_2 = Fr.$$

Поскольку блок имеет форму диска, то из табл. 11.1 находим его момент инерции:

$$I = \tfrac{1}{2}Mr^2.$$

Подставляя выражения для I, M_1 и M_2 в формулу для углового ускорения, получим:

$$\alpha = \frac{(M_1 + M_2)}{I} = \frac{(-mgr + Fr)}{\tfrac{1}{2}Mr^2} = \frac{(-mg + F)r}{\tfrac{1}{2}Mr^2} = 2\frac{(F - mg)}{Mr}.$$

Подставляя значения, получим:

$$\alpha = 2\frac{(F - mg)}{Mr} = 2\frac{(200 - 16 \cdot 9{,}8)}{1 \cdot 0{,}1} = 864\ \text{с}^{-2}.$$

Вычисляем энергию и работу при вращательном движении

При изучении поступательного движения в главе 8 мы познакомились с понятием *работа*. Она равна произведению силы на перемещение под действием этой силы. Можно ли выразить работу при вращательном движении на основе его характеристик? Конечно можно, и для этого потребуется преобразовать силу в момент силы, а перемещение — в угол. В этом разделе демонстрируется такое преобразование, а также связь работы с изменением энергии.

Работа при вращательном движении

Допустим, что инженеру в области автомобилестроения необходимо рассчитать параметры революционно новой шины колеса. Для начала он решил оценить работу, которую необходимо выполнить для ускоренного раскручивания этой шины. Как связать работу при поступательном движении и работу при вращательном движении? Инженер предложил простую, как все гениальное, идею: "связать" шину веревкой. Точнее говоря, он предложил намотать веревку на шину, потянуть за веревку с помощью внешней силы и раскрутить шину. Так, приравнивая работу внешней силы при поступательном движении веревки и работу ускорения вращательного движения шины, можно, образно говоря, "связать" их веревкой.

Пусть шина имеет радиус r и для ее вращения используется сила F, как показано на рис. 11.3.

Рис. 11.3. Схема приложения силы к шине колеса

Чему равна работа этой силы? Применим знакомую нам формулу:

$$W = F \cdot s,$$

где s — это перемещение веревки под действием этой силы. В данном примере перемещение s равно произведению радиуса r на угол поворота шины θ:

$$s = r \cdot \theta.$$

Подставляя это выражение в формулу работы, получим:

$$W = F \cdot s = Fr\theta.$$

Поскольку момент M, создаваемой этой силой, равен:

$$M = Fr,$$

то получаем для работы:

$$W = Fr\theta = M\theta.$$

Таким образом, работа при вращательном движении равна произведению момента силы и угла поворота. Она измеряется в тех же единицах, что и работа при поступательном движении, т.е. в джоулях.

Учтите, что для описания вращательного движения в этих формулах работы угол нужно указывать в радианах.

Вот еще один пример. Пусть пропеллер самолета совершает 100 поворотов с постоянным моментом силы 600 Н·м. Какую работу выполняет двигатель самолета? Для ответа на этот вопрос начнем с уже известной нам формулы:

$$W = M\theta.$$

Полный оборот соответствует повороту на угол 2π. Подставляя значения в формулу, получим:

$$W = M\theta = 600 \cdot 100 \cdot 2\pi = 3{,}77 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Что происходит с выполненной таким образом работой? Она преобразуется в кинетическую энергию вращательного движения.

Изучаем кинетическую энергию вращательного движения

Из главы 8 нам уже известно, что объект массы m, движущийся поступательно со скоростью v, обладает кинетической энергией:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

А как получить формулу кинетической энергии для вращающегося объекта? Нужно применить данную формулу для всех его частичек.

При описании вращательного движения аналогом массы является момент инерции, а аналогом скорости — угловая скорость.

Как известно (см. главу 10), тангенциальная скорость v и угловая скорость ω связаны соотношением:

$$v = r\omega,$$

где r — это радиус окружности вращения.

Подставляя это соотношение в предыдущую формулу, получим:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2.$$

Однако эта формула справедлива только для бесконечно малой материальной точки. Чтобы определить кинетическую энергию протяженного объекта, нужно просуммировать кинетические энергии всех его мельчайших материальных точек, т.е. вычислить сумму:

$$K = \frac{1}{2}\sum m(r\omega)^2.$$

Как можно было бы упростить эту формулу? Предположим, что все составляющие частички протяженного объекта вращаются с одинаковой угловой скоростью. Тогда угловую скорость можно вынести за знак суммирования и получим:

$$K = \frac{1}{2}\sum m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \sum mr^2.$$

Здесь начинается самое интересное. Ранее в этой главе уже приводилась формула момента инерции:

$$I = \sum mr^2.$$

Теперь совсем нетрудно сделать подстановку в предыдущей формуле кинетической энергии:

$$K = \frac{1}{2}\omega^2 \sum mr^2 = \frac{1}{2}\omega^2 I.$$

Итак, кинетическая энергия вращательного движения вычисляется аналогично кинетической энергии поступательного движения, если вместо массы использовать момент инерции, а вместо тангенциальной скорости — угловую скорость. Примеры кинетической энергии вращательного движения окружают повсюду. Спутник на космической орбите и бочка пива, которую скатывают по наклонной плоскости, обладают определенной кинетической энергией вращательного движения. Особенности вращательного движения бочки пива более подробно описываются в следующем разделе.

Измеряем кинетическую энергию бочки, катящейся по наклонной плоскости

Итак, нам уже известно, что объекты могут двигаться поступательно и вращательно, причем двигаться так, что без знания строгих законов физики порой трудно понять их поведение. Да ну? Действительно, если бочка *скользит* вниз по наклонной плоскости, то ее потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию поступательного движения (см. главу 8). А если бочка *скатывается* вниз по наклонной плоскости, то ее потенциальная энергия превращается не только в кинетическую энергию поступательного движения, но и в кинетическую энергию вращательного движения.

На рис. 11.4 показан случай, когда с наклонной плоскости высотой h скатываются сплошной и полый цилиндры с одинаковой массой m. Какой цилиндр достигнет нижнего конца наклонной плоскости?

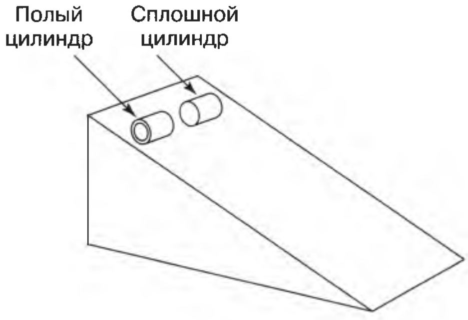


Рис. 11.4. Какой цилиндр быстрее скатится с наклонной плоскости: сплошной или полый?

Иначе говоря: какой цилиндр будет обладать большей скоростью в конце наклонной плоскости? Поскольку действующие на цилиндры силы постоянны, то постоянны и их ускорения, а значит, большая скорость в конце пути означает меньшее время его прохождения. В случае только поступательного движения цилиндра и при отсутствии трения уменьшение потенциальной энергии mgh преобразуется в увеличение кинетической энергии только поступательного движения $½mv^2$, т.е.:

$$mgh = ½mv^2.$$

Однако в данном примере эта формула не годится, потому что цилиндры скатываются без проскальзывания. Это значит, что часть уменьшения потенциальной энергии будет преобразовываться в увеличение кинетической энергии поступательного движения $½mv^2$, а часть — в кинетическую энергию вращательного движения $½I\omega^2$. Тогда предыдущее равенство принимает следующий вид:

$$mgh = ½mv^2 + ½I\omega^2.$$

Сделаем подстановку $\omega = v/r$ и получим:

$$mgh = ½mv^2 + ½I(v/r)^2.$$

Путем несложных алгебраических преобразований получим:

$$mgh = ½mv^2 + ½I(v/r)^2 = ½v^2(m + I/r^2),$$

откуда легко получить выражение для скорости цилиндра:

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + I/r^2}}.$$

Для обоих цилиндров все параметры одинаковы, кроме момента инерции I. Как это повлияет на скорость цилиндров? Согласно данным из табл. 11.1, полый цилиндр имеет момент инерции mr^2, а сплошной — $½mr^2$.

Итак, для полого цилиндра получим:

$$v_{полый} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + I/r^2}} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + (mr^2)/r^2}} = \sqrt{gh},$$

а для сплошного цилиндра:

$$v_{сплошной} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + I/r^2}} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + (½mr^2)/r^2}} = \sqrt{\frac{4gh}{3}}.$$

А их отношение равно:

$$\frac{v_{сплошной}}{v_{полый}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = 1{,}15.$$

Как видите, скорость сплошного цилиндра в 1,15 раза больше скорости полого цилиндра, а значит, сплошной цилиндр быстрее достигнет конца наклонной плоскости.

Как на пальцах объяснить полученный результат? Все очень просто. В полом цилиндре вся масса сосредоточена на расстоянии радиуса цилиндра, а в сплошном цилиндре значительная часть масса распределена ближе радиуса. Это значит, что при одинаковой угловой скорости в полом цилиндре больше материала будет обладать большей тангенциальной скоростью, а для этого потребуется потратить больше энергии.

Не можем остановиться: момент импульса

Допустим, нам нужно остановить космический корабль с массой 40 т, который находится на околоземной орбите. Для этого потребуется затратить немалые усилия. Почему? Все дело во *вращательном импульсе* космического корабля.

В главе 9 подробно описывается понятие *импульс* материальной точки, который выражается следующей формулой:

$$p = mv,$$

где m — это масса, а v — скорость материальной точки.

По аналогии, при описании вращательного движения физики используют понятие *вращательный импульс* (который в русскоязычной научной литературе чаще называют *моментом импульса* материальной точки. — *Примеч. ред.*):

$$\mathbf{L} = l\omega,$$

где l — это момент инерции, а ω — угловая скорость материальной точки.

ПОМНИ

Следует помнить, что момент импульса (или вращательный импульс) является вектором, направление которого совпадает с направлением вектора угловой скорости.

Момент импульса в системе СИ измеряется в $кг \cdot м^2 \cdot с^{-1}$ (более подробно системы единиц измерения описываются в главе 2). Одним из наиболее важных свойств момента импульса является закон сохранения момента импульса.

Сохраняем момент импульса

Закон сохранения момента импульса гласит: момент импульса сохраняется, если равна нулю сумма всех моментов внешних сил. Этот закон проявляется во многих обыденных ситуациях. Например часто приходится видеть, как мастера фигурного катания на льду вращаются с широко разведенными в стороны руками, а затем резко приближают их к своему телу и сильно ускоряют свое вращение. Дело в том, что таким образом они уменьшают свой момент инерции и, согласно закону сохранения момента импульса, увеличивают свою угловую скорость. Зная начальную угловую скорость вращения фигуриста ω_0 и его моменты инерции в позе с разведенными руками I_0 и в позе с сомкнутыми руками I_1, легко найти конечную угловую скорость ω_1 по формуле:

$$I_0\omega_0 = I_1\omega_1.$$

Однако этот закон удобно использовать не только в таких простых ситуациях. Возвращаясь к примеру с космическим кораблем на околоземной орбите, следует отметить, что его орбита далеко не всегда является строго круглой. Чаще всего орбиты спутников Земли и других планет имеют эллиптическую форму. Поэтому без закона сохранения момента импульса было бы гораздо сложнее определять параметры их орбитального движения.

Пример закона сохранения момента импульса: вычисляем скорость спутника

Предположим, что космический корабль вращается на эллиптической орбите вокруг Плутона. Причем в самой близкой к Плутону точке орбиты спутник находится на расстоянии $6 \cdot 10^6$ м от центра Плутона и имеет скорость $9 \cdot 10^3$ м/с. Вопрос: какой будет скорость спутника в самой далекой точке эллиптической орбиты на расстоянии $2 \cdot 10^7$ м от центра Плутона?

Для ответа на этот вопрос нужно воспользоваться законом сохранения момента импульса, поскольку на спутник не действуют никакие внешние моменты сил (сила гравитационного притяжения направлена параллельно радиусу и не создает момента). Однако закон сохранения момента импульса нужно преобразовать так, чтобы вместо угловых скоростей в его формулировке фигурировали тангенциальные скорости.

Итак, рассмотрим формулу закона сохранения момента импульса:

$$I_{бл}\omega_{бл} = I_{дал}\omega_{дал},$$

где $I_{бл}$ — это момент инерции спутника в самой близкой точке, $I_{дал}$ — это момент инерции спутника в самой далекой точке, $\omega_{бл}$ — угловая скорость спутника в самой близкой точке, а $\omega_{дал}$ — угловая скорость спутника в самой далекой точке.

Предположим, что размеры спутника гораздо меньше расстояния до центра Плутона и спутник можно считать материальной точкой. Тогда его моменты инерции равны:

$$I_{бл} = mr_{бл}^{2}$$

и

$$I_{дал} = mr_{дал}^{2},$$

где $r_{бл}$ — это расстояние от спутника до центра Плутона в самой близкой точке эллиптической орбиты, а $r_{дал}$ — это расстояние от спутника до центра Плутона в самой далекой точке эллиптической орбиты.

Кроме того:

$$\omega_{дал} = v_{дал}/r_{дал}$$

и

$$\omega_{бл} = v_{бл}/r_{бл}.$$

Подставляя все перечисленные соотношения в формулу закона сохранения момента импульса

$$I_{бл}\omega_{бл} = I_{дал}\omega_{дал},$$

получим:

$$(mr_{бл}^{2})(v_{бл}/r_{бл}) = (mr_{дал}^{2})(v_{дал}/r_{дал}).$$

Отсюда путем несложных алгебраических преобразований, получим:

$$v_{дал} = v_{бл}\frac{r_{бл}}{r_{дал}}.$$

Подставляя значения, получим:

$$v_{дал} = v_{бл}\frac{r_{бл}}{r_{дал}} = 9{,}0 \cdot 10^3\frac{6{,}0 \cdot 10^6}{2{,}0 \cdot 10^7} = 2{,}7 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Итак, в ближайшей к Плутону точке орбиты спутник будет иметь скорость 9000 м/с, а в самой дальней — 2700 м/с. Этот результат мы легко получили только благодаря знанию закона сохранения момента импульса.

Глава 12

Сжимаем пружины: простое гармоническое движение

В этой главе...

- Изучаем закон Гука
- Осваиваем основы простого гармонического движения
- Изучаем особенности простого гармонического движения
- Измеряем энергию простого гармонического движения
- Вычисляем период колебаний маятника

Эта глава посвящена описанию еще одного типа движения, а именно: описанию периодического движения. Примерами такого движения являются колебания грузика на пружинке, качания маятника и даже прыжки с высоты с помощью эластичной веревки. В этой главе рассматриваются закономерности и особенности таких повторяющихся, т.е. периодических движений. Здесь мы научимся вычислять характеристики периодического движения: период колебаний пружинки и маятника, упругую энергию сжатой пружины и т.д.

Постигаем закон Гука

Все объекты природы могут *деформироваться*, т.е. менять свою форму или объем, под действием приложенной силы. Если такие *деформации* (т.е. изменения) исчезают после прекращения действия приложенной силы, то они называются *упругими*. Упругость играет важную роль в технике. Упругие пружины используются для гашения удара при посадке космического корабля на поверхность планеты. Свернутые в спираль упругие пластины применяются в заводных механизмах часов. Даже в мышеловке используется упругая деформация пружины.

Еще в XVII-м веке английский физик Роберт Гук, изучая упругие свойства разных материалов, вывел закон, названный его именем. Согласно *закону Гука*, для упругого деформирования материала требуется приложить силу, величина которой прямо пропорциональна его деформации. Например, чтобы растянуть пружину на величину x, потребуется приложить внешнюю силу $F_{вн}$, которая равна:

$$F_{вн} = kx,$$

где k — это коэффициент пропорциональности.

Точнее говоря, вектор деформации $\mathbf{x}$ всегда направлен противоположно силе сопротивления пружины (или *силе упругости*) $\mathbf{F}$, а потому в векторную формулировку закона Гука обычно входит знак “минус”:

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{x}.$$

Растягиваем и сжимаем пружины

Следует помнить, что закон Гука относится *только* к упруго деформируемым материалам.

В реальном мире, помимо упругих деформаций, имеются еще и *пластические деформации*. Так называют деформации, которые остаются в объекте, хотя бы частично, даже после прекращения действия внешних сил. Если сила не превосходит некоторой известной величины, которая называется *пределом упругости*, то возникающая деформация будет пластической. Предел упругости имеет разные значения для разных материалов. Если деформируемый объект, например пружина, испытывает только упругие деформации, то его называют *идеально упругим*, например, *идеально упругой пружиной*. Коэффициент пропорциональности k в законе Гука $F = kx$ называется *коэффициентом упругости* объекта, который зависит от материала объекта, его размеров и измеряется в Н/м.

Допустим, вам нужно спроектировать подвеску автомобиля массой 1000 кг, состоящую из 4 пружин, которые могут идеально упруго деформироваться на расстояние 0,5 м. Каким коэффициентом упругости должна обладать пружина, чтобы выдержать вес автомобиля?

Вес автомобиля равен mg, где g — это ускорение свободного падения под действием силы гравитационного притяжения. Это значит, что на каждую пружину приходится вчетверо меньшая нагрузка $mg/4$.

Определим упругую деформацию пружины под действием этой нагрузки по формуле закона Гука:

$$mg/4 = kx,$$

т.е. коэффициент упругости равен:

$$k = \frac{mg}{4x}.$$

Подставляя значения, получим:

$$k = \frac{mg}{4x} = \frac{1000 \cdot 9{,}8}{4 \cdot 0{,}5} = 4{,}9 \cdot 10^3 \text{ Н/м}.$$

Итак, чтобы выдержать вес автомобиля, потребуется пружина с коэффициентом упругости равным $4{,}9 \cdot 10^3$ Н/м. Не забудьте, что каждый элемент подвески автомобиля должен обладать определенным запасом прочности, чтобы выдерживать непредсказуемые превышения нагрузки, например на ухабах. Однако эта задача выходит за рамки данной книги.

Изучаем особенности закона Гука

Как уже упоминалось выше, в векторную формулировку закона Гука обычно входит знак "минус":

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{x}.$$

Таким образом, знак "минус" выражает следующую особенность упругой деформации: сила упругости всегда противоположна деформации. На рис. 12.1 схематически показаны направления силы упругости и деформации при сжатии и растяжении пружины.

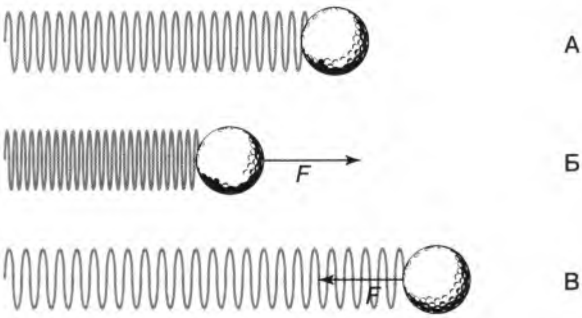


Рис. 12.1. Направление силы упругости всегда противоположно направлению упругой деформации

Как видите, при отсутствии растяжении или сжатия нет и деформации (см. схему А на рис. 12.1). Если пружина сжимается влево, то сила упругости направлена вправо (см. схему Б на рис. 12.1), а если пружина растягивается вправо, то сила упругости направлена влево (см. схему В на рис. 12.1).

Сила упругости пружины не зря называется силой сопротивления, ведь она стремится установить равновесие.

Движемся дальше: простое гармоническое движение

Простым гармоническим движением называется такое движение, при котором сила сопротивления движению пропорциональна перемещению. При этом сила трения не учитывается, и никакие другие внешние силы не оказывают никакого влияния на движение. Такое движение будет выполняться периодически и бесконечно долго. Конечно же, в реальной ситуации так не бывает, но здесь имеется в виду именно идеализированная ситуация.

Изучаем простое гармоническое движение по горизонтали и по вертикали

На рис. 12.1 показан пример движения мячика, прикрепленного к пружине. При сжатии пружины внешней силой справа налево в пружине возникает сила упругости, которая стремится вернуть мячик в исходное положение. После возврата мячика в исходное положение он останавливается не сразу, а спустя какое-то время. Оно необходимо для торможения ускорившегося мячика с помощью силы упругости, возникающей при растягивании вправо. Дело в том, что мячик обладает некоторой массой, и инерция (см. главу 11) не позволяет ему остановиться мгновенно. В результате имеем следующую последовательность событий (см. рис. 12.1).

- ✓ **Схема А.** Мячик находится в состоянии равновесия. Никакие силы не действуют на него. Пружина находится в нерастянутом и в несжатом состоянии.
- ✓ **Схема Б.** Внешняя сила сжала пружину справа налево. В пружине возникла упругая сила сопротивления *F*.

- ✓ **Схема В.** Внешняя сила отпускает пружину (и далее не участвует в процессе движения). Упругая сила сопротивления пружины F стремится распрямить пружину, т.е. вернуть мячик в исходное состояние. Мячик начинает ускоренное движение.

Когда мячик проходит точку исходного положения, его скорость становится очень большой (фактически максимальной) и он продолжает движение вправо. При этом возникает деформация растяжения и соответственно направленная противоположно упругая сила сопротивления пружины. Именно так и происходит при повторяющихся движениях мячика слева направо и, наоборот, справа налево. После первоначального толчка из неподвижного состояния мячик начинает совершать периодические колебания из самого крайнего левого положения в самое крайнее правое положение.

В примере на рис. 12.1 предполагается, что силы трения нет. А что будет, если пружинку с мячиком подвесить вертикально, как показано на рис. 12.2?

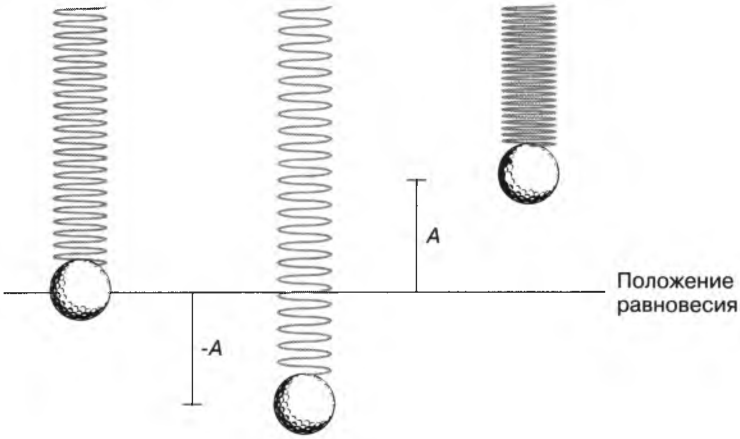


Рис. 12.2. Мячик, подвешенный на пружине

В подвешенном состоянии изменится положение равновесия, но после воздействия внешней силы мячик будет совершать аналогичные периодические движения, но теперь уже вверх-вниз.

Это новое равновесное положение определяется равенством веса мячика mg и силы упругости ky_0 растянутой пружины под действием этого веса:

$$mg = ky_0.$$

Итак, новое положение исходного равновесия будет определяться формулой:

$$y_0 = \frac{mg}{k}.$$

Теперь если потянуть мячик вниз с помощью внешней силы и отпустить мячик, то он начнет совершать периодическое движение, как и в прежнем примере (см. рис. 12.1), но теперь уже относительно нового положения равновесия.

ПОМНИ!

Периодическое движение подобного рода называется периодическим колебанием, а крайние положения мячика при таком периодическом движении мячика называются *амплитудами* периодических колебаний. Амплитуда является важным элементом математического описания простого гармонического движения.

Изучаем свойства простого гармонического движения

Представьте себе, что для изучения простого гармонического движения ученые решили освещенный фонариком мячик из предыдущего примера заснять на движущуюся по горизонтали фотопленку.

После проявки фотопленки на ней оказался четкий волнообразный след, который показан на рис. 12.3.

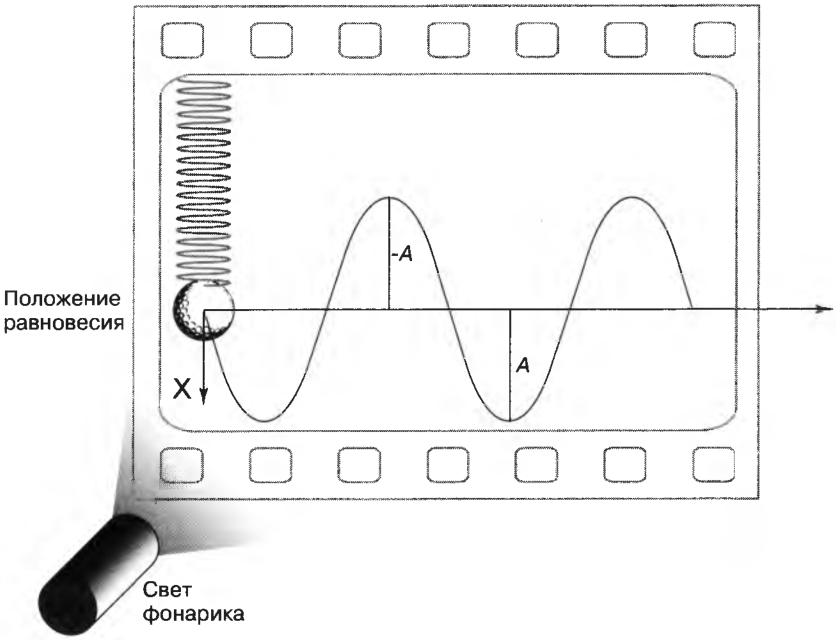


Рис. 12.3. Экспериментальная установка для изучения простого гармонического движения мячика, подвешенного на пружине

Оказывается, мячик действительно совершает периодические движения вверх-вниз относительно исходного равновесного положения с амплитудой А. Вблизи точки равновесия скорость мячика максимальна, а в точках амплитуды минимальна.

Траектория мячика очень похожа на синусоидальную кривую, т.е. след мячика на движущейся фотопленке описывается графиком функции *sin* (“синус”) либо *cos* (“косинус”) со сдвигом от начала координат. Действительно, решением уравнения простого гармонического движения является функция *sin* или *cos*.

Изучаем траекторию простого гармонического движения

Построим и рассмотрим внимательно кривую функции:

$$y = \cos(\theta).$$

Наверняка эта функция и ее графическое представление в виде синусоидальной кривой уже знакомо многим читателям этой книги из курса математики. Ее часто можно встретить на экранах разных приборов в реальной жизни или даже в виртуальном мире кино и компьютерных игр.

Пусть освещенный фонариком мячик движется по окружности перпендикулярной плоскости страницы и снимается на движущуюся по горизонтали фотопленку. Тогда после проявки фотопленки на ней снова появится синусоидальная кривая, как показано на рис. 12.4.

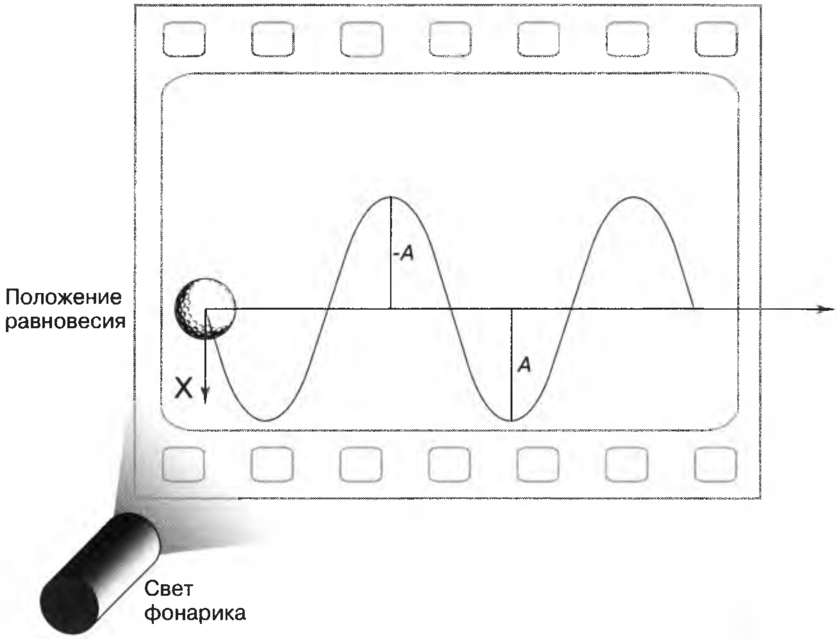


Рис. 12.4. Экспериментальная установка для изучения простого гармонического движения мячика, движущегося по окружности, перпендикулярной плоскости страницы

Если расположить окружность так, чтобы она была параллельна плоскости страницы (рис. 12.5), то можно легко заметить, что положение мячика определяется формулой:

$$x = A\cos(\theta).$$

где x — это текущее смещение мячика по оси X от положения равновесия, θ — это угол поворота мячика при вращении по окружности, а A — это амплитуда периодического движения.

Если мячик вращается по окружности с постоянной угловой скоростью, то $\theta = \omega t$ и $x = A\cos(\omega t)$.

Определяем период простого гармонического движения

Прохождение мячиком пути, равного длине окружности, называется *циклом*, а время его прохождения — *периодом*. Период обозначается символом T и измеряется в секундах.

На рис. 12.4 и 12.5 полный цикл соответствует движению мячика от исходного положения с амплитудой A, затем к положению с амплитудой $-A$, а потом снова к положению с амплитудой A.

Как связан период с уже знакомыми нам параметрами движения? За один цикл мячик проходит угол величиной 2π за период T, т.е. его угловая скорость равна:

$$\omega = 2\pi/T.$$

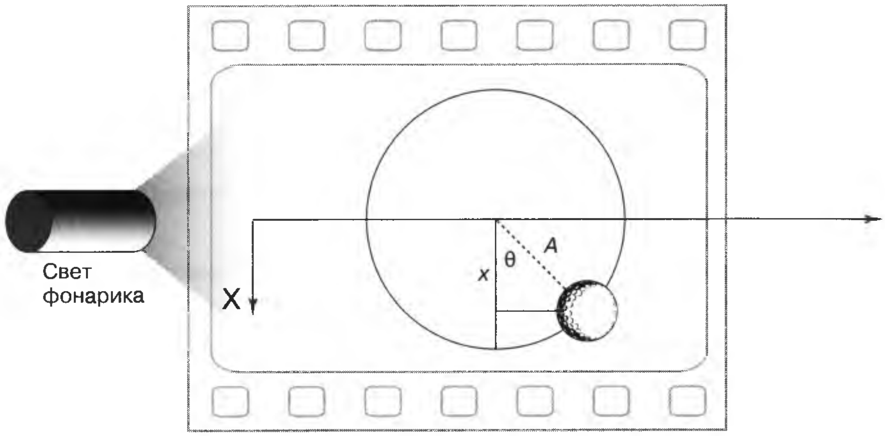


Рис. 12.5. Вид сбоку на простое гармоническое движение мячика, движущегося по окружности; фотопленка располагается перпендикулярно плоскости страницы

Откуда получаем выражение для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Для характеристики периодического движения часто используют понятие *частота*, которое равно количеству циклов за единицу времени. Например, если мячик на рис. 12.4 совершает 1000 полных оборотов в секунду, то его частота равна 1000 $с^{-1}$. В системе СИ частоту измеряют в герцах (или сокращенно Гц), т.е. 1 $с^{-1}$ = 1 Гц. Таким образом, частота вращения мячика по окружности равна 1000 Гц.

Частота f и период T связаны очень простым соотношением:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Поскольку:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

то теперь можно легко найти связь между частотой и угловой скоростью:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

При описании периодических движений угловую скорость ω часто называют *циклической частотой*.

Определяем скорость в простом гармоническом движении

На рис. 12.5 мячик совершает движение по окружности, а координата перемещения по оси X определяется формулой:

$$x = A\cos(\omega t),$$

где x — это текущее смещение мячика по оси X от положения равновесия, ω — это угловая скорость мячика при вращении по окружности, а A — это амплитуда периодического движения.

В любой точке с координатой x мячик обладает некоторой скоростью, которая зависит от времени. Как выразить ее с помощью математической формулы?

Очень просто, ведь для этого достаточно вспомнить о связи между угловой ω и тангенциальной v скоростью (см. главу 10):

$$v = r\omega.$$

Поскольку в данном случае $r = A$, то в итоге получим для тангенциальной скорости:

$$v = A\omega.$$

Теперь для определения скорости периодических колебаний следа мячика по оси X на фотопленке нужно вычислить проекцию тангенциальной скорости на ось X:

$$v_x = v\sin(\beta) = -v\sin(\theta).$$

(Здесь знак "минус" возникает, поскольку фотопленка движется вниз и ось Y направлена вниз, а потому угол β между вектором скорости и осью X равен $180° + \theta$, а $\sin(\beta) = \sin(180° + \theta) = -\sin(\theta)$. — *Примеч. ред.*)

После подстановки выражений для $\theta = \omega t$ и для $v = A\omega$ получим:

$$v_x = -A\omega\sin(\omega t).$$

Обратите внимание, что скорость меняется от исходного положения с амплитудой перемещения A и амплитудой скорости 0, затем к положению с амплитудой перемещения 0 и амплитудой скорости $-A\omega$, потом к положению с амплитудой перемещения $-A$ и амплитудой скорости 0, затем к положению с амплитудой перемещения 0 и амплитудой скорости $A\omega$, а потом снова к положению с амплитудой перемещения A и амплитудой скорости 0.

Как видите, в простом гармоническом движении амплитуда скорости $A_v = A\omega$ связана с амплитудой перемещения $A_x = A$ формулой:

$$A_v = -A_x\omega.$$

Рассмотрим следующий простой пример. Представьте себе, что несколько отчаянных парней и девушек прыгают с высоты с помощью эластичной веревки. Известно, что при прыжке с некоторой высоты относительно точки равновесия максимальная скорость в точке равновесия одного из смельчаков достигает величины 4 м/с. Он решает в 10 раз увеличить высоту прыжка. Какой будет его максимальная скорость в точке равновесия?

Итак, амплитуда скорости в первом прыжке $A_{v1} = -A_{x1}\omega$ равна 4 м/с. Амплитуда перемещения во втором прыжке (с новой высоты) в 10 раз больше амплитуды перемещения в начале, т.е. $A_{x2} = 10A_{x1}$. Вопрос: чему равна амплитуда скорости $A_{v2} = -A_{x2}\omega$ во втором прыжке? Подставляя выражение для $A_{x1} = -\omega/A_{v1}$ в формулу $A_{x2} = 10A_{x1}$, а затем в формулу $A_{v2} = -A_{x2}\omega$, получим:

$$A_{v2} = -A_{x2}\omega = -(10A_{x1})\omega = -(10(-\omega/A_{v1}))\omega = 10A_{v1}.$$

Итак, при увеличении амплитуды прыжка в 10 раз амплитуда скорости возрастает тоже в 10 раз, т.е. становится равной 40 м/с.

Определяем ускорение в простом гармоническом движении

Вернемся к примеру на рис. 12.5, где мячик совершает движение по окружности. Его координата перемещения по оси X определяется формулой:

$$x = A\cos(\omega t),$$

где x — это текущее смещение мячика по оси X от положения равновесия, ω — это угловая скорость мячика при вращении по окружности, а A — это амплитуда периодического движения.

Как мы уже выяснили в предыдущем разделе, его скорость перемещения по оси X определяется формулой:

$$v_x = A\omega\sin(\omega t).$$

Однако вращательное движение мячика также характеризуется центростремительным ускорением. Как выразить ее с помощью математической формулы?

Как известно (см. главу 10), угловая скорость ω и центростремительное ускорение a связаны следующей формулой:

$$a = r\omega^2.$$

Поскольку в данном случае $r = A$, то в итоге получим для центростремительного ускорения:

$$a = A\omega^2.$$

Теперь для определения ускорения периодических колебаний следа мячика по оси X на фотопленке нужно вычислить проекцию центростремительного ускорения на ось X:

$$a_x = a\cos(\gamma) = -a\cos(\theta).$$

(Здесь знак "минус" возникает, поскольку фотопленка движется вниз и ось Y направлена вниз, а потому угол γ между вектором центростремительного ускорения и осью X равен $180° + \theta$, а $\cos(\gamma) = \cos(180° + \theta) = -\cos(\theta)$. — *Примеч. ред.*)

После подстановки выражений для $\theta = \omega t$ и для $a = A\omega^2$ получим:

$$a_x = -A\omega^2\cos(\omega t).$$

Как видите, в простом гармоническом движении амплитуда ускорения $A_a = A\omega^2$ связана с амплитудой перемещения $A_x = A$ формулой:

$$A_a = -A_x\omega^2.$$

Рассмотрим еще один простой пример. Пусть диафрагма (тоненькая пластинка) в трубке домашнего телефона совершает простое гармоническое движение с частотой $\theta = \omega t$ величиной 1 кГц (т.е. 1000 Гц) и амплитудой перемещения $A_x = A$ величиной $1{,}0\cdot10^{-4}$ м. Чему равна амплитуда ускорения мембраны A_a?

Поскольку $\omega = 2\pi f$, то после подстановки этого выражения в предыдущую формулу $A_a = -A_x\omega^2$ получим:

$$A_a = -A_x\omega^2 = -A_x(2\pi f)^2.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$A_a = -A_x(2\pi f)^2 = -(1{,}0\cdot10^{-4})(2\cdot3{,}14\cdot1\cdot10^3)^2 = -3{,}9\cdot10^3\ \text{м/с}^2.$$

Как видите, мембрана обычного телефона испытывает очень большое ускорение, которое почти в 400 раз больше ускорения свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2 под действием гравитационного притяжения Земли.

Определяем частоту колебаний груза на пружине

С математической точки зрения колебания груза на пружине и движение мячика по окружности (см. предыдущие разделы этой главы) принципиально не отличаются. Дело в том, что оба эти движения являются простыми гармоничными. Поэтому их основные характеристики (например, скорость, ускорение, частота и период колебаний) должны описываться аналогичными математическими формулами. Остановимся и подробно проследим за этой аналогией.

Как известно, согласно закону Гука (см. выше в этой главе), при растяжении пружины на величину x возникает упругая сила F, которая равна:

$$F = -kx,$$

где k — это коэффициент пропорциональности.

Согласно закону Ньютона (см. главу 5), сила и вызванное ею ускорение a связаны следующим соотношением:

$$F = ma,$$

откуда получаем:

$$ma = -kx.$$

Из предыдущего раздела нам уже известно, что в простом гармоническом движении перемещение и ускорение выражаются следующими формулами:

$$x = A\cos(\omega t)$$

и

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t).$$

Подставляя эти выражения в предыдущую формулу, полученную на основе законов Гука и Ньютона, получим:

$$ma = m\left(-A\omega^2 \cos(\omega t)\right) = -k\left(A\cos(\omega t)\right) = -kx.$$

Сокращая некоторые переменные, получим:

$$m\omega^2 = k.$$

Откуда легко можно выразить циклическую частоту:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Поскольку $\omega = 2\pi f$ и $\omega = 2\pi/T$, то после подстановки предыдущего выражения в эти формулы получим:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

и

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Пусть пружина на рис. 12.1 обладает коэффициентом упругости k, равным $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ Н/м, а к ней прикреплен груз массой 4 г. Чему будет равен период колебаний груза на пружине? Подставляя значения в предыдущую формулу для периода, получим:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2(3{,}14)\sqrt{\frac{0{,}045}{1{,}0 \cdot 10^{-2}}} = 13\text{ с}.$$

А какова частота этих колебаний? Снова подставляя значения в предыдущую формулу для частоты, получим:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2(3{,}14)}\sqrt{\frac{1{,}0 \cdot 10^{-2}}{0{,}045}} = 0{,}08\text{ Гц}.$$

Используя формулы перемещения, скорости и ускорения для простого гармонического движения (см. ранее в этой главе):

$$x = A\cos(\omega t);$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t);$$

$$a = -A\omega^2\cos(\omega t);$$

можно вычислить координату, скорость и ускорение груза на пружине в произвольный момент времени. Как будут выглядеть эти формулы для задачи с грузиком на пружине?

Сначала вычислим циклическую частоту:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1{,}0 \cdot 10^{-2}}{0{,}045}} = 0{,}47\text{ с}^{-1}.$$

Если амплитуда A равна 10 см, то получим:

$$x = 0{,}1\cos(0{,}47\,t);$$

$$v = -0{,}047\sin(0{,}47\,t);$$

$$a = -0{,}022\cos(0{,}47\,t).$$

Вычисляем энергию простого гармонического движения

В простом гармоническом движении периодически происходит увеличение и уменьшение кинетической энергии, например груза на пружине. Ясно, что кинетическая энергия груза не пропадает, а преобразуется в энергию сжатой или растянутой пружины. Эта энергия называется *упругой потенциальной энергией* пружины. Сколько энергии запасено в сжатой или растянутой пружине?

Попробуем вычислить ее с помощью простых соображений. Как известно, работа A силы F при перемещении на расстояние s равна:

$$A = Fs.$$

При сжатии или растяжении пружины сила F меняется линейно с расстоянием, поэтому работу этой силы по сжатию или растяжению пружины на расстояние s можно представить как произведение средней силы $\bar{F}$ на перемещение s:

$$A = \bar{F}s.$$

Средняя $\overline{F}$ сила определяется как:

$$\overline{F} = \frac{F_2 + F_1}{2},$$

где $F_1 = -kx_1$ — это сила упругости в точке с координатой x_1, а $F_2 = -kx_2$ — сила упругости в точке с координатой x_2. При этом перемещение s будет равно:

$$s = x_2 - x_1.$$

Подставляя выражения для s и $\overline{F}$ в формулу работы, получим:

$$A = \overline{F}s = \frac{F_2 + F_1}{2}(x_2 - x_1) = \frac{-kx_2 - kx_1}{2}(x_2 - x_1) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Члены $\frac{kx_1^2}{2}$ и $\frac{kx_2^2}{2}$ выражают упругую потенциальную энергию пружины E_{y1} и E_{y2} в точках с координатами x_1 и x_2, соответственно. Таким образом, работа силы упругости равна изменению упругой потенциальной энергии пружины:

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = E_{y1} - E_{y2}.$$

Рассмотрим простой пример. Насколько возрастет упругая потенциальная энергия пружины с коэффициентом упругости $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ Н/м при сжатии ее на 10 см? Подставляя значения в формулу

$$E_y = \frac{kx^2}{2},$$

получим:

$$E_y = \frac{kx^2}{2} = \frac{(1{,}0 \cdot 10^{-2})(0{,}1)^2}{2} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

ПОМНИ!

Учтите, что при изменении упругой потенциальной пружины с грузом (при отсутствии внешних сил) изменяется кинетическая энергия груза. Причем эти изменения происходят так, что неизменной остается полная энергия системы, состоящей из пружины и груза. Например, при достижении точки равновесия пружина полностью разжимается, и ее упругая потенциальная энергия становится равной нулю, а кинетическая энергия груза при этом становится максимальной. И наоборот, при максимальном сжатии или растяжении пружины ее упругая потенциальная энергия становится максимальной, а кинетическая энергия груза при этом становится равной нулю.

Качаемся вместе с маятником

Еще одним типичным примером простого гармонического движения (кроме груза на пружине) является простой маятник, который показан на рис. 12.6.

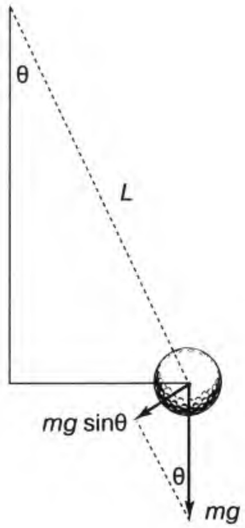


Рис. 12.6. Маятник является еще одним классическим примером простого гармонического движения

Можно ли движение маятника описать математическими формулами простого гармонического движения, которые (выше в этой главе) использовались для описания движения груза на пружине? Да, и вот почему.

Дело в том, что на маятник, подвешенный на нити длиной L и отклоненный на угол θ, действует сила гравитационного притяжения $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$. Перпендикулярная нити компонента силы создает сопротивление движению:

$$F_n = -mg\sin(\theta).$$

Момент этой компоненты силы

$$M = LF_n = -Lmg\sin(\theta)$$

определяет угловое ускорение маятника α:

$$M = mL^2\alpha.$$

Отсюда получаем формулу *математического маятника*:

$$\alpha = -\frac{g}{L}\sin(\theta).$$

(Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешен груз с массой, сосредоточенной в одной точке. — *Примеч. ред.*)

При малых колебаниях, т.е. при малых значениях угла θ, можно считать, что $\sin(\theta) \approx \theta$, и тогда прежняя формула приобретает следующий вид:

$$\alpha = -\frac{g}{L}\theta.$$

Эта формула связи ускорения и перемещения объекта очень похожа на прежние формулы простого гармонического движения груза на пружине и мячика по окружности (см. ранее в этой главе). Но прежде в эту формулу входило линейное перемещение, а теперь — угловое.

По аналогии с прежними формулами связи ускорения и перемещения объекта, совершающего простое гармоническое движение, коэффициент пропорциональности между ускорением и перемещением g/L равен квадрату циклической частоты ω^2. Отсюда получаем, что:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

Далее, поскольку $\omega = 2\pi f$ и $\omega = 2\pi/T$, то после подстановки предыдущего выражения в эти формулы получим:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

и

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Обратите внимание, что период качаний математического маятника не зависит от его массы!

Часть IV

Формулируем законы термодинамики

The 5th Wave Рич Теннант

В этой части...

Сколько кипятка требуется, чтобы растопить 90-килограммовую глыбу льда? Почему человек наверняка замерзнет в открытом космосе? Почему металл холодный на ощупь? Все эти вопросы сводятся к термодинамике, т.е. к физике теплоты и ее потоков. Ответы на эти и подобные им вопросы вы найдете в этой части в виде полезных формул и объяснений.

Глава 13

Неожиданное объяснение теплоты с помощью термодинамики

В этой главе...

- Измеряем температуру по Фаренгейту, Цельсию и Кельвину
- Исследуем линейное и объемное тепловые расширения
- Следим за тепловыми потоками
- Учитываем удельную теплоемкость
- Соблюдаем требования фазового перехода

Представьте себе, что извержение горячей воды из неизвестно откуда взявшегося геотермального источника в вашем саду испортило празднование дня рождения. "Похоже, что у нас образовался гейзер," — говорят обескураженные родители, глядя на покрытую туманом яму, возникшую на заднем дворе. "Конечно же, — отвечаете вы. — Где рулетка? Нужно поторопиться, ведь растает наше мороженое!"

Быстро измерив размеры колодца с кипятком, получаем, что его глубина равна 225 м, а средняя ширина — 0,5 м. "Все в порядке, — объявляете вы. — Физика поможет решить проблему. Нам нужно 719 мешков со льдом."

"Семьсот девятнадцать мешков со... льдом?" — еле слышно повторяют родители.

"Если вечеринка не затянется больше чем на 2 часа, то за время, пока мешки будут охлаждать гейзер, ее можно спокойно закончить."

"Семьсот девятнадцать мешков?" — спрашивают родители, посмотрев друг на друга. "Ну да, — говорите вы. — Ну и счет за мои услуги."

В этой главе рассматриваются такие понятия, как теплота и температура. Постигая законы физики, читатель сможет многое о них узнать, а также приобрести полезные навыки и умения. Здесь рассказывается о разных способах измерения температуры, линейном и объемном расширении, а также о том, насколько тело с одной температурой может изменить температуру другого тела, если соединить их друг с другом.

Измеряем температуру

Вычисление или наблюдение в физике всегда начинается с измерений, а когда речь идет о таких физических понятиях, как теплота, тепловая энергия и температура, в нашем распоряжении имеется несколько измерительных шкал, самыми известными из которых являются шкалы Фаренгейта, Цельсия и Кельвина.

Меряем температуру по Фаренгейту

В США самой распространенной является *шкала Фаренгейта*. В ней температура измеряется в градусах. Например, температура крови у здорового человека равна 98,6°F, т.е. 98,6 градусов по Фаренгейту. Здесь символ F означает то, что используется шкала Фаренгейта.

Меряем температуру по Цельсию

Вначале шкалой Фаренгейта не очень легко было пользоваться, поэтому была создана другая система измерения температуры — *шкала Цельсия* (ранее известная как стоградусная система). В соответствии с этой шкалой чистая вода замерзает при 0°C, т.е. при 0 градусов Цельсия, а закипает — при 100°C, т.е. при 100 градусов Цельсия. Аналогично, здесь символ C означает то, что используется шкала Цельсия. При работе с чистой водой эти значения легче использовать, чем соответствующие им величины 32°и 212° системы Фаренгейта. Попробуем связать друг с другом две температурные шкалы по известным данным (приводятся значения, полученные на уровне моря, поскольку при увеличении высоты над уровнем моря они меняются):

вода замерзает при 32°F и 0°C, т.е. 32°F=0°C;

вода закипает при 212°F и 100°C, т.е. 212°F=100°C.

> **Откуда появились 32 градуса по Фаренгейту?**
>
> Кто же ввел шкалу температур Фаренгейта? Его фамилия не будет для вас незнакомой. В XVIII веке Даниэль Габриэль Фаренгейт занимался в Амстердаме изготовлением термометров. Нулевой точкой в его шкале служила температура в ванне с замороженным раствором соли (это был обычный способ получения низких температур в лаборатории XVIII века). В качестве температуры плавления льда (при ее повышении) и замораживания воды (при понижении температуры) он выбрал 32°F. В соответствии с этой температурной шкалой вода кипит при 212°F.

В результате вычислений получается, что между точкой замерзания и точкой кипения в системах Фаренгейта и Цельсия соответственно находится 180°F и 100°C, т.е. коэффициентом перевода из второй системы в первую является 180/100 = 18/10 = 9/5. Кроме того, не забывайте, что значения также отстоят друг от друга на 32 градуса (нулевая точка шкалы Цельсия соответствует 32-градусной точке шкалы Фаренгейта). Комбинируя эти две идеи, можно довольно легко переходить “от Фаренгейта к Цельсию” и, наоборот, “от Цельсия к Фаренгейту”. Надо только помнить следующие формулы:

$$C = (5/9)(F - 32),$$

$$F = (9/5)C + 32.$$

где символы C и F обозначают величины температуры в градусах Цельсия и Фаренгейта, соответственно.

Например, температура крови здорового человека равна 98,6°F. Чему эта температура равна по шкале Цельсия? Надо только подставить числа в известную формулу:

$$C = (5/9)(F - 32) = (5/9)(98{,}6 - 32) = 37{,}0^\circ\mathrm{C}.$$

Встреча Фаренгейта с Цельсием

Действительно, шкалы Фаренгейта и Цельсия встречаются в единственной точке, где температура одна и та же, что по одной шкале, что по другой. И какова же эта температура? Если обозначить ее как t, то получится, что $t = (9/5)t + 32$. Решив это уравнение, мы получим $t = -40$. Итак, $-40°C = -40°F$, что является довольно забавным фактом.

Меряем температуру по Кельвину

Третью температурную систему создал Вильям Томсон в XIX веке. В настоящее время она широко распространена в физике и называется шкалой Кельвина (ее разработчик позднее получил титул барона Кельвина). Для физики эта система, в основе которой лежит понятие абсолютного нуля, стала основной, через нее определяются системы Фаренгейта и Цельсия.

Анализируем абсолютный нуль

Температура — это фактически мера движения молекул, т.е. она показывает, насколько быстро движутся молекулы того тела, чью температуру мы измеряем, и насколько много таких молекул. При понижении температуры молекулы движутся все медленнее и медленнее. При *абсолютном нуле* молекулы останавливаются, т.е. охладить их еще больше не удастся. Ни одна холодильная система на планете, да и во всей Вселенной, не может создать более низкую температуру.

Основой системы Кельвина является то, что за нулевую точку взят абсолютный нуль. Если подумать, то в этом есть определенный смысл. Немного странно лишь то, что в этой шкале температура измеряется не в градусах, а в *кельвинах* (похоже, лорд Кельвин хотел, чтобы его имя уж точно никогда не забыли). (Интересно, что до 1968 года кельвин официально именовался градусом Кельвина. — *Примеч. ред.*) Температура в 100° по системе Цельсия — это 100°C, а температура в 100 единиц шкалы Кельвина — это 100 кельвинов. Шкала Кельвина стала такой распространенной, что в системе СИ официальной единицей температуры является кельвин (и действительно, градусы Цельсия намного чаще встречается именно в начальных курсах физики).

Преобразуем кельвины в градусы и обратно

Каждый кельвин равен градусу Цельсия, что облегчает перевод этих градусов в кельвины и наоборот. По шкале Цельсия абсолютный нуль равен –273,15°C. Эта температура соответствует 0 кельвинам, что также записывается как 0 K (обратите внимание — не как 0°K).

СОВЕТ

Таким образом, для перевода друг в друга шкал Цельсия и Кельвина достаточно пользоваться следующими формулами:

$$K = C + 273{,}15,$$
$$C = K - 273{,}15.$$

А для преобразования кельвинов в градусы Фаренгейта можно использовать такую формулу:

$$F = (9/5)(K - 273{,}15) + 32 = (9/5)K - 459{,}67.$$

Какова температура кипящей воды в кельвинах? Вода кипит при 100°C, поэтому:

$$K = C + 273{,}15 = 100 + 273{,}15 = 373{,}15K.$$

Итак, вода кипит при 373,15 K.

Гелий превращается в жидкость при 4,2 K, тогда что это по шкале Цельсия? Воспользуемся формулой:

$$C = K - 273{,}15 = 4{,}2 - 273{,}15 = -268{,}95°\text{C}.$$

Гелий становится жидким при температуре –268,95°C. Да, довольно зябко.

Повышаем температуру: линейное расширение

Когда речь идет о расширении твердого тела под воздействием тепла, то подразумевается *линейное расширение*. К примеру, некоторые банки с закручивающимися крышками могут тяжело открываться. Когда нужно открутить крышку от банки с арахисовым маслом или маринованными огурчиками, то эта работа вообще доводит до бешенства. Вы, возможно, помните, как ваша мама обливала горячей водой, словно ребенка, крышки банок. Дело в том, что под действием горячей воды крышки расширяются, и тогда намного легче откручивать крышку от банки. Это интересное физическое явление иллюстрируется на рис. 13.1.

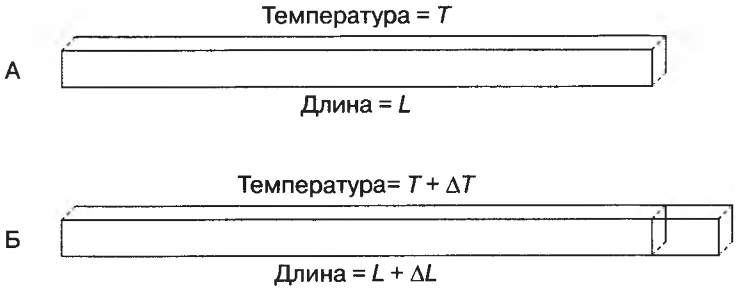


Рис. 13.1. Линейное расширение часто происходит при нагревании твердых тел

Немного повысим температуру тела:

$$T_к = T_н + \Delta T,$$

где $T_к$ и $T_н$ означают соответственно конечную и начальную температуру, а ΔT означает изменение температуры. Тогда в результате линейного расширения происходит расширение в любом линейном направлении:

$$L_к = L_н + \Delta L,$$

где $L_к$ и $L_н$ означают соответственно конечную и начальную длину твердого тела, а ΔL означает изменение длины. А если температуру тела немного снизить:

$$T_к = T_н - \Delta T,$$

то вместо расширения получится линейное сжатие:

$$L_к = L_н - \Delta L.$$

Другими словами, изменение длины, ΔL, пропорционально изменению температуры, ΔT.

Это соотношение соблюдается не для всех, но для многих твердых тел. Интересно, что некоторые твердые тела при нагревании сжимаются. К примеру, лед в действительности сжимается, если поднять его температуру от 0°С до 4°С, так как лед приобретает другую кристаллическую структуру.

Разбираемся с линейным расширением

Если рассматривать линейное расширение на молекулярном уровне, то оно происходит потому, что в нагреваемых телах молекулы начинают сталкиваться друг с другом быстрее, что и приводит к физическому расширению. При нагревании твердое тело расширяется на несколько процентов, количество которых пропорционально изменению температуры, поэтому можно записать:

$\Delta L/L_{н}$ (относительное расширение твердого тела) пропорционально ΔT (изменению температуры).

Константа пропорциональности зависит от самого материала, поэтому в действительности она представляет собой такую же экспериментально измеренную величину, что и коэффициент трения (глава 6). И подобно коэффициенту трения, константа пропорциональности также является коэффициентом, а именно коэффициентом линейного теплового расширения, который обозначается символом α (не путать с символом углового ускорения). Данное соотношение можно записать в виде следующей формулы:

$$\Delta L / L_{н} = \alpha \Delta T.$$

Обычно эта формула записывается таким образом:

$$\Delta L = \alpha L_{н} \Delta T.$$

Коэффициент линейного расширения α измеряется в обратных градусах, т.е. в 1/°С (или иначе, в °С$^{-1}$).

Проверяем железнодорожные рельсы: пример линейного расширения

Предположим, что вас пригласили проверить новую железную дорогу. Итак, с учетом мощности локомотива, крутизны подъема и массы нагрузки получается, что локомотив может без проблем взбираться вверх со скоростью 1,0 метр в секунду.

"Хм, — говорит главный конструктор. — Да у нас все в полном порядке. Причем мы наверняка обойдемся без всяких высокооплачиваемых физиков."

Пока его свита хохочет, внимательнее присмотритесь к рельсам длиной в 10 м и обратите внимание, что зазор между ними составляет всего 1 мм.

"На сколько градусов должны нагреваться эти детали летом?" — зададим логичный вопрос конструктору.

"Нагреваться? — громко хохочет конструктор. — Вы боитесь, что рельсы *расплавятся*?"

Пока все смеются над вашим невежеством и удачной шуткой, можно заглянуть в справочник, где сказано, что в этой местности летом температура может быть на 50°С градусов больше нынешней. Коэффициент линейного теплового расширения стали, из которой делают рельсы, приблизительно равен $1{,}2\cdot10^{-5}$°С$^{-1}$. (Этот и другие коэффициенты, которые необходимы при решении той или иной задачи, можно найти не только в обычном физическом справочнике, но и в Интернет. Многие из них перечислены на очень полезном сайте www.engineeringtoolbox.com.) Итак, насколько расширится обычная рельса в летнюю жару? Как вам известно:

$$\Delta L = \alpha L_{н} \Delta T.$$

Подстановка чисел в эту формулу дает:

$$\Delta L = \alpha L_{н} \Delta T = (1{,}2 \cdot 10^{-5})(10{,}0)(50) = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ м$$

Другими словами, можно ожидать, что летом рельса удлинится примерно на $6{,}0\cdot10^{-3}$ м, или на 6 мм. Однако зазор между рельсами равен всего 1 мм. Очевидно, что железнодорожная компания столкнется с большими проблемами. Главному конструктору остается только посоветовать, чтобы он основательно проштудировал основы физики.

Линейное тепловое расширение обязательно учитывается в строительных проектах. Именно поэтому часто попадаются конструкции с "расширяющимися стыками", например между элементами моста и поверхностью дороги.

Продолжаем нагрев: объемное расширение

Линейное расширение, как следует из названия, происходит вдоль одного измерения, но поведение нашего мира далеко не всегда можно описать только одним измерением. Часто для этого требуется три измерения. Если тело подвергается небольшому изменению температуры, всего на несколько градусов, то можно сказать, что объем этого тела будет меняться пропорционально изменению температуры. При небольшой разности температур получается:

$\Delta V/V_{н}$ (относительное расширение объема твердого тела) пропорционально ΔT (изменению температуры),

где ΔV и $V_{н}$ означают соответственно изменение объема и начальный объем. Константа, связанная с объемным расширением, называется *коэффициентом объемного теплового расширения*. Она обозначается буквой β и, подобно α, измеряется в $°C^{-1}$. Вот как можно с помощью β записать формулу объемного расширения:

$$\Delta V / V_{н} = \beta \Delta T.$$

Перемножив обе части на $V_{н}$, вы получите:

$$\Delta V = \beta V_{н} \Delta T.$$

Получился аналог (или эквивалент) формулы $\Delta L = \alpha L_{н} \Delta T$, используемой для линейного расширения (см. предыдущий раздел).

Если изменения длины и температуры достаточно малы, то $\beta = 3\alpha$. Это имеет смысл, ведь вы переходите с одного линейного измерения на три. Например, для стали $\alpha = 1{,}2\cdot10^{-5}°C^{-1}$, а $\beta = 3{,}6\cdot10^{-5}°C^{-1}$. Возможно, в будущем эта формула даст вам некоторую экономию времени.

Представим себе, что рабочие на нефтеперерабатывающем заводе в жаркий летний день до краев заполняют бензином автоцистерны, имеющие емкость 20000 литров.

“Ого-го,” — думаете вы, откладывая калькулятор в сторону. Ведь для бензина коэффициент объемного теплового расширения $\beta = 9{,}5 \cdot 10^{-4}{}^{\circ}C^{-1}$, а на солнцепеке температура на 10°C выше, чем в помещении, и тогда:

$$\Delta V = \beta V_{н} \Delta T = (9{,}5 \cdot 10^{-4})(20000)(10) = 190 \text{ л}$$

Новость не слишком приятная: если автоцистерну емкостью 20000 л заполнить до краев холодным бензином, то на солнцепеке около 190 л разогретого бензина могут пролиться наружу. Конечно, сами автоцистерны могут также расширяться, но коэффициент β для стали намного меньше, чем для керосина. Может, надо предложить владельцам завода заполнять цистерны теплым бензином или вначале попросить повышения зарплаты?

Переносим тепло

А что такое на самом деле *теплота*? Когда прикасаемся к теплому предмету, наши нервы ощущают приток тепла от него. А когда прикасаемся к холодному предмету, наоборот, наши нервы ощущают обратный отток тепла от нас к более холодному предмету. Мы способны замечать температуру предметов на ощупь (теплые или холодные), потому что наши нервные окончания фиксируют тепловые потоки, которые переходят от этих предметов к нам или обратно, от нас к ним.

Так что же такое теплота на языке физики? *Теплота* — это энергия, которая переходит от физических тел, имеющих более высокую температуру, к физическим телам с более низкой температурой. В системе СИ единицей измерения этой энергии является джоуль (Дж).

Укутаемся в одеяло

Почему одеяло согревает нас? Разве мы не отдаем тепло через одеяло окружающей среде? Нет, определенно отдаем, но когда масса одеяла и изолированный в нем воздух достаточно нагреются, то скорость передачи тепла от тела к одеялу заметно снижается. Дело в том, что толстое одеяло медленно передает полученное тепло окружающему воздуху. Чем одеяло толще, тем медленнее тепло от тела передается более холодной окружающей среде.

Откуда берется тепловая энергия? Если посмотреть с молекулярной точки зрения, то теплота — это мера энергии движения молекул внутри физического тела. Тепловая энергия содержится в теле, если только не выйдет из него в окружающую среду.

Разные материалы могут хранить разное количество теплоты. Нагретый картофель хранит тепло дольше (это может подтвердить ваш язык), чем менее плотные материалы, как сладкая вата. Мера количества теплоты, содержащейся в теле, называется *удельной теплоемкостью*.

Физикам нравится все измерять, и не удивительно, что наблюдая, как кто-то варит себе чашку кофе, после прочтения этих строк вам захочется схватить термометр и измерить температуру напитка. Допустим, что в емкости находится ровно 1 кг варящегося кофе. Для увеличения температуры кофе на 1°C потребуется 4186 Дж тепловой энергии, но для увеличения температуры стекла массой 1 кг на тот же 1°C нужно всего лишь 840 Дж. Куда же уходит эта энергия? Она уходит в нагреваемое тело, которое хранит ее в качестве внутренней энергии, пока полученная энергия снова не окажется за пределами тела.

Если для увеличения температуры 1,0 кг кофе на 1°C требуется 4186 Дж, то для увеличения температуры на 1°C кофе массой 2 кг потребуется в два раза больше энергии, т.е. 8372 Дж.

Количество теплоты, Q (наиболее распространенное обозначение теплоты; впрочем, это не имеет значения), которое требуется для увеличения температуры тела, можно связать с изменением этой температуры и имеющейся массой тела:

$$Q = cm\Delta T,$$

где Q — это количество тепловой энергии (измеряемой в джоулях, если используется система СИ), m — величина массы, ΔT — изменение температуры, а c — *удельная теплоемкость*, измеряемая в системе СИ в Дж/(кг·°C).

Одна *калория* определяется как количество теплоты, нужное для нагревания 1 г воды на 1°C, таким образом 1 калория = 4,186 Дж. Диетологи используют эту единицу измерения для обозначения условной энергетической ценности продуктов питания. Например, на упаковках продуктов питания можно найти обозначение "ккал" (килокалория), причем 1 ккал = 1000 калорий, т.е. 1 ккал = 4186 Дж. Кроме того, физики используют еще один термин — британскую тепловую единицу (British thermal unit — BTU). BTU равна количеству теплоты, требуемому для нагревания 1 фунта (около 454 г) воды на 1°F. Для преобразования BTU в джоули можно пользоваться равенством 1 BTU = 1055 Дж.

Представьте себе, что, находясь в гостях, вы обнаружили, что кофе в вашей чашке (около 45 г) остыл. "Здесь 45°C, а мне нравится, чтобы было 65°C", — говорите вы. Хозяин в ответ предлагает долить вам более горячего кофе.

"Минуточку, — говорите вы. — Температура кофе в кофейнике равна 95°C. Подождите, я подсчитаю, сколько надо долить."

Вот тепловая энергия, теряемая массой m_1 нового более горячего кофе:

$$\Delta Q_1 = cm_1(T_к - T_{1н}).$$

А вот тепловая энергия, получаемая массой m_2 более холодного кофе, уже имевшегося в чашке:

$$\Delta Q_2 = cm_2(T_к - T_{2н}).$$

Предположим, что во время этой операции кофейная чашка является суперизолятором, который не рассеивает свою тепловую энергию в окружающую среду. Тогда тепловая энергия, теряемая новым более горячим кофе, равна теплоте, получаемой уже имевшимся в чашке более холодным кофе, то есть:

$$\Delta Q_1 = -\Delta Q_2.$$

Это значит, что:

$$cm_1(T_к - T_{1н}) = cm_2(T_к - T_{2н}).$$

Поделив обе части равенства на удельную теплоемкость и подставив числа, получаем:

$$-m_1(65-95) = -m_1(-30) = m_1(30),$$
$$m_2(T_к - T_{2н}) = (0{,}045)(65-45) = 0{,}9,$$
$$m_1(30) = 0{,}9.$$

Поделив обе части последнего равенства на 30, получаем:

$$[m_1(30)]/30 = 0{,}9/30 = m_1 = 0{,}03 \text{ кг} = 30 \text{ г}.$$

Теперь можно отложить свой калькулятор в сторону и попросить: "Налейте мне ровно 30 г горячего кофе из кофейника, пожалуйста".

Фазовый переход: когда температура не меняется

Рассматриваемая формула $Q = cm\Delta T$ используется для вычисления изменений тепловой энергии при изменении температуры. Однако бывают случаи, когда при притоке или оттоке тепловой энергии температура объекта не меняется. Представьте, что для охлаждения лимонада в стакане в него добавили немного льда. Теперь в стакане находится смесь, наполовину состоящая изо льда, а наполовину — из лимонада (можно считать, что лимонад имеет ту же теплоемкость, что и вода; см. предыдущий раздел). Температура смеси в точности равна 0°C.

Пока вы держите стакан и наблюдаете за происходящим, лед начинает таять, но при этом температура содержимого стакана не меняется. В чем дело? Тепловая энергия, попадающая в стакан из окружающей среды, растапливает лед и не нагревает смесь. Получается, что из-за этого формула тепловой энергии становится бесполезной? Вовсе нет. Просто это значит, что упомянутую формулу нельзя применять для фазовых переходов.

Фазовым переходом называется изменение состояния материала: переход из жидкого в твердое (например, когда вода замерзает), из твердого в жидкое (когда скалы расплавляются в лаву), из жидкого в газообразное (когда вы кипятите воду для приготовления чая) и т.д. Если материал переходит в новое состояние — жидкое, твердое или газообразное (следует учитывать также и четвертое состояние — плазму, похожую на сверхперегретый газ), то в ходе процесса этот материал выделяет или, наоборот, поглощает некоторое количество тепловой энергии. (Плазмой в физике называют ионизированный газ, в котором от значительной части атомов или молекул отделен по крайней мере один электрон. — *Примеч. ред.*)

Технические подробности

Даже твердые тела могут испытывать фазовый переход сразу в газ (минуя жидкое состояние), например глыба "сухого льда", т.е. замороженного диоксида углерода. При нагревании "сухой лед" превращается в углекислый газ, или газообразный диоксид углерода. Такой процесс называется *сублимацией* (или *возгонкой*).

Ломаем лед с помощью фазового перехода

Представьте, что в печь поместили мешок со льдом. Перед этим лед имел температуру ниже точки замерзания (–5°C), но пребывание в печи должно изменить его температуру. Такое изменение можно изобразить в форме графика на рис. 13.2.

Если нет фазового перехода, то для описания состояния льда хорошо подходит уже известная нам формула $Q = cm\Delta T$ (удельная теплоемкость льда примерно равна $2{,}0 \cdot 10^{-3}$Дж/(кг·°С)), т.е. температура льда будет увеличиваться линейно по отношению к добавленной к нему тепловой энергии, как показано на графике (см. рис. 13.2).

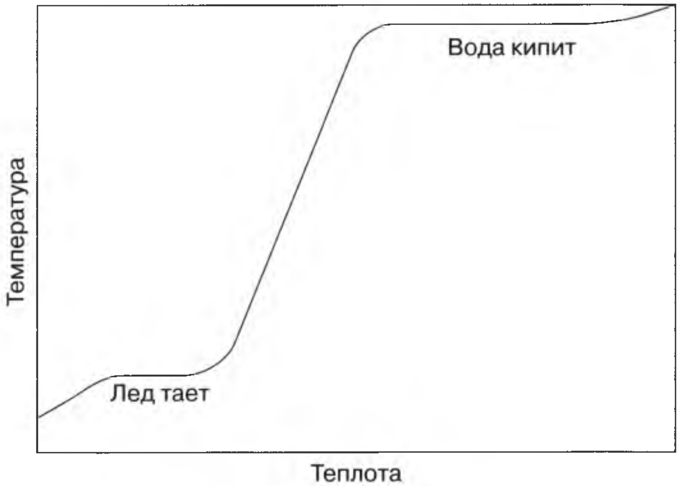


Рис. 13.2. Фазовый переход: лед превращается в воду

Но когда температура льда достигнет 0°С, ситуация изменится. Лед станет слишком теплым, чтобы сохранять неизменным свое твердое состояние. Он начнет таять, т.е. испытывать фазовой переход. Чтобы заставить объект изменить фазовое состояние на молекулярном уровне, нужна тепловая энергия. Например, при растапливании льда нужна энергия, чтобы разрушить кристаллическую структуру льда. Энергия, необходимая для растапливания льда, поступает к нему в виде потока тепловой энергии от печи. Вот почему график, показанный на рис. 13.3, посередине выравнивается — происходит таяние льда. Чтобы заставить лед изменить фазовое состояние и стать водой, нужна тепловая энергия. Однако, несмотря на приток тепловой энергии от печи, температура тающего льда не меняется.

Спустя какое-то время, наблюдая за мешком льда в печи, можно заметить, что весь лед превратился в воду. Поскольку печь продолжает передавать тепловую энергию, то вода начнет нагреваться, как показано на рис. 13.2. Вода, получая все больше и больше тепловой энергии, через некоторое время начнет кипеть. "Ага, — подумаете вы. — Вот и новый фазовый переход." И будете правы: вода закипит, превращаясь в пар. Впрочем, если мешок со льдом достаточно эластичен, то при превращении воды в пар он будет просто расширяться, а не рваться.

Измерим температуру воды. Поразительно: вода кипит, превращается в пар, но, как показано на рис. 13.2, температура не меняется. Снова, чтобы поддерживать фазовый переход, нужно передавать воде тепловую энергию. Таким образом, на этот раз происходит превращение воды в пар. На рис. 13.2 видно, как при добавлении теплоты вода кипит, но температура этой воды не меняется.

Что же произойдет дальше, когда мешок раздуется до громадных размеров? Лучше никогда не доводить эксперимент до этого момента, потому что он в конце концов должен лопнуть. Какое количество тепловой энергии нужно передать объекту, чтобы изменить его фазовое состояние? Как изменить или дополнить формулу тепловой энергии, чтобы в ней учитывались фазовые переходы? Самое время познакомиться со скрытой теплотой фазового перехода.

Знакомимся со скрытой теплотой фазового перехода

Упомянутая выше скрытая теплота, строго говоря, называется *удельной теплотой фазового превращения*. Это количество тепловой энергии, которое необходимо для изменения фазового состояния объекта массой 1 кг. В системе СИ удельная теплота фазового превращения измеряется в Дж/кг.

Физики различают несколько видов удельной теплоты фазового превращения, соответствующие фазовым переходам, наблюдаемым между твердым, жидким и газообразным состояниями.

- ✓ **Теплота плавления,** $L_п$: количество тепловой энергии на килограмм, требуемое для перехода из твердой в жидкую фазу, например, когда лед становится водой.
- ✓ **Теплота испарения,** $L_и$: количество тепловой энергии на килограмм, требуемое для перехода из жидкой в газообразную фазу, например, когда вода выкипает и превращается в пар.
- ✓ **Теплота сублимации,** $L_с$: количество тепловой энергии на килограмм, требуемое для перехода из твердой в газообразную фазу, например, когда испаряется "сухой лед".

Например, для воды теплота плавления $L_п$ и теплота испарения $L_и$ равны соответственно $3{,}35 \cdot 10^5$Дж/кг и $2{,}26 \cdot 10^6$Дж/кг. Иначе говоря, чтобы растопить 1 кг льда при температуре 0°C (только растопить, не меняя температуру полученной воды), требуется $3{,}35 \cdot 10^5$Дж. А чтобы превратить 1 кг воды в пар, требуется $2{,}26 \cdot 10^6$Дж. Это и есть те порции тепловой энергии, которые тратятся на фазовое превращение воды.

Некоторые широко используемые величины теплоты плавления и испарения можно найти по адресу:

`www.physchem.co.za/Heat/Latent.htm#fusion`

Глава 14

Передаем тепловую энергию в твердых телах и газах

В этой главе...

- Передаем тепловую энергию с помощью теплопроводности, конвекции и излучения
- Изучаем газы и число Авогадро
- Исследуем идеальный газ
- Знакомимся с молекулами идеального газа

Передачу теплоты и вызванные этой передачей химические изменения можно наблюдать практически ежедневно в окружающих нас бытовых ситуациях. Например, при варке макарон конвективные потоки воды в кастрюле закручивают в вихри отдельные макаронины. Если схватить кастрюлю с кипящей водой за ее металлические ручки, то можно обжечь руки из-за интенсивной теплопроводности металла. В яркий солнечный летний день можно сразу почувствовать, как лицо нагревается от излучения тепла солнцем.

Однако учтите, что если во время свидания вы вдруг ощущаете необыкновенное тепло, то скорее всего оно от волнения и взаимности симпатий, а не от физической передачи тепловой энергии.

В начале этой главы рассматриваются три основные способа распространения тепловой энергии. Затем речь идет о том, как тепловая энергия воздействует на газы: здесь можно найти базовые сведения о молях и определении числа молекул в некоторых жидкостях или твердых телах. Далее рассказывается, как тепловая энергия распространяется вокруг нас, какое количество молекул принимает участие в таких взаимодействиях в некоторых ситуациях и т.д. Прочитав эту главу, вы сможете поразить своих приятелей на вечеринках, легко и непринужденно сообщая им о том, какое чудовищно большое количество молекул воды содержится в их стаканах!

Кипятим воду: конвекция

Конвекция — один из основных способов передачи тепловой энергии из одного места в другое. Она происходит при нагревании вещества, подобного, например, воздуху или воде. Дело в том, что при нагреве некоторая более теплая часть вещества становится менее плотной, чем остальная более холодная часть, и эта теплая и менее плотная часть поднимается вверх. Посмотрите (рис. 14.1) на кастрюлю, в которой нагревается вода. Как тепловая энергия переносится в воде? Вода поблизости от нагревательного элемента нагревается, расширяется и становится менее плотной. Нагретая менее плотная вода поднимается вверх, а охладившаяся и, следовательно, более плотная, опускается вниз, в результате чего возникают восходящие и нисходящие потоки воды. Чтобы увидеть, как происходит конвекция, бросьте в кастрюлю немного мелкой лапши и понаблюдайте за ее циркуляцией (повторяющимися движениями вверх и вниз). Здесь передатчиком тепловой энергии является движущаяся вода.

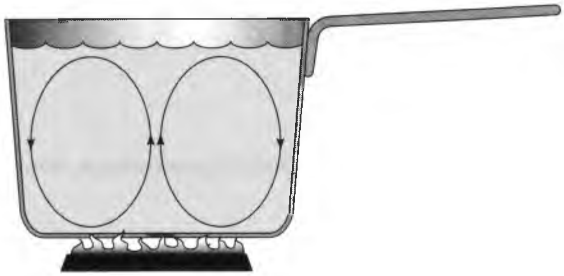


Рис. 14.1. Чтобы увидеть конвекцию в действии, вскипятите кастрюлю с водой

Впрочем, конвекция может обойтись и без воды; то же явление происходит с воздухом и многими другими веществами. Возможно, вы видели, как птицы, летая кругами и поднимаясь все выше и выше, парят в *восходящих потоках* теплого воздуха. Эти потоки создаются *конвективным движением* воздуха, нагретого у поверхности земли.

Многие печи работают на основе конвекции. Возможно, вы слышали термин "конвективная печь", используемый, скажем так, в противоположность термину "микроволновая печь". Воздух внутри конвективной печи нагревается, в результате чего происходит циркуляция потоков воздуха. А микроволновая печь с помощью сверхвысокочастотной электромагнитной волны поляризует молекулы в пище и заставляет их вибрировать. Поэтому, хотите — верьте, хотите — нет, нагревание в микроволновке на самом деле происходит из-за трения.

Возможно, вы слышали выражение "поднимается жара". Оно-то и относится к конвекции. Горячий воздух расширяется и становится менее плотным, чем находящийся вокруг него холодный воздух. В результате этого горячий воздух поднимается. Таким образом, если у вас имеется двух- или трехэтажный дом с открытым лестничным маршем, тогда весь воздух, заботливо нагреваемый вами зимой, будет благополучно собираться на самом верхнем этаже. Кроме того, конвекция поднимает в комнатах тепловую энергию от радиаторов отопления, приводя в некоторой степени к циркуляции окружающего воздуха. Чтобы усилить распространение тепловой энергии, кое-кто использует потолочные вентиляторы. Если ранее вы сталкивались с такими проявлениями конвекции, то теперь знаете принцип ее работы. Впрочем, имеются и другие явления, связанные с нагреванием, о которых вы и не подозреваете. Так что читайте дальше!

Слишком жарко, чтобы держать в руках: теплопроводность

С помощью *теплопроводности* тепловая энергия передается прямо через материал, без помощи каких-либо потоков, как при конвекции (см. предыдущий раздел). Посмотрите на металлическую кастрюлю (рис. 14.2) и на ее металлическую ручку. Содержимое кастрюли кипит уже в течение 15 минут. Стоит ли брать ее с огня, хватаясь за ручку без кухонной рукавицы? Скорее всего, нет, если только вы не ищете острых ощущений. Конечно, металлическая ручка горячая, но почему? Да уж точно не из-за конвекции, так как здесь нет конвективных потоков вещества. Ручка горячая из-за наличия теплопроводности.

А теперь перейдем на молекулярный уровень. Молекулы, расположенные поблизости от источника тепловой энергии, нагреваются и начинают двигаться быстрее. Они сталкиваются с соседними молекулами и таким образом заставляют их двигаться быстрее (что подтвердит любой, кто играет в бильярд). Эти учащающиеся столкновения и нагревают вещество.

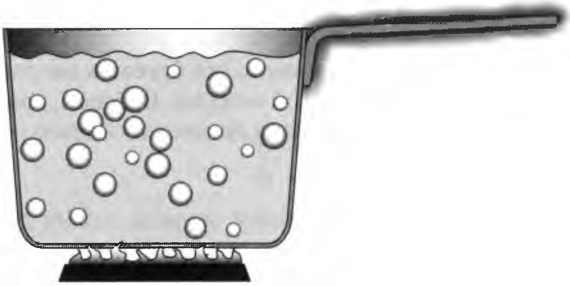


Рис. 14.2. Кастрюля с кипящей водой нагревается благодаря своей теплопроводности

Одни материалы, например, большинство металлов, проводят тепловую энергию лучше других, например, таких, как фарфор, дерево или стекло. То, каким образом материалы проводят тепло, в значительной мере зависит от их молекулярной структуры, так что разные материалы проводят тепло по-разному.

Холодное и теплое ощущения от соприкосновения

Почему металлы на ощупь такие холодные? Любой металлический предмет на ощупь кажется более холодным (даже если он не находится в холодильнике, как, например, банка с пивом), чем деревянный. Этот факт повседневной жизни не вызывает удивления. Но в чем его причина?
Все объясняется теплопроводностью. Металлы обладают гораздо большей теплопроводностью, чем, например, деревянная поверхность стола, и потому гораздо быстрее отводят тепловую энергию от пальцев.

Выводим формулу теплопроводности

Чтобы изучать передачу тепловой энергии в физических телах, выполняемую с помощью теплопроводности, необходимо учитывать различные их свойства. Например, для стального бруска надо учитывать его площадь и длину, а также температуру в разных его частях. Посмотрите на рис. 14.3, где показан стальной брусок, нагреваемый с одного конца и передающий оттуда тепловую энергию по направлению к другому концу. Можно сказать, с какой скоростью проходит эта передача? Да никаких проблем.

В этой ситуации можно пойти двумя разными путями. Например, нетрудно предположить, что, чем больше разница температур между концами бруска, тем интенсивнее передается тепловая энергия. Оказывается, что количество переданной тепловой энергии Q пропорционально разнице температур ΔT (символ $\propto$ означает “пропорционально”):

$$Q \propto \Delta T.$$

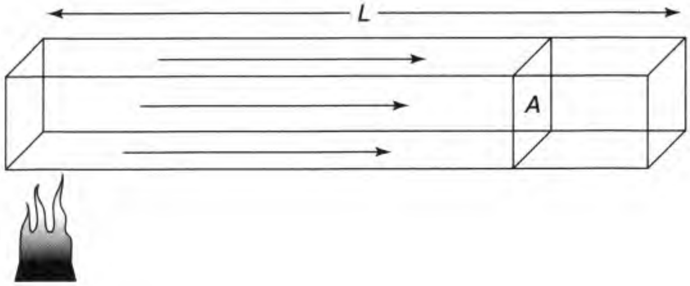


Рис. 14.3. Передача тепловой энергии в стальном бруске

С другой стороны, разумно было бы ожидать, что брусок в два раза большей ширины способен передать в два раза больше тепловой энергии. В общем, количество переданной тепловой энергии Q пропорционально площади поперечного сечения A:

$$Q \propto A.$$

А чем брусок длиннее, тем меньше тепловой энергии дойдет до другого его конца; и действительно, переданная тепловая энергия оказывается обратно пропорциональной длине бруска, равной L:

$$Q \propto 1/L.$$

И наконец, количество переданной тепловой энергии Q зависит от величины прошедшего времени t. Вот как это выражается математически:

$$Q \propto t.$$

Собрав это все воедино и обозначив буквой k константу (т.е. некую постоянную величину), которую еще предстоит определить, вы получите следующую формулу передачи тепловой энергии через тот или иной материал:

$$Q = (kA\Delta Tt)/L.$$

Таким способом определяется количество тепловой энергии, передаваемое с помощью теплопроводности за данный промежуток времени t через определенную длину L, когда площадь поперечного сечения равна A. Используемая в формуле постоянная k — это и есть *теплопроводность* материала, которая измеряется в Дж/с·м·°С.

ПОМНИ!

Разные материалы (стекло, сталь, медь, жевательная резинка) проводят тепловую энергию с разной скоростью, поэтому постоянная теплопроводности зависит от используемого материала. К счастью, физики уже измерили значения этой постоянной для различных материалов. Некоторые из результатов этих измерений показаны в табл. 14.1.

Таблица 14.1. Теплопроводность различных материалов

Материал	Теплопроводность (в Дж/с·м·°С)
Стекло	0,80
Сталь	14,0
Медь	390
Стирофом	0,01
Латунь	110
Серебро	420

Применяем формулу теплопроводности

Теплопроводность стальной части ручки кастрюли равна 14,0 Дж/с·м·°C (см. табл. 14.1). Посмотрите на рис. 14.3. Если длина ручки равна 15 см, площадь ее поперечного сечения составляет 2,0 см^2, а температура огня с одного конца ручки равна 600°C, то сколько тепловой энергии вы получите после того, как возьметесь за эту ручку? Вот формула передачи тепловой энергии с помощью теплопроводности:

$$Q = (kA\Delta Tt) / L.$$

При условии, что у холодного конца ручки начальная температура равна комнатной, т.е. 25°C, вам достанется:

$$Q = (kA\Delta Tt) / L = [(14)(2{,}0 \cdot 10^{-4})(600 - 25)t] / 0{,}15 = (10{,}7\ \text{Дж})t.$$

Как стать инженером холодильной установки

Беря за основу свойства теплопроводности или теплоизоляции различных материалов, можно выяснить, как сохранять предметы холодными или горячими, начиная с напитков и кончая хот-догами и стеллажами с мясом. Представьте себе, например, что нужно спроектировать специальное морозильное отделение в хранилище для замороженных продуктов. Первое, что приходит в голову: а не сделать ли это специальное отделение из меди, чья теплопроводность равна 390 Дж/с·м·°C. Впрочем, такой выбор материала может привести к печальным последствиям, так как из-за очень высокой теплопроводности меди тепло будет легко поступать в это специальное морозильное отделение и легко из него выходить. Лучше обратиться к теплопроводности других материалов. Теплопроводность пенопласта равна только 0,01 Дж/с·м·°C, что во много раз лучше. Если в медном морозильном отделении лед может храниться в течение времени, равного t, то в морозильном отделении, построенном с использованием пенопласта, лед может храниться в 390/0,01 = 39000 раз дольше. (Конечно, это всего лишь прикидка; на самом деле ответ зависит и от теплопроводности того, что будет храниться в морозильном отделении.)

Как видите, каждую секунду к концу ручки передается 10,7 Дж тепловой энергии. И так с каждой секундой количество переданных джоулей будет все больше и больше, делая ручку все горячее и горячее.

Испускаем и поглощаем свет: тепловое излучение

Как быстро отогреться после прихода домой поздней осенью в мокрую и дождливую погоду? В определенной степени без участия физики здесь не обойтись. Конечно же, сразу же хочется принять теплую ванну! Обогреться можно не только теплой водой, но даже с помощью висящей в ванной лампы накаливания (рис. 14.4). Действительно, лампа накаливания испускает тепловую энергию и не дает вам мерзнуть.

Тепловое излучение — это свет, который может передавать тепловую энергию. Тепловую энергию, передаваемую с помощью излучения, мы получаем ежедневно в виде дневного света. Действительно, Солнце — это громадный тепловой реактор, расположенный от нас на расстоянии в 150 млн. км, и тепловая энергия, идущая от него через космический вакуум, попадает на Землю, не пользуясь теплопроводностью или конвекцией (см. два предыдущих раздела этой главы). На Земле солнечная энергия оказывается благодаря излучению, в чем можно убедиться самостоятельно, просто постояв в ясный день на улице и подставив лицо солнечным лучам. Впрочем, имеется еще один способ получить ощутимые признаки излучения, а именно заполучить солнечный ожог, с которым потом придется иметь дело.

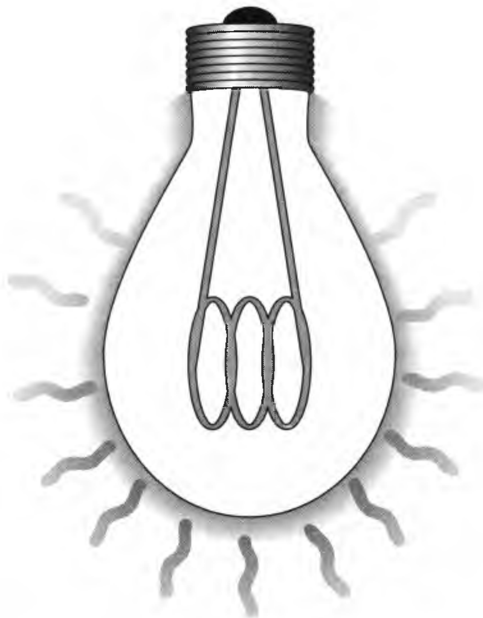


Рис. 14.4. Лампа накаливания излучает тепловую энергию в окружающее пространство

Тепловое излучение: не видим, но ощущаем

Любое физическое тело вокруг вас является источником постоянного теплового излучения, если только оно не имеет температуру абсолютного нуля, что маловероятно, так как физически очень трудно достичь этой температуры. Например, порция мороженого тоже испускает тепловое излучение. Дело в том, что тепловое излучение — это не что иное, как электромагнитное излучение. Электромагнитное излучение возникает благодаря ускорению и замедлению электрических зарядов. На молекулярном уровне именно это и происходит при нагревании физических тел: атомы движутся с ускорением и довольно сильно взаимодействуют друг с другом.

Даже наши тела постоянно излучают энергию, только это электромагнитное излучение обычно не видно, так как находится в инфракрасной части спектра. Впрочем, этот свет виден в инфракрасные приборы, которые часто упоминаются как "приборы ночного видения". Мы излучаем тепловую энергию постоянно по всем направлениям, а все предметы вокруг нас также постоянно излучают тепловую энергию по всем направлениям. Если у вас и окружающей вас среды одинаковая температура, то и вы, и эта среда излучаете энергию по направлению к друг другу с одинаковой интенсивностью.

ПОМНИ!

Когда окружающая среда излучает недостаточно много тепловой энергии по направлению к вам, то возникает ощущение холода. Вот почему космос считается таким "холодным". А ведь в нем нет ничего холодного на ощупь, и тепловая энергия в космосе не теряется из-за теплопроводности или конвекции. Единственное, что происходит, — это космическая среда слабо излучает по направлению к вам, а вы, благодаря собственному излучению, будете постоянно терять тепловую энергию и очень быстро начнете мерзнуть.

Когда тело нагрето примерно до 1000 K, оно начинает сиять красным светом (возможно, это и объясняет, почему вы, даже излучая, не сияете красным светом из видимой части спектра). А когда тело становится горячее, его излучение смещается через оранжевую, желтую и другие части спектра по направлению к его белой части, которая достигается где-то при 1700 K.

Нагреватели с накаляемой докрасна спиралью передают тепловую энергию с помощью теплового излучения. Что касается конвекции, то она происходит тогда, когда воздух нагревается, поднимается вверх и распространяется по комнате (а передача тепловой энергии с помощью теплопроводности — тогда, когда вы по ошибке прикоснетесь к горячей части нагревателя, что вряд ли можно назвать удачным примером теплопередачи). Впрочем, от нагревателя со спиралью накаливания передача тепловой энергии происходит в основном через излучение. В настоящее время во многих домах имеются нагревательные провода, вмонтированные в стены, потолки или полы и называемые *нагревателями лучистого отопления*. Этих нагревателей по замыслу архитектора не видно, но если стать лицом к одному из них, сразу почувствуется тепло, вызванное тепловым излучением.

Люди интуитивно понимают, что такое излучение и поглощение тепловой энергии в окружающей среде. Например, всем известно, что в жаркий день лучше не одевать черную тенниску, так как в ней будет жарко. Почему? По сравнению с белой тенниской она поглощает больше, а отражает меньше света, полученного из окружающей среды. Следовательно, в белой тенниске будет прохладнее и именно потому, что она отражает в окружающую среду больше теплового излучения. В какую машину вы предпочтете сесть в жаркий день: в обитую черной или белой кожей?

Излучение и “черные тела”

Некоторые тела поглощают падающий на них свет в большей степени, чем все остальные. Тела, которые поглощают *все* падающее на них тепловое излучение, имеют отдельное название — “черные тела”. “Черное тело” поглощает 100% падающего на него теплового излучения, и если оно находится в равновесии с окружающей его средой, то столько же теплового излучения оно испускает в эту среду.

Большинство физических тел находится между зеркалами и “черными телами”, которые, соответственно, отражают или поглощают весь падающий на них свет. Обычные тела “с серединки на половинку”, относящиеся к этому большинству, поглощают часть падающего на них света и затем снова испускают его в окружающую среду. Блестящие тела являются такими потому, что отражают большинство падающего на них света. Темные тела выглядят такими потому, что отражают мало падающего на них света.

Можно немало узнать о физике “черных тел”, если начать с вопроса: сколько тепловой энергии испускает “черное тело” при заданной температуре? Количество испускаемой тепловой энергии пропорционально времени испускания: например, за в два раза больший промежуток времени тепловой энергии испускается в два раза больше. Так что можно написать следующую формулу, где t — это время:

$$Q \propto t.$$

Нетрудно сообразить, что количество теплового излучения пропорционально общей площади, с которой происходит излучение. Поэтому можно написать еще одну формулу, где A — это площадь, с которой происходит излучение:

$$Q \propto At.$$

Где-то в формуле должна быть температура T: чем тело теплее, тем больше оно излучает тепловой энергии. В ходе экспериментов выяснилось, что количество излучаемой тепловой энергии пропорционально температуре в четвертой степени, T^4. Таким образом, получается, что:

$$Q \propto AtT^4.$$

Чтобы придать формуле законченный вид, в нее надо вставить постоянную, которую находят экспериментально. Тепловую энергию, испускаемую "черным телом", вычисляют, используя входящую в ее формулу постоянную Стефана–Больцмана σ:

$$Q = \sigma AtT^4.$$

Значение σ равно $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Дж(с·м^2·К^4). Впрочем, обратите внимание, что эта постоянная подходит только для "черных тел", которые являются идеальными излучателями. Но большинство тел идеальными излучателями не является, поэтому в большинстве случаев приходится вставлять еще и другую постоянную — ту, которая зависит от используемого вещества. Эта постоянная называется *излучательной (эмиссионной) способностью* — e. Таким образом, искомая формула, или *закон излучения Стефана–Больцмана*, принимает такой вид:

$$Q = e\sigma AtT^4,$$

где e — излучательная (эмиссионная) способность тела, σ — постоянная Стефана-Больцмана ($5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Дж(с·м^2·К^4)), A — излучающая площадь, t — время, а T — температура в кельвинах.

Допустим, что у некоего человека излучательная способность примерно равна 0,8. Сколько тепловой энергии излучает он каждую секунду при условии, что температура его тела равна 37°С? Во-первых, надо вычислить, чему равна площадь, с которой происходит тепловое излучение. Математически приняв этого человека за цилиндр высотой 1,6 м и радиусом 0,1 м, вы получите общую площадь поверхности как:

$$A = (\text{площадь цилиндра}) = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi(0{,}1)(1{,}6) + 2\pi(0{,}1)^2 = 1{,}7\ м^2,$$

где r и h — это, соответственно, радиус и высота. Чтобы найти общую тепловую энергию, излучаемую этим человеком, вставьте числа в формулу закона излучения Стефана-Больцмана:

$$Q = e\sigma AtT^4 = (0{,}8)(5{,}67 \cdot 10^{-8})(1{,}07)(37 + 273{,}15)^4 t = 449t.$$

Итак, получается 449 Дж/сек, или 449 Вт. Это значение может показаться высоким, так как температура кожи не так высока, как температура внутренней части тела, но здесь мы имеем дело с приблизительными величинами.

Разбираемся с числом Авогадро

В этой главе в основном говорится о действии тепловой энергии на твердые тела и жидкости (например, в сосудах с жидким металлом), но много нового здесь можно узнать о процессах нагрева газов. Сначала разберемся, с каким количеством молекул приходится иметь дело. Для этого нам потребуется не слишком много знаний по физике. Представьте, что некто нашел большой алмаз и принес его вам для оценки.

"Сколько атомов в моем алмазе?"

"Это зависит от того, сколько в нем молей," — отвечаете вы.

Человек, обидевшись, говорит: "Попрошу не выражаться!"

ПОМНИ!

Моль — это количество атомов в 12 г углерода изотопа 12. Углерод изотопа 12 (обозначается как ^{12}C, а также называется углеродом–12, или просто углеродом 12) — это наиболее распространенный вариант углерода, хотя в некоторых атомах углерода имеется чуть больше нейтронов (в углероде–13 уж точно), поэтому их в среднем получается где-то 12,011. Перед тем как узнать, сколько у вас атомов, выясните, сколько молей вещества находится в вашем распоряжении, а при работе с газами часто требуется знать количество атомов.

В результате измерений было найдено, что количество атомов в моле (так называемое число Авогадро, N_A) равно $6{,}022 \cdot 10^{23}$. Итак, теперь вы знаете, сколько атомов находится в 12 г углерода–12. Будет ли то же количество атомов, скажем, в 12 г серы? Ни в коем случае. Каждый атом серы по весу отличается от каждого атома углерода, так что даже в одинаковом количестве граммов каждого из этих веществ будет разное количество атомов.

Насколько масса серы больше массы углерода–12? Изучив таблицу Менделеева, висящую на стене физической лаборатории, вы узнаете, что атомная масса серы равна 32,06 (обычно это число, расположенное правее и ниже символа элемента, например, для серы таким символом является S). Но чего именно 32,06? Имеются в виду 32,06 *атомных единиц массы* (или *а.е.м.*), каждая из которых равна 1/12 массы атома углерода–12. Тогда если масса моля углерода–12 равна 12 г и масса среднего атома серы больше массы атома углерода–12 в таком соотношении:

$$\text{масса атома серы}/\text{масса атома углерода} = 32{,}06\ \text{а.е.м.}/12\ \text{а.е.м.},$$

то моль атомов серы должен обладать такой массой:

$$(32{,}06\ \text{а.е.м.}/12\ \text{а.е.м.})(12\ \text{г}) = 32{,}06\ \text{г}.$$

СОВЕТ

Как удобно! Знание того, что моль элемента имеет ту же массу в граммах, что и атомная масса этого элемента в атомных единицах массы, еще пригодится в ваших вычислениях. Атомную массу любого элемента в атомных единицах массы можно узнать из любой таблицы Менделеева. Например, масса моля кремния равна 28,09 г, моля натрия равна 22,99 г и т.д. И в каждом из этих молей содержится $6{,}022 \cdot 10^{23}$ атомов.

Теперь вы сможете определить количество атомов в алмазе, который является одним из твердых состояний углерода (с атомной массой, равной 12,01 а.е.м.). 12,01 г алмаза составляют 1 моль, поэтому для вычисления количества атомов в алмазе нужно определить количество молей в алмазе и умножить эту величину атомов в моле, т.е. на $6{,}022 \cdot 10^{23}$ атомов.

ПОМНИ!

Далеко не все тела состоят из атомов одного вида. Большинство материалов является составными, например, вода, в которой на каждый атом кислорода приходится два атома водорода (H_2O). В подобных случаях вместо атомной единицы массы следует использовать *молекулярную массу*, которая также основана на атомных единицах массы. Например, молекулярная масса воды равна 18,0153 а.е.м., так что масса одного моля молекул воды равна 18,0153 г.

Выводим закон идеального газа

Описание поведения газообразных состояний так, как того требует физика, начинается тогда, когда мы перейдем на уровень атомов и молекул. Как используется понятие "моль" для описания физических процессов при нагревании газов? Оказывается, что поведение разных газов можно связать друг с другом с помощью таких уже известных нам физических понятий, как моли, температура, давление и объем. Эта связь не совсем точна для реальных газов в природе, но очень хорошо описывает поведение *идеальных газов*. (Идеальный газ — это газ, в котором взаимодействие молекул сводится к парным столкновениям, причем время межмолекулярного столкновения много меньше среднего времени между столкновениями. — *Примеч. ред.*) Однако некоторые реальные газы, например гелий, с очень хорошей точностью описываются как идеальные, и именно они образуют надежный экспериментальный "оплот" термодинамики.

Экспериментально доказано, что если нагревать газ, сохраняя его объем неизменным, то, как показано на рис. 14.5, давление газа будет расти линейно. Другими словами, при постоянном объеме:

$$P \propto T,$$

где T — температура, измеренная в кельвинах, а P — давление.

Если менять объем, то можно заметить, что давление будет ему обратно пропорционально, т.е. при увеличении объема газа в два раза, давление этого газа в два раза уменьшится:

$$P \propto T / V.$$

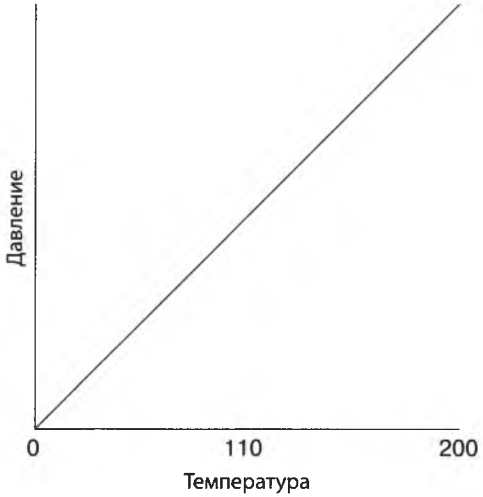


Рис. 14.5. Закон идеального газа, показывающий, что давление пропорционально температуре

С другой стороны, когда объем и температура идеального газа постоянны, то давление пропорционально количеству имеющихся молей газа — при увеличении количества газа в два раза, давление удваивается. Если количество молей равно n, то:

$$P \propto nT / V.$$

Вставив в формулу постоянную R (так называемую *универсальную газовую постоянную*, значение которой равно 8,31 Дж/(моль·К), получим *закон идеального газа*, связывающий друг с другом давление, объем, количество молей и температуру:

$$PV = nRT.$$

Поистине идеальными считаются газы, для которых выполняется данный закон идеального газа. С помощью этого закона можно предсказывать давление идеального газа, если знать его количество, температуру и занимаемый им объем.

Закон идеального газа можно выразить несколько по-другому, если использовать число Авогадро N_A (см. предыдущий раздел) и общее количество молекул N:

$$PV = nRT = (N / N_A)RT.$$

Отношение R/N_A также называется постоянной Больцмана k и равно $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. С использованием этой константы закон идеального газа принимает такой вид:

$$PV = NkT.$$

Давление: пример использования закона идеального газа

Допустим, что имеется резервуар объемом 1 м^3, заполненный 600 молями гелия (очень близкого к идеальному газу) при комнатной температуре в 27°C. Каким будет давление газа? Используя следующую форму уравнения идеального газа:

$$PV = nRT,$$

получим следующую формулу, в которую подставим численные значения:

$$P = nRT / V = [(600{,}0)(8{,}31)(273{,}15 + 27)]/1{,}0 = 1{,}50 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Давление во все стенки сосуда равно $1{,}50 \cdot 10^6$ Н/м^2. Обратите внимание на используемую единицу измерения давления, Н/м^2. Эта единица измерения используется настолько широко, что имеет в системе СИ собственное название — паскаль, или Па. Атмосферное давление равно $1{,}013 \cdot 10^5$ Па. Кроме того, давление в одну атмосферу иногда указывают в единицах *торр* и 1 атмосфера = 760 торр. А в нашем примере давление равно 1,50·106 Па, или примерно 15 атмосфер.

Иногда приходится сталкиваться со специальным набором условий, применяемым к газам, которые называются *нормальными условиями* (или *н.у.*). Они соответствуют следующим физическим условиям: давление равно 1 атмосфере, т.е. $1{,}013 \cdot 10^5$ Па, а температура равна 0°C. С помощью закона идеального газа можно подсчитать, что в нормальных условиях 1 моль идеального газа занимает объем $2{,}24136 \cdot 10^{-2}$ м^3, или около 22,4 литра (1 литр равен $1 \cdot 10^{-3}$ м^3).

Закон Бойля–Мариотта и закон Шарля: альтернативные формулировки закона идеального газа

Закон идеального газа часто формулируют по-разному. Например, можно выразить отношение между давлением и объемом идеального газа до и после того, как одна из этих величин изменится при постоянной температуре:

$$P_к V_к = P_н V_н.$$

Из этой формулы, выражающей *закон Бойля-Мариотта*, следует, что при прочих неизменных условиях произведение PV будет сохраняться.

Далее, если давление постоянно, то можно сказать, что:

$$V_к / T_к = V_н / T_н.$$

Из этой формулы, выражающей *закон Шарля*, следует, что для идеального газа при прочих неизменных условиях будет сохраняться отношение V/T.

Аналогично, если объем постоянен, то можно сказать, что:

$$P_к / T_к = P_н / T_н.$$

Из этой формулы, выражающей *закон Гей-Люссака*, следует, что для идеального газа при прочих неизменных условиях будет сохраняться отношение P/T.

Измерение давления воды и воздуха

Попробуем применить наши знания о давлении в повседневной жизни. Ну, давление под слоем жидкости, например воды, можно определить с помощью простой формулы:

$$P = \rho gh.$$

Здесь ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения под действием силы тяжести (9,8 м/с^2),
h — глубина, для которой вычисляется давление. Для воды ρ равна 1000 кг/м^2, так что получается:

$$P = (10000{,}0)(9{,}8)h = 9800h.$$

С каждым метром глубины, на которую вы уходите под воду, давление увеличивается примерно на 9800 Па, или примерно на 1/10 атмосферы (о том, как преобразовывать друг в друга атмосферы и паскали, описывалось выше).
Эта формула правильна, пока плотность жидкости не меняется, т.е. для воздуха предсказать такое давление трудно, ведь плотность воздуха, как известно, меняется вплоть до безвоздушного пространства открытого космоса. Часто встречаются задачи по физике, в которых спрашивается, насколько поменяется давление воздуха, если подняться на ту или иную высоту. Другими словами, в этих задачах предлагается найти разность давлений для данной разности высот, на которых ρ постоянна.

Следим за молекулами идеального газа

Некоторые свойства молекул идеального газа можно изучать, как если бы эти молекулы мчались, как автомобили вокруг вас. Например, среднюю кинетическую энергию для каждой молекулы можно вычислить с помощью очень простой формулы:

$$KE_{сред} = \frac{3}{2}kT,$$

где k — постоянная Больцмана, равная $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, а T — температура. А так как можно получить массу каждой молекулы, если знать, для какого газа ведется расчет (см. выше), то можно вычислить скорости молекул при различных температурах.

Вычисляем скорость молекул воздуха

Представьте, что в один прекрасный весенний день вы находитесь с друзьями на пикнике. У вас прекрасное угощение: картофельный салат, бутерброды и напитки. Но спустя некоторое время вы вспоминаете о физике, заваливаетесь на спину и начинаете смотреть в небо. Физика на пикнике, что может быть скучнее? Вот уж нет. Физика присутствует всюду: в любом месте и в любое время, даже если прямые признаки ее присутствия совсем не очевидны.

Даже если снующие вокруг молекулы воздуха не видны, с помощью законов физики вы легко сможете вычислить их среднюю скорость. Все, что вам нужно, — это калькулятор и термометр. Допустим, что измеренная температура воздуха оказалась примерно равной 28°C, или 301 K (о том, как преобразовывать друг в друга градусы Цельсия и Кельвина, можно узнать в главе 13). Как известно, среднюю кинетическую энергию молекул, находящихся в воздухе, можно вычислять с помощью формулы:

$$KE_{\text{сред}} = \frac{3}{2}kT.$$

Остается подставить в нее численные значения:

$$KE_{\text{сред}} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1{,}38 \cdot 10^{-23})(301) = 6{,}23 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Итак, "среднестатистическая" молекула обладает кинетической энергией, равной $6{,}23 \cdot 10^{-21}$ Дж. Однако молекулы очень малы — так какие же скорости будут соответствовать этому значению? Как можно узнать в главе 8:

$$KE_{\text{сред}} = ½mv^2,$$

где m и v — это, соответственно, масса и скорость, тогда:

$$v = \sqrt{\frac{2KE}{m}}.$$

Воздух в основном состоит из молекул азота N_2 (около 78%) и молекул кислорода O_2 (около 21%). Без большой утраты точности предположим, что воздух в основном состоит из молекул азота. Молекула азота имеет массу, примерно равную $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг (которую вы можете вычислить сами, зная молекулярную массу азота и затем поделив ее на число N_A). Подставив в последнюю формулу числа, получим:

$$v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} = 517 \text{ м/с} = 1861 \text{ км/ч.}$$

Ух! Только себе представьте себе, что такое громадное количество "малышей" каждую секунду врезается в вас со скоростью 1861 км/ч! Хорошо, что молекулы такие маленькие. Представьте, если бы каждая молекула воздуха весила примерно килограмм.

Вычисляем внутреннюю энергию идеального газа

Атомы и молекулы обладают очень малой массой, но их в газах очень много, а поскольку все они обладают кинетической энергией, то можно определить их общую кинетическую энергию или ту часть внутренней энергии газа, которая состоит из энергии движения его молекул. Итак, какой кинетической энергией обладает известное количество газа? Каждая молекула обладает средней кинетической энергией:

$$KE_{\text{сред}} = \frac{3}{2}kT.$$

Чтобы получить общую кинетическую энергию, надо среднюю кинетическую энергию умножить на количество имеющихся молекул, равное nN_A, где n — это количество молей:

$$KE_{общ} = \frac{3}{2}nN_A kT.$$

Здесь $N_A k$ равняется R, т.е. универсальной газовой постоянной (см. ранее в этой главе), поэтому прежняя формула принимает вид:

$$KE_{общ} = \frac{3}{2}nRT.$$

Итак, 600 молей гелия при температуре 27°С обладают следующей внутренней энергией, которая связана с тепловым движением молекул:

$$KE_{общ} = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}(600{,}0)(8{,}31)(273{,}15+27) = 2{,}24\cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Это чуть больше половины килокалории! Такого рода единицу измерения условной энергетической ценности продуктов питания (ккал) можно найти на их упаковках.

Глава 15

Тепловая энергия и работа: начала термодинамики

В этой главе...

- Достигаем теплового равновесия
- Сохраняем тепловую энергию при различных условиях
- Повышаем эффективность тепловых двигателей
- Падаем почти до абсолютного нуля

Каждому, кому когда-либо приходилось работать летом на открытом воздухе, хорошо известны понятия "тепло" и "работа", связь между которыми изучает *термодинамика*. В данной главе, наконец-то, встречаются эти два незабвенных понятия, о которых подробно рассказывается в главе 8 (о работе) и в главе 13 (о тепле, теплоте и тепловой энергии). В термодинамике имеется три закона, а точнее начала, которые также важны для термодинамики, как и законы Ньютона для механики. Кроме того, уж в одном отношении они даже превосходят законы Ньютона, а именно в том, что в термодинамике имеется еще и нулевой закон, который чаще называют нулевым началом термодинамики. В этой главе рассказывается о термодинамическом равновесии (нулевое начало), сохранении энергии (первое начало), о тепловых потоках (второе начало) и недостижимости абсолютного нуля (третье начало). Итак, самое время обратиться к термодинамике.

Стремимся к тепловому равновесию: нулевое начало термодинамики

Основные законы термодинамики начинаются с нулевого начала. Возможно, эта нумерация покажется странной, ведь мало какой набор вещей из повседневной жизни начинается подобным образом ("Будь осторожен на нулевой ступеньке..."), но, знаете ли, физикам нравятся их традиции. Так вот, *нулевое начало термодинамики* гласит, что два тела находятся в тепловом равновесии, если они могут передавать друг другу теплоту, но не делают этого. (В русскоязычной научной литературе нулевое начало термодинамики называют также *общим началом термодинамики. — Примеч. ред.*)

Например, если у вас и у воды в плавательном бассейне, в котором вы находитесь, одна и та же температура, то никакое тепло от вас к воде или от воды к вам не передается (хотя такая передача возможна). Ваше тело и бассейн находятся в тепловом равновесии. Однако, если вы прыгнете в бассейн зимой, проломив при этом его ледяную корку, то первое время вряд ли будете в тепловом равновесии с его водой. Впрочем, вы и не захотите этого. (Не пытайтесь проделать этот физический опыт дома!)

Чтобы обнаружить тепловое равновесие (особенно в замерзших бассейнах, куда вы собираетесь прыгнуть), надо использовать термометр. Измерьте с его помощью температуру воды в бассейне, а затем — свою температуру. Если обе температуры совпадают (другими словами, наблюдается тепловое равновесие: ваше — с термометром, а термометра — с водой в бассейне), то в таком случае вы находитесь в тепловом равновесии с водой бассейна.

Использование термометра показывает: два тела, находящиеся в тепловом равновесии с третьим, также находятся в тепловом равновесии друг с другом; вот вам еще одна формулировка нулевого начала.

Кроме всего прочего, нулевое начало содержит идею, что температура — это индикатор теплового равновесия. То, что два тела, упомянутые в нулевом законе, находятся в тепловом равновесии с третьим, дает все нужное для задания температурной шкалы, например шкалы Кельвина. Ну а с физической точки зрения нулевой закон устанавливает точку отсчета, утверждая, что между двумя телами, имеющими одинаковую температуру, тепловой поток в целом отсутствует.

Сохраняем энергию: первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики — это, попросту говоря, закон сохранения энергии. Он утверждает, что энергия никуда не исчезает. Когда системой поглощается или высвобождается тепловая энергия Q, а сама система выполняет над окружающими телами работу W (или, наоборот, окружающие тела выполняют работу над ней), то внутренняя энергия системы, имевшая начальное значение $U_н$, становится равной $U_к$ следующим образом:

$$U_к - U_н = \Delta U = Q - W.$$

В главе 8 немало говорится о сохранении механической энергии. Там показано, что общая механическая энергия (сумма потенциальной и кинетической энергии) сохраняется. Чтобы утверждать такое, надо было работать с системами, где энергия не тратится на нагревание, — например, когда отсутствует трение. Теперь все изменилось. Тепловая энергия, наконец-то, учитывается нами (как вы, вероятно, поняли из рассуждений), и теперь общую энергию системы можно рассматривать с учетом передачи тепловой энергии, проделанной работы и внутренней энергии системы.

На основании комбинации этих трех величин (тепловой энергии, работы и внутренней энергии) определяется общая энергия системы, которая в целом сохраняется. Если передать системе количество тепловой энергии, равное Q, то при отсутствии работы ее количество внутренней энергии, обозначаемое как U, изменится на Q. Система может терять энергию, выполняя работу над окружающими телами, например, когда машина поднимает груз, висящий на конце каната. Так вот, когда система выполняет работу над окружающими телами и никакой тепловой энергии не тратит, ее внутренняя энергия U изменится на W. Иначе говоря, если учитывать тепловую энергию, то с учетом всех этих трех величин (тепловой энергии, работы и внутренней энергии) общая энергия системы сохраняется.

ПОМНИ!

Польза первого начала термодинамики состоит в том, что оно связывает все три основные величины: тепловую энергию, работу и внутреннюю энергию. Зная две из них, всегда можно определить третью.

Применяем закон сохранения энергии

ПОМНИ!

Величина передаваемой тепловой энергии Q является положительной или отрицательной, когда система, соответственно, поглощает или высвобождает тепловую энергию. Величина работы W является положительной или отрицательной, когда работа, соответственно, выполняется системой над окружающими телами или окружающими телами над системой.

Новички часто путаются, пытаясь определить, являются ли значения каждой из величин положительными или отрицательными. Чтобы не запутаться, при работе с первым началом термодинамики рекомендуется исходить из общей идеи сохранения энергии. Допустим, что мотор выполняет над окружающими телами работу в 2000 Дж, высвобождая при этом 3000 Дж тепловой энергии. Насколько меняется его внутренняя энергия? В данном случае известно, что мотор выполняет над окружающими телами работу в 2000 Дж, поэтому ясно, что его внутренняя энергия уменьшается на 2000 Дж. Кроме того, выполняя работу, он еще высвобождает 3000 Дж тепловой энергии, так что внутренняя энергия мотора уменьшается еще на 3000 Дж.

СОВЕТ

Значения работы и передаваемой тепловой энергии следует считать отрицательными. Тогда в предыдущем примере получим такое изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = -2000 - 3000 = -5000 \text{ Дж}.$$

Внутренняя энергия системы уменьшается на 5000 Дж, что определенно имеет смысл, ведь система выполняет над окружающими телами работу в 2000 Дж и высвобождает 3000 Дж тепловой энергии. С другой стороны, а что если система, выполняя над окружающими телами работу в 2000 Дж, *поглощает* 3000 Дж их тепловой энергии? В таком случае получилось бы 2000 Дж входящей и 3000 Дж исходящей энергии. Теперь понятно, какими должны быть знаки:

$$\Delta U = -2000\,[\text{работа выходит}] + 3000\,[\text{тепловая энергия входит}] = 1000 \text{ Дж}.$$

В данном случае общее изменение внутренней энергии системы равно +1000 Дж. Отрицательное значение работа принимает, когда она выполняется над системой окружающими телами. Например, система поглощает 3000 Дж, в то время как окружающие тела выполняют над ней работу в 4000 Дж. Это значит, что внутренняя энергия системы увеличивается на 3000 Дж + 4000 Дж = 7000 Дж. А если нужно все просчитать, то воспользуйтесь следующей формулой:

$$\Delta U = Q - W,$$

а затем обратите внимание, что поскольку окружающие тела выполняют работу над системой, значение W считается отрицательным. Таким образом, получаем:

$$\Delta U = Q - W = 3000 - (-4000) = 7000 \text{ Дж}.$$

Изучаем изобарические, изохорические, изотермические и адиабатические процессы

В этой главе рассматриваются процессы, при анализе которых приходится работать с такими параметрами, как объем, давление, температура и энергия. Причем полученные результаты очень сильно зависят от того, как эти величины меняются. Например, если газ выполняет работу, сохраняя свой объем постоянным, то этот процесс будет отличаться от того, при котором остается постоянным не объем, а давление газа.

В термодинамике обычно рассматривают четыре стандартных режима, которые отличаются постоянством одного из вышеперечисленных параметров (давление, объем, температура и энергия).

Обратите внимание, что изменения в процессах, описанных в последующих разделах, называются *квазистатическими*, т.е. эти изменения проходят достаточно медленно, позволяя давлению и температуре оставаться одинаковыми в любом месте системы.

Постоянное давление: изобарический процесс

Процесс, в котором давление остается постоянным, называется *изобарическим* ("барический" означает "относящийся к давлению"). На рис. 15.1 показан цилиндр с поршнем, поднимаемым некоторым количеством газа, когда этот газ нагревается. Объем газа меняется, но утяжеленный поршень сохраняет давление постоянным.

Какую работу выполняет система при расширении газа? Работа равна произведению F на s, означающих, соответственно, силу и перемещение. Кроме того, сила равна произведению P на A, означающих, соответственно, давление и площадь. Это значит, что:

$$W = F\Delta s = PA\Delta s.$$

Но произведение площади A и перемещения s равно изменению объема ΔV. Таким образом:

$$W = P\Delta V.$$

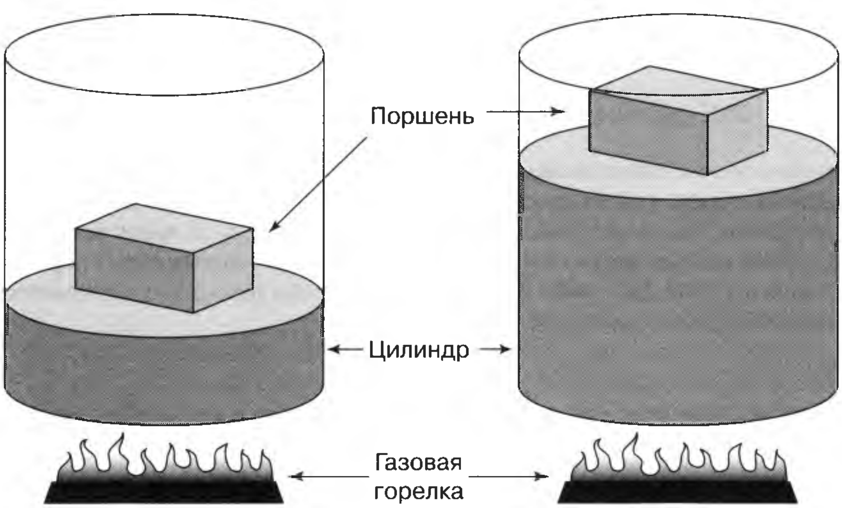


Рис. 15.1. В изобарической системе объем может меняться, но давление остается постоянным

Изобарический процесс можно показать в виде графика (как на рис. 15.2), на котором видно, что объем меняется, в то время как давление остается постоянным. Так как $W = P\Delta V$, то работа — это площадь, ограниченная графиком.

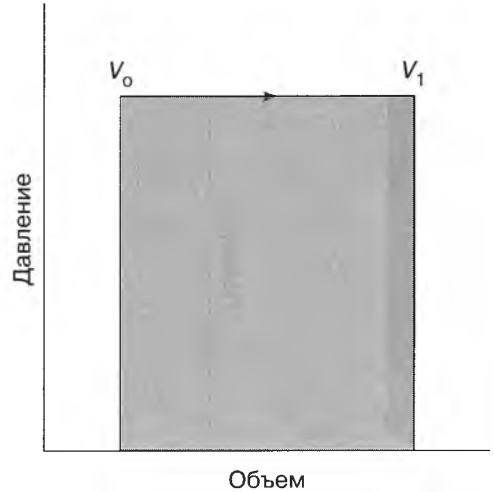


Рис. 15.2. График изобарического процесса

Допустим, имеется 60 м^3 идеального газа под давлением в 200 Па (см. главу 2), который нагревается до тех пор, пока он не расширится до объема в 120 м^3 ($PV = nRT$, где n, R и T означают, соответственно, количество молей, универсальную газовую постоянную (8,31) и температуру; см. главу 14). Какую работу выполняет газ? Все, что вам нужно, — это подставить в формулу численные значения:

$$W = P\Delta V = (200)(120 - 60) = 12000 \text{ Дж}.$$

Расширяясь при постоянном давлении, газ выполняет работу в 12000 Дж.

Постоянный объем: изохорический процесс

А что если давление в системе не постоянно? В конце концов, не так уж и часто попадаются устройства с утяжеленным поршнем, как на рис. 15.1. Чаще всего приходится иметь дело с простым замкнутым сосудом, как на рис. 15.3, где показан баллончик с дезодорантом, кем-то неосторожно брошенный в огонь. В этом случае объем остается постоянным, а такой процесс называется *изохорическим*. По мере того как газ внутри баллончика нагревается, его давление возрастает, но объем остается постоянным (если, конечно, баллончик не взорвется).

Какая работа выполняется с баллончиком распылителя? Посмотрите на график (рис. 15.4). В данном случае объем постоянный, поэтому *Fs* (произведение силы и перемещения) равно нулю. Никакая работа не выполняется — площадь под графиком равна нулю.

Рис. 15.3. *В изохорическом процессе объем остается постоянным, а другие параметры меняются*

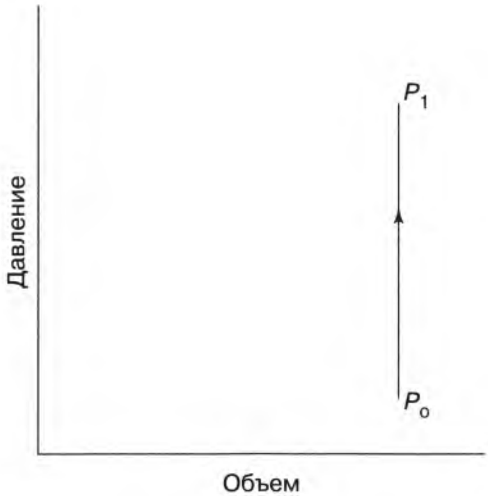


Рис. 15.4. *График изохорического процесса*

Постоянная температура: изотермический процесс

В *изотермическом процессе* температура остается постоянной, в то время как другие величины меняются. Посмотрите, какой замечательный аппарат показан на рис. 15.5. Этот аппарат специально предназначен для того, чтобы сохранять температуру газа постоянной, причем даже при подъеме поршня. При добавлении к системе (или отводе от системы) тепловой энергии поршень медленно поднимается (или медленно опускается) таким образом, чтобы произведение давления и объема сохранялось постоянным. Так как $PV = nRT$ (см. главу 14), то температура также остается постоянной.

Какая работа выполняется при изменении объема? Поскольку $PV = nRT$, то получается такое отношение между P и V:

$$P = nRT / V.$$

Эту формулу иллюстрирует график, показанный на рис. 15.6.

Выполненную работу "показывает" область, лежащая под графиком. Но какова же площадь этой области? Выполненная работа определяется следующей формулой, где *ln* — натуральный логарифм, R — газовая постоянная (8,31), V_1 и V_0 означают, соответственно, конечный и начальный объем:

$$W = nRT \ln(V_1 / V_0).$$

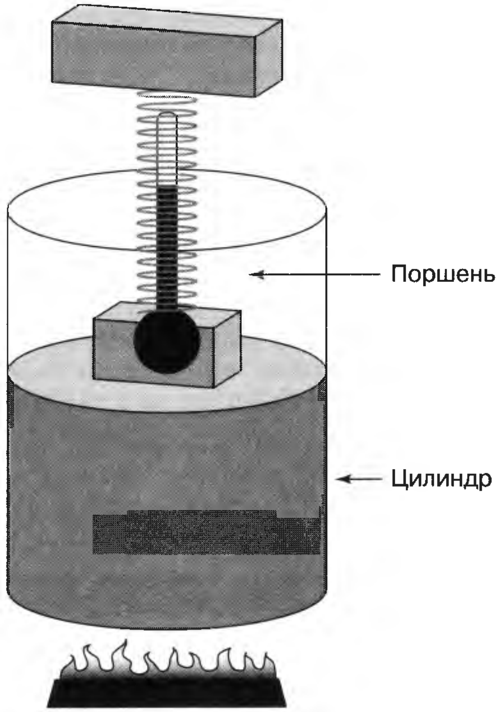


Рис. 15.5. В изотермической системе поддерживается постоянная температура, а в других системах она меняется

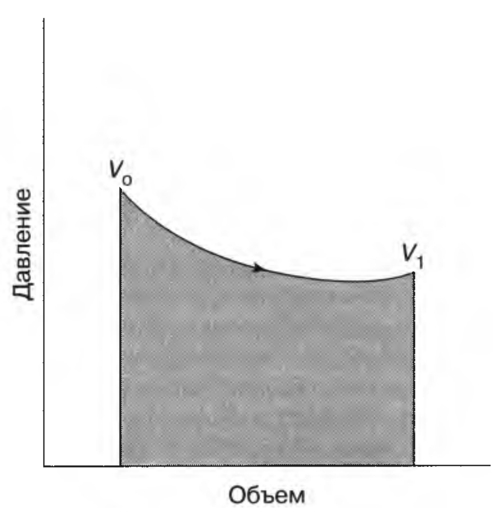


Рис. 15.6. График изотермического процесса

Так как при изотермическом процессе температура остается постоянной, а внутренняя энергия идеального газа равна $(3/2)nRT$ (см. главу 14), то эта энергия не меняется. Таким образом:

$$\Delta U = 0 = Q - W,$$

другими словами:

$$Q = W.$$

Итак, что произойдет, если цилиндр, показанный на рис. 15.5, погрузить в горячую ванну? В аппарат должна перейти тепловая энергия Q, а поскольку температура газа остается постоянной, вся эта тепловая энергия должна превратиться в работу, выполненную системой. Скажем, к примеру, у вас имеется моль гелия при температуре 20°C, и, забавы ради, вы решили увеличить его объем с V_0=0,010 м^3 до V_1=0,020 м^3. Какую работу выполнит газ при расширении? Все, что вам нужно, — это подставить в формулу численные значения:

$$W = nRT\ln(V_1/V_0) = (1{,}0)(8{,}31)(273{,}15+20)\ln(0{,}020/0{,}010) = 1690\ \text{Дж}.$$

Работа, выполняемая газом, равна 1690 Дж. Изменение его внутренней энергии равно 0 Дж, как всегда при изотермическом процессе. А так как $Q=W$, то добавляемая к газу тепловая энергия также равна 1690 Дж.

Постоянная энергия: адиабатический процесс

При *адиабатическом процессе* общая тепловая энергия системы остается постоянной. Посмотрите на рис. 15.7, где показан цилиндр, окруженный изоляционным материалом. Тепловая энергия из системы никуда не уходит, поэтому если происходит изменение, то оно является адиабатическим.

Вычисляя работу, выполняемую при адиабатическом процессе, вы можете сказать, что Q=0, таким образом:

$$\Delta U\ (\text{изменение внутренней энергии}) = -W.$$

Так как внутренняя энергия U идеального газа равна $(3/2)nRT$ (см. главу 14), то выполняется работа:

$$W = \tfrac{3}{2}nR(T_0 - T_1),$$

где T_0 и T_1 означают, соответственно, начальную и конечную температуру. Таким образом, если газ выполняет работу, то это происходит благодаря изменению температуры — при падении температуры газ выполняет работу над окружающими телами. На рис. 15.8 показан график зависимости давления от объема при адиабатическом процессе. Адиабатическая кривая, показанная на этом рисунке, так называемая *адиабата*, отличается от изотермических кривых, так называемых *изотерм*. Работа, выполненная, когда общая тепловая энергия системы постоянна, — это область под адиабатой (см. рис. 15.8).

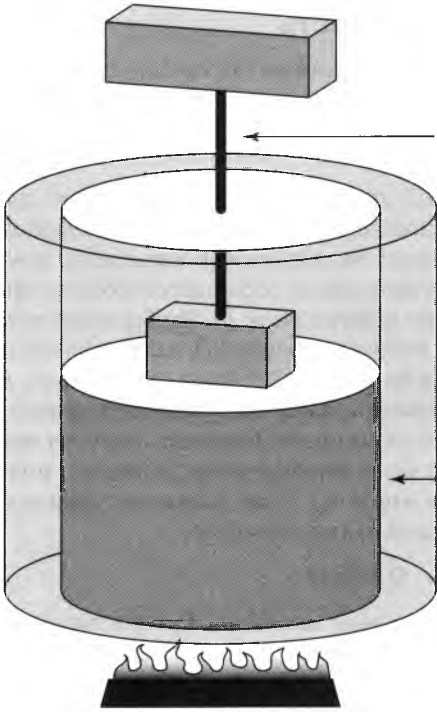


Рис. 15.7. При адиабатическом процессе не происходит обмена тепловой энергией

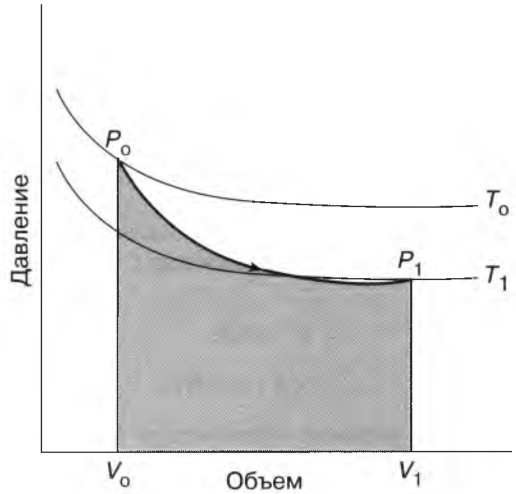


Рис. 15.8. График зависимости давления от объема при адиабатическом процессе

Вычисляем удельную теплоемкость

Начальные значения давления и объема можно так связать с их конечными значениями по следующей формуле:

$$P_0V_0^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma}.$$

Что такое γ? Это отношение C_p/C_v двух удельных теплоемкостей идеального газа: в числителе — теплоемкость при постоянном давлении C_p, а в знаменателе — теплоемкость при постоянном объеме C_v. *Удельной теплоемкостью* называется отношение тепловой энергии, полученной телом единичной массы, к соответствующему приращению его температуры; подробнее об этом можно узнать в главе 13. Чтобы вычислить удельную теплоемкость, надо найти количество тепловой энергии Q, необходимой для изменения температуры тела единичной массы на величину ΔT, т.е. $c = Q/m\Delta T$, где c, m и ΔT означают, соответственно, удельную теплоемкость, массу и изменение температуры. Впрочем, сейчас удобнее использовать *молярную удельную теплоемкость*, которая определяется как и удельная, но только рассчитывается не на единицу массу, а на один моль. Она обозначается символом C и измеряется в Дж/(моль·К). Итак, молярная удельная теплоемкость используется вместе с количеством молей n, а не массой m:

$$Q = Cn\Delta T.$$

Как найти C? Надо вычислить две разные величины: C_p (при постоянном давлении) и C_v (при постоянном объеме). Согласно первому началу термодинамики (см. предыдущий раздел этой главы), $Q = \Delta U + W$. Поэтому достаточно только выразить ΔU и W через T. Выполняемая работа W равна $P\Delta V$, тогда при постоянном объеме W=0. А изменение внутренней энергии идеального газа равно $(3/2)nR\Delta T$ (см. главу 14), поэтому Q при постоянном объеме выражается следующей формулой:

$$Q_v = \tfrac{3}{2}nR(T_1 - T_0).$$

При постоянном давлении работа W равна $P\Delta V$. А поскольку $PV = nRT$, то $W = P(V_1 - V_0) = nR(T_1 - T_0)$. Поэтому Q при постоянном давлении выражается следующей формулой:

$$Q_p = \tfrac{3}{2}nR(T_1 - T_0) + nR(T_1 - T_0).$$

Каким образом можно получить из всего этого значения молярных удельных теплоемкостей? Как уже нам известно, $Q = Cn\Delta T$, поэтому $C = Q/n\Delta T$. Деля предыдущие две формулы на $n\Delta T$, получаем:

$$C_v = \tfrac{3}{2}R,$$

$$C_p = \tfrac{3}{2}R + R = \tfrac{5}{2}R.$$

Теперь вы имеете молярные удельные теплоемкости идеального газа. Нужное вам отношение γ равно отношению этих двух формул:

$$\gamma = C_p/C_v = 5/3.$$

Связать давление и объем в любых двух точках адиабаты (см. предыдущий раздел об адиабатическом процессе) можно таким образом:

$$P_0V_0^{5/3} = P_1V_1^{5/3}.$$

Например, если сначала 1 л газа находился под давлением 1 атм, а после адиабатического изменения (когда обмена тепловой энергией нет), объем газа стал 2 л, то каким должно быть новое давление P_1? Путем простой алгебраической операции деления на $V_1^{5/3}$ оставляем в левой части равенства только P_1 и получаем:

$$P_1 = P_0 V_0^{5/3} / V_1^{5/3}.$$

Подставив в эту формулу численные значения, получим:

$$P_1 = P_0 V_0^{5/3} / V_1^{5/3} = [(1,0)(1,0)^{5/3}]/(2,0)^{5/3} = 0,314 \text{ атм}.$$

Итак, новое давление должно быть равно 0,314 атмосферы.

Передаем тепловую энергию: второе начало термодинамики

Формально говоря, *второе начало термодинамики* гласит, что тепловая энергия естественно переходит из тела с более высокой температурой в тело с более низкой температурой, но не в обратном направлении.

Это начало, конечно же, появилось в результате простых наблюдений: приходилось ли вам когда-либо видеть, чтобы тело само становилось холоднее окружающих его тел, если только другое тело не проделало над ним определенной работы? Путем определенной работы можно заставить теплоту переходить из тела, когда естественно ожидать перехода тепловой энергии в тело (вспомните холодильники или кондиционеры), но такое явление само по себе не происходит.

Заставим тепловую энергию работать: тепловые двигатели

Имеется много способов заставить тепловую энергию работать. Возможно, у вас имеется, например, паровая машина с котлом и поршнями или атомный реактор, производящий перегретый пар, который может вращать турбину. Двигатели, выполняющие работу благодаря источнику тепловой энергии, называются *тепловыми*. Как они это делают, можно увидеть на рис. 15.9. Тепловая энергия идет от нагревателя к двигателю, который выполняет работу, а неизрасходованная тепловая энергия отправляется в *холодильник*. Им может быть, например, окружающий воздух или наполненный водой радиатор. Если температура холодильника меньше температуры нагревателя, то тепловой двигатель может работать — хотя бы теоретически.

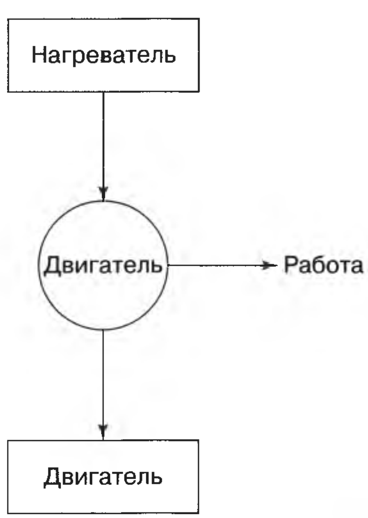


Рис. 15.9. Тепловой двигатель превращает тепловую энергию в работу

Оцениваем эффективность работы: КПД теплового двигателя

Тепловая энергия, подаваемая нагревателем, обозначается как $Q_{нг}$, а отправляемая в холодильник (см. предыдущий раздел) — как $Q_х$. Путем некоторых вычислений можно найти коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя. Он равен отношению работы W, выполняемой двигателем, к входящей тепловой энергии — иными словами, это та доля входящей тепловой энергии, которую двигатель превращает в работу:

$$\text{КПД} = \text{Работа} / \text{Входящая теплота} = W / Q_{нг}.$$

Когда вся входящая тепловая энергия превращается в работу, КПД равен 1. Если никакая входящая тепловая энергия не превращается в работу, КПД равен 0. Часто КПД выражается в виде процентов, поэтому только что названные значения можно представить как 100% и 0%. Поскольку общая энергия сохраняется, то тепловая энергия, входящая в двигатель, должна быть равна сумме выполняемой работы и тепловой энергии, отправляемой в холодильник, то есть:

$$Q_{нг} = W + Q_х .$$

Это значит, что для записи КПД достаточно использовать $Q_{нг}$ и $Q_х$:

$$КПД = W / Q_{нг} = (Q_{нг} - Q_х) / Q_{нг} = 1 - (Q_х / Q_{нг}).$$

Допустим, что имеется тепловой двигатель с КПД, равным 78%. Этот двигатель производит работу величиной $2{,}55 \cdot 10^7$ Дж. Сколько тепловой энергии он использует, а сколько выбрасывает? Известно, что $W = 2{,}55 \cdot 10^7$ Дж и

$$\text{КПД} = W / Q_{нг} = 2{,}55 \cdot 10^7 \text{ Дж} / Q_{нг} = 0{,}78.$$

Это значит, что:

$$Q_{нг} = 2{,}55 \cdot 10^7 \text{ Дж} / 0{,}78 = 3{,}27 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

Количество входящей тепловой энергии равно $3{,}27 \cdot 10^7$ Дж. А сколько тепловой энергии $Q_х$ остается неизрасходованной и отправляется в холодильник? Как известно:

$$Q_{нг} = W + Q_х,$$

поэтому:

$$Q_{нг} - W = Q_х.$$

Подставив в эту формулу численные значения, получим:

$$Q_{нг} - W = 3{,}27 \cdot 10^7 - 2{,}55 \cdot 10^7 = 0{,}72 \cdot 10^7 = Q_х.$$

Количество тепловой энергии, отправляемое в холодильник, равно $0{,}72 \cdot 10^7$ Дж.

Как сказал Карно: нельзя все тепло превратить в работу

Зная работу и КПД теплового двигателя, можно вычислить количество входящей и исходящей тепловой энергии (тут нам, конечно, поможет закон сохранения энергии, связывающий друг с другом работу, входящую и исходящую тепловую энергию; см. главу 8). А как насчет создания тепловых двигателей со 100%-ным КПД? С точки зрения производительности было бы прекрасно превращать в работу всю тепловую энергию, какая поступает в тепловой двигатель, но это невозможно. Кроме того, в реально работающих тепловых двигателях неизбежны определенные потери, например, из-за трения поршней в паровом двигателе. В XIX веке эту проблему изучал один инженер, которого звали Сади Карно, и он пришел к выводу: в сущности, лучшее, что можно сделать, — это попытаться изобрести двигатель, не имеющий таких потерь.

А если в двигателе нет потерь, то система будет возвращаться в то же состояние, что и перед началом процесса. Такой процесс называется *обратимым*. Например, если тепловой двигатель тратит энергию на преодоление трения, то обратимым процесс назвать нельзя, так как он не заканчивается в том же состоянии, в каком был сначала. При каких условиях работы тепловой двигатель будет иметь самый высокий КПД? Когда работа двигателя обратима (т.е. в системе нет потерь). Сегодня физики называют это принципом Карно. Итак, *принцип Карно* гласит, что ни у одного необратимого двигателя не будет такого же высокого КПД, как у обратимого, а все обратимые двигатели, работающие в промежутке между одинаковыми максимальными и одинаковыми минимальными температурами, имеют один и тот же КПД.

Построение двигателя Карно

Карно предложил свою идею двигателя — *двигателя Карно*. Этот двигатель должен работать обратимо, что не может быть ни в одном реально работающем двигателе, поэтому он представляет собой нечто идеальное. В двигателе Карно тепловая энергия идет от нагревателя, имеющего постоянную температуру $T_{нг}$. А отработанная тепловая энергия уходит в холодильник, имеющий постоянную температуру $T_х$. Поскольку температуры нагревателя и холодильника никогда не меняются, то можно сказать, что отношение подаваемой и отводимой тепловой энергии равно отношению их температур (в кельвинах):

$$Q_х / Q_{нг} = T_х / T_{нг}.$$

А так как КПД теплового двигателя вычисляется по следующей формуле:

$$КПД = 1 - (Q_х / Q_{нг}),$$

то получается такая формула для вычисления КПД двигателя Карно:

$$КПД = 1 - (Q_х / Q_{нг}) = 1 - (T_х / T_{нг}),$$

где температура выражается в кельвинах.

В этой формуле показан *максимально возможный КПД* теплового двигателя. И лучшего результата достичь нельзя. А как гласит третье начало термодинамики (в последнем разделе этой главы), абсолютного нуля достичь нельзя, т.е. $T_х$ никогда не будет равна нулю, следовательно, невозможно получить тепловой двигатель со 100%-ным КПД.

Используем формулу Карно

Формулу максимально возможного КПД (см. предыдущий раздел) использовать довольно легко. Предположим, сделано потрясающее новое изобретение: машина Карно, в которой самолет совершает работу, причем земная поверхность играет роль нагревателя (с температурой примерно 27°C), а воздух на высоте 10000 м — роль холодильника (с температурой примерно −27°C). Какой максимальный КПД такой машины? Преобразуем значения температуры в кельвины и подставив их в формулу машины Карно:

$$КПД = 1 - (Q_х / Q_{нг}) = 1 - (T_х / T_{нг}) = 1 - (248{,}15 / 300{,}15) = 0{,}173.$$

Итак, КПД такой машины Карно равен всего 17,3%. Результат, скажем, не очень. А теперь представим, что в качестве нагревателя используется поверхность Солнца (примерно 5800 K), а в качестве холодильника — межзвездное пространство (примерно 3,4 K), совсем как в научно-фантастических рассказах. Тогда совсем другое дело:

$$КПД = 1-(Q_{х}/Q_{нг}) = 1-(T_{х}/T_{нг}) = 1-(3{,}4/5\,800) = 0{,}999.$$

Итак, в таких научно-фантастических условиях для машины Карно можно получить КПД, равный 99,9% и близкий к теоретически максимальному значению.

Охлаждаемся: третье (и абсолютно последнее) начало термодинамики

Третье начало термодинамики достаточно просто формулируется: нельзя достичь абсолютного нуля с помощью любого процесса, состоящего из конечного числа этапов, к нему можно лишь бесконечно приближаться. Иначе говоря, никогда нельзя достичь абсолютного нуля. Каждое действие по понижению температуры физического тела до абсолютного нуля может немного приблизить к цели, но достигнуть ее нельзя, если не выполнить бесконечного числа действий, что невозможно.

Странные явления вблизи абсолютного нуля

Хотя до абсолютного нуля нельзя добраться с помощью какого-либо известного конечного процесса, но к нему можно приблизиться. Причем, имея очень дорогое оборудование, вблизи абсолютного нуля можно столкнуться с множеством странных физических явлений и фактов. Один мой приятель изучает поведение жидкого гелия при очень низких температурах. Например, гелий становится таким эксцентричным, что может самостоятельно выбраться из любого сосуда, в котором он находится. За открытие и исследования этого явления сверхтекучести гелия и некоторые другие наблюдения кое-кто получил Нобелевскую премию. Везет же людям!

(Сверхтекучесть жидкого гелия-4 была открыта в 1938 году П. Л. Капицей, за что он был удостоен Нобелевской премии по физике за 1978 год. Теория сверхтекучего гелия-II была разработана Л. Д. Ландау, за что он был удостоен Нобелевской премии по физике за 1962 год. — *Примеч. ред.*)

Часть V

Электризуемся и намагничиваемся

The 5th Wave Рич Теннант

"...и наконец, инженеры, работающие во внеурочное время, должны изучать только поведение протонов и электронов, впредь воздерживаясь от закладки яиц в ускоритель".

В этой части…

Два из самых мощных проявлений окружающей нас природы — электричество и магнетизм — невидимы. Люди воспринимают их, как должное, а в ответ даже на самые простые вопросы о них часто только задумчиво кивают головой и стремятся поскорей отделаться от них. Эта часть написана для того, чтобы раскрыть тайны, окутывающие электричество и магнетизм. В ней вы узнаете все, что с ними связано, в том числе и то, как комбинация электричества и магнетизма (имеется в виду свет, как электромагнитная волна) взаимодействует с зеркалами и линзами.

Глава 16

Электризуемся: изучаем статическое электричество

В этой главе...

- Оцениваем электрический заряд и электрическую силу
- Сканируем электрическое поле
- Изучаем электрическое поле с помощью точечных зарядов
- Создаем простое электрическое поле между пластинами конденсатора
- Постигаем электрические потенциалы, измеряя напряжение
- Связываем электрический потенциал с точечными зарядами

Вокруг нас все пронизано электричеством. В каждом атоме его собственные заряды вращаются с невероятной скоростью. Иногда электрические заряды проявляются совершенно неожиданно, например, ощущаются, как острое покалывание в момент касания наэлектризованной металлической дверной ручки или дверцы автомашины. А порой, наоборот, включая электрический свет, мы внезапно узнаем, что так остро необходимые электрические заряды куда-то пропали.

В этой главе повествование книги постепенно "электризуется": в ней описываются причины того, почему избыток заряда на нашей одежде (например, из-за скопления слишком большого количества электронов) доставляет нам столь острые ощущения в момент разряда. Это пример типичного проявления статического электричества. Кроме того, в этой и следующей главах говорится о том, как ведут себя электрические заряды и как они становятся тем, что принято называть электрическим током. В данной главе речь идет об электрических зарядах, электрическом потенциале, электрических полях, силах, действующих между зарядами, и о многом другом. А все это начинается с мельчайших носителей заряда.

Плюс и минус: заряды электрона и протона

Атомы состоят из ядра с заряженными протонами и нейтральными нейтронами, а также из легких заряженных электронов, стремительно вращающихся вокруг ядра.

У заряженных частиц, электронов и протонов одинаковая величина заряда, равная:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл},$$

где Кл означает *кулон* — используемая в СИ единица заряда (см. главу 2). Заряды протона и электрона соответственно равны $+1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл и $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл (считать заряд электрона отрицательным — это не более чем достигнутая в свое время договоренность). Таким образом, электроны — это частицы-носители электричества: как статического — при отсутствии движения заряженных частиц, так и динамического — с учетом движения заряженных частиц (например, электрический ток, который протекает по проводам). Итак, если имеется заряд, равный целому кулону, то какому количеству электронов он соответствует? Поскольку величина заряда каждого электрона равна $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то получается, что:

$$\text{общее количество электронов} = 1/(1{,}6 \cdot 10^{-19}) = 6{,}25 \cdot 10^{18} \text{ электронов.}$$

Итак, чтобы получить заряд в 1 Кл, надо собрать $6{,}25 \cdot 10^{18}$ электронов. Но если собрать вместе огромное количество электронов, то произойдет интересная вещь. Электроны разлетятся в сторону, подобно родственникам, разбегающимся в конце скучного семейного мероприятия.

Тяни-толкай: электрические силы

Воздействие электрических зарядов друг на друга проявляется в виде силы. Например, чтобы удержать в одном месте $6{,}25 \cdot 10^{18}$ электронов, придется приложить немало усилий. Все объекты вокруг нас содержат электрические заряды, но если некий объект имеет избыточное количество электронов, то он обладает *суммарным отрицательным зарядом*, а если, наоборот, электронов ему не хватает, то этот объект обладает *суммарным положительным зарядом*.

Как известно, одноименные полюсы магнитов отталкиваются, а разноименные — притягиваются. На рис. 16.1 показаны шарики, подвешенные на ниточках и имеющие электрический заряд. Так вот, как и в случае с магнитами, пары шариков с одноименными зарядами (+ и + или – и –) будут отталкиваться друг от друга, а пары с разноименными зарядами (+ и – или – и +) — наоборот, притягиваться друг к другу.

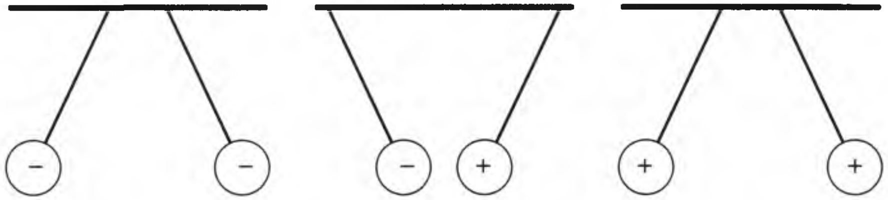


Рис. 16.1. Притяжение или отталкивание между парами одноименных и разноименных зарядов

Подбираемся к закону Кулона

Недостаточно просто говорить о положительности или отрицательности заряда, надо еще указывать их числовые значения. Насколько велики силы, действующие между заряженными телами? Это зависит от того, насколько велики заряды и насколько далеко они находятся друг от друга. В главе 5 говорится о другой силе, действующей между телами, — силе всемирного тяготения:

$$F = -Gm_1m_2/r^2,$$

где F — это сила, G — универсальная гравитационная постоянная, m_1 — масса первого тела, m_2 — масса второго, а r — расстояние между ними. Аналогично, в результате лабораторных измерений можно убедиться, что сила взаимодействия электрических зарядов выражается таким образом:

$$F = kq_1q_2/r^2.$$

В данном случае q_1 и q_2 — это два взаимодействующих заряда, измеренных в кулонах, r — расстояние между ними, а k — коэффициент пропорциональности.

(В системе СГСЭ единица измерения заряда выбрана таким образом, что коэффициент $k = 1$, а сам символ k принято опускать в формуле закона Кулона. В системе СИ $k \approx 8{,}99 \cdot 10^9$ Н$\cdot$м$^2\cdot$Кл$^{-2}$, причем обычно он выражается формулой:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где $\delta_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл$^2\cdot$Н$^{-1}\cdot$м$^{-2}$ — электрическая постоянная. Здесь и далее автор использует систему СИ. — *Примеч. ред.*)

Формула $F = kq_1q_2/r^2$ называется *законом Кулона*. Этот закон определяет величину силы, действующей между электрическими зарядами. Обратите внимание, что если заряды имеют одинаковый знак, то действующая между ними сила является положительной, т.е. заряды будут отталкиваться друг от друга. А если заряды имеют противоположные знаки, то действующая между ними сила является отрицательной, т.е. заряды будут притягиваться друг к другу.

Притягиваем заряды

Важным компонентом закона Кулона является расстояние между заряженными телами (см. два предыдущих раздела). Допустим, два точечных объекта разнесли на 1 м друг от друга и придали каждому из них заряд в 1 Кл: одному — отрицательный, а другому — положительный. Какую силу нужно приложить, чтобы преодолеть их притяжение друг к другу? Подставим численные значения в формулу закона Кулона:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{(8{,}99 \cdot 10^9)(1)(-1)}{(1)^2} = -8{,}99 \cdot 10^9\,\text{Н}.$$

Чтобы не дать шарикам сойтись, нужно приложить силу в $8{,}99 \cdot 10^9$ Н. Значение неправдоподобно большое — оно равносильно весу груза с массой примерно 560000 т или весу 10 наполненных нефтяных танкеров. Забавный вывод: следует хорошо подумать, прежде чем придавать точечным объектам заряды в 1 Кл. Как видите, между такими зарядами возникает чудовищно большое электрическое взаимодействие.

Вычисляем скорость электронов

Благодаря круговой орбите электрона можно связать между собой две силы: электростатическую и центростремительную (глава 10). Известно, что каждый атом водорода состоит из одного электрона, который вращается вокруг одного протона. Размеры атома водорода слишком малы, чтобы все это увидеть, но известно, что электрон носится вокруг протона очень быстро. Тогда возникает вопрос — насколько быстро? Как известно, между протоном и электроном действует электростатическая сила притяжения. При условии, что орбита электрона круговая, эта сила обеспечивает центростремительную силу (глава 10). Таким образом, электростатическую силу по закону Кулона можно приравнять к центростремительной силе:

$$F = kq_1q_2/r^2 = mv^2/r.$$

Масса электрона и радиус его орбиты равны соответственно $9{,}1\cdot10^{-31}$ кг и $5{,}29\cdot10^{-11}$ м. Итак, взяв значения, требуемые для вычисления электростатической силы (константу k, а также заряды электрона и протона), получим:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{(8{,}99\cdot 10^9)(1{,}6\cdot 10^{-19})(-1{,}6\cdot 10^{-19})}{(5{,}29\cdot 10^{-11})^2} = 8{,}22\cdot 10^{-8}\ \text{Н}.$$

Полученная сила, действующая между электроном и протоном, обеспечивает центростремительную силу, поэтому:

$$F = mv^2/r = (9{,}11\cdot10^{-31})v^2 / (5{,}29\cdot10^{-11}) = 8{,}22\cdot10^{-8}\ \text{Н}.$$

Вычисление дает для v значение $2{,}19\cdot10^6$ м/с или около *7,88 млн. км/ч*! Попробуйте представить себе эту скорость; она равна где-то 1% от скорости света.

Изучаем силы, действующие между несколькими зарядами

Если в задаче рассматривается взаимодействие зарядов, то совсем не обязательно, что их будет только два. И если зарядов все-таки больше двух, то для вычисления результирующей силы, приложенной к любому из них, придется использовать векторы. (Подробнее о векторах можно узнать в главе 4.)

Посмотрите на рис. 16.2, где показаны три взаимодействующие заряда: один положительный и два отрицательных. Какова результирующая сила, действующая на положительный заряд?

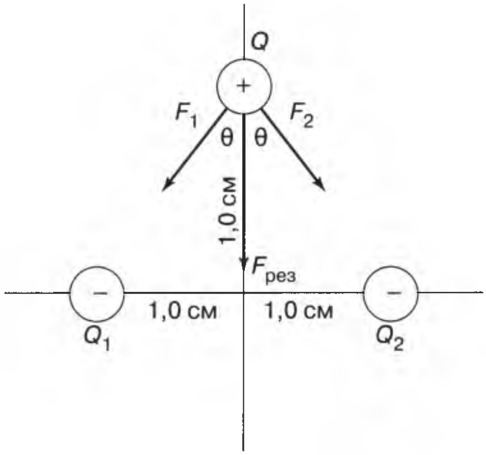


Рис. 16.2. Величина силы, вызванной несколькими зарядами, является векторной суммой

На положительный заряд Q действуют силы, вызванные двумя отрицательными зарядами Q_1 и Q_2; на рис. 16.2 эти силы обозначены, как F_1 и F_2. Суммой F_1 и F_2 является $F_{рез}$. Пусть $Q_1 = Q_2 = -1{,}0\cdot10^{-8}$ Кл, $Q = 3{,}0\cdot10^{-8}$ Кл, а все заряды, как показано на рисунке, расположены на осях X и Y в 1,0 см от начала координат. Чему равна $F_{рез}$? С помощью теоремы Пифагора (глава 2) получаем θ=45°. По величине $F_1=F_2$, поэтому:

$$F_{рез} = 2F_1\cos(45°) = \sqrt{2}F_1.$$

Какова величина F_1?

$$F_1 = \frac{kQ_1Q}{r^2} = \frac{(8{,}99\cdot10^9)(1{,}0\cdot10^{-8})(3{,}0\cdot10^{-8})}{(0{,}01)^2+(0{,}01)^2} = 1{,}9\cdot10^{-2}\,\text{Н}.$$

Итак, F_1 равняется $1{,}9\cdot10^{-2}$ Н, и можно найти результирующую силу, действующую на положительный заряд:

$$F_{рез}=2F_1\cos(45°) = \sqrt{2}F_1=2{,}7\cdot10^{-2}\ \text{Н}.$$

Итак, величина результирующей силы, действующей на положительный заряд, получена в виде векторной суммы (глава 4) и равняется $2{,}7\cdot10^{-2}$ Н.

Действие на расстоянии: электрические поля

Чтобы найти силу, действующую между двумя зарядами, надо знать величину (значение) каждого из них. А когда зарядов целое множество, то не исключено, что и их значений также целое множество. Что если к имеющемуся множеству зарядов кто-то другой захочет добавить еще и *пробный* заряд (т.е. заряд, используемый специально для измерения действующих на него сил)? Допустим, что величина этого нового пробного заряда не известна. Может, 1 Кл? А почему бы не $1{,}0\cdot10^{-8}$ Кл или $1{,}0\cdot10^{3}$ Кл?

Чтобы описать, как имеющееся множество зарядов будет воздействовать на чей-то другой *пробный* заряд, физики ввели понятие *электрическое поле*. Для определения силы взаимодействия поля от имеющегося множества зарядов достаточно умножить величину пробного заряда на величину *напряженности* поля в той точке, где он находится. Вот как определяется напряженность **E** электрического поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q,$$

где **F** обозначает силу, действующую на пробный заряд со стороны имеющегося множества зарядов, а q — величина пробного заряда. Напряженность выражается в ньютонах на один кулон ($\text{Н}\cdot\text{Кл}^{-1}$). Обратите внимание, что речь идет о векторной величине, т.е. имеющей модуль и направление (глава 4).

Другими словами, напряженность электрического поля в той или иной точке — это сила, которая бы действовала в ней на пробный заряд в один кулон. Направление напряженности совпадает с направлением силы, вызываемой в данной точке каким-либо *положительным зарядом*.

Представим, что вы перемещаете по горизонтали заряд в 1 Кл. День солнечный, погода прекрасна, но тут нежданно-негаданно заряд оказывается в электрическом поле с напряженностью 5 Н/Кл, направленной противоположно его движению (рис. 16.3).

Что же происходит? На объект с зарядом 1 Кл внезапно действует сила, направленная противоположно его движению:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = (1{,}0)(5{,}0) = 5{,}0\ \text{Н}.$$

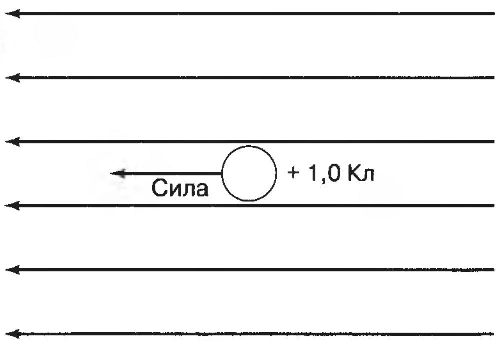


Рис. 16.3. Сила, действующая в электрическом поле на заряд

Если изменить направление движения объекта с зарядом 1 Кл, то эта сила будет направлена уже по ходу его движения. Польза понятия "электрическое поле" состоит в следующем: по напряженности поля можно определить силу, действующую на заряд в этом поле. Если заряд в точке положительный, то направление этой силы будет совпадать с направлением напряженности поля в этой точке, а если заряд отрицательный, то сила будет направлена в противоположную сторону.

Так как напряженность электрического поля в любой точке — это результирующий вектор (обладающий, как известно, величиной и направлением), то его можно вычислить путем сложения составляющих его векторов (об особенностях такого сложения говорится в главе 4). Посмотрите на рис. 16.4, где показаны (в виде векторов напряженности) два исходных электрических поля, "горизонтальное" и "вертикальное", расположенные в одной и той же области. Образуемое ими общее электрическое поле имеет напряженность, равную *векторной* сумме их напряженностей.

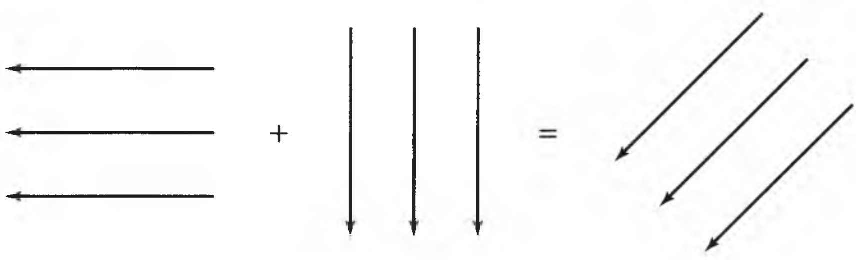


Рис. 16.4. Общее поле, образуемое исходными полями

По всем направлениям: электрические поля от точечных зарядов

Не все электрические поля выглядят так просто как те, что показаны на рис. 16.3. Как, например, выглядит электрическое поле от точечного заряда? Под *точечным* подразумевается заряд очень малого физического объекта. Известно, что заряд Q создает электрическое поле, но какое? Благодаря формуле напряженности электрического поля, $E = F/q$, ответить на этот вопрос достаточно просто. Пусть имеется пробный заряд q, с помощью которого можно в разных точках измерять силу, вызываемую зарядом Q. Вот эта сила, вычисляемая по формуле из предыдущего раздела этой главы:

$$F = kqQ/r^2.$$

Итак, чему равна напряженность электрического поля? Надо разделить эту силу на величину пробного заряда q:

$$E = F/q = kQ/r^2.$$

Напряженность электрического поля от точечного заряда — это $E = kQ/r^2$. Она является вектором (глава 4), но куда направлен этот вектор? Чтобы узнать это, вернемся к пробному заряду q и предположим, что он является положительным (помните, что напряженность электрического поля определяется как сила, действующая на положительный заряд в один кулон).

В любом месте электрического поля сила, действующая из Q на q, является *радиальной*, т.е. направленной по прямой, которая соединяет центры двух зарядов. Если заряды Q и q положительны, то сила, действующая на q, будет направлена не к Q, а в противоположную сторону. Таким образом, напряженность электрического поля в любой точке будет также направлена в противоположную от Q сторону. Это можно увидеть на рис. 16.5, где электрическое поле изображено в виде так называемых линий поля, использовать которые впервые предложил Майкл Фарадей в XIX веке.

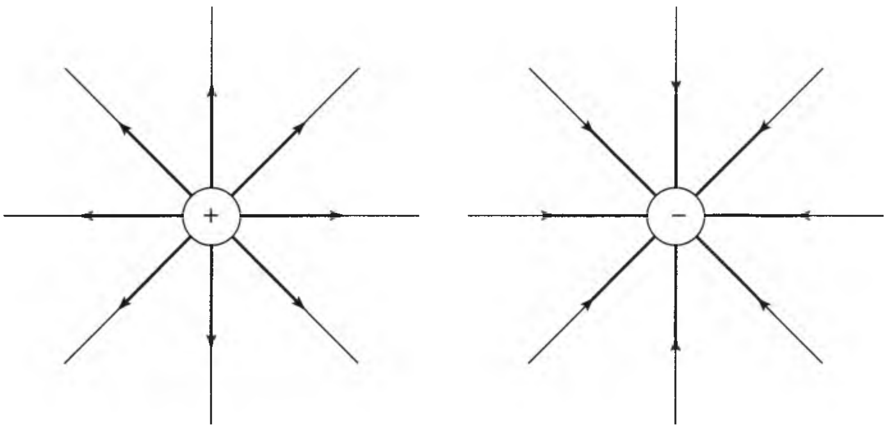


Рис. 16.5. Линии поля расходятся от положительного точечного заряда

СОВЕТ

Глядя на линии поля, можно получить хорошее качественное представление электрического поля (не путать с количественным представлением, т.е. в виде чисел). И когда в точке А линии поля ближе друг к другу, чем в точке В, то это значит, что в точке А поле сильнее, чем в точке В. Кроме того, обратите внимание, что линии поля расходятся от положительных зарядов и, наоборот, сходятся к отрицательным зарядам (рис. 16.5).

Как определить величину электрического поля от нескольких зарядов? В таком случае напряженности полей в каждой точке надо складывать как векторы. Например, имея два точечных заряда, положительный и отрицательный, получим электрическое поле, показанное на рис. 16.6.

Линии поля (как те, что показаны на рис. 16.6) начинаются на положительном заряде и заканчиваются на отрицательном заряде, т.е. они не могут начинаться или заканчиваться в точке пространства без заряда.

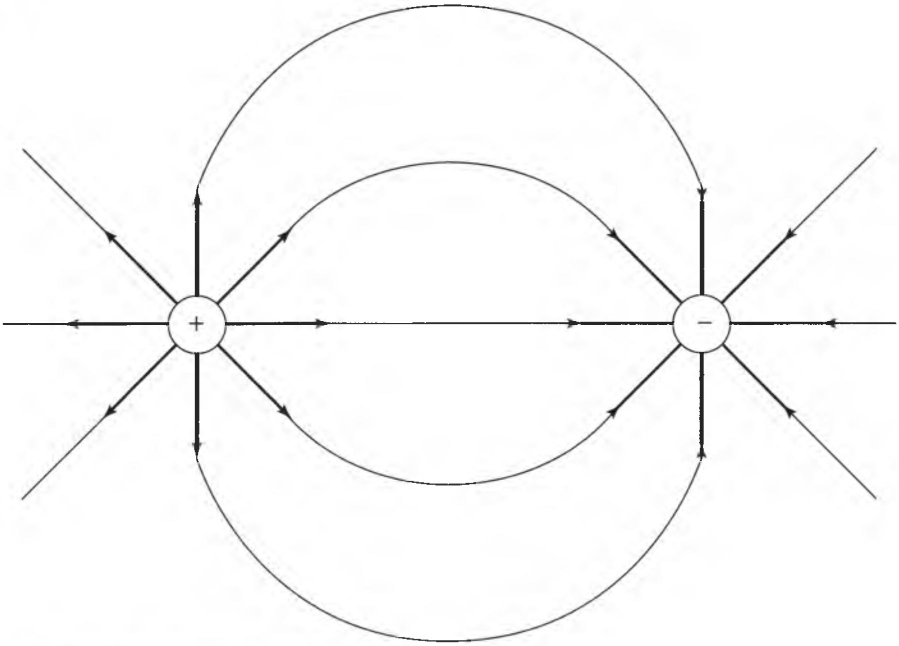


Рис. 16.6. Общее электрическое поле двух точечных зарядов

Заряжаем конденсатор: электрические поля между плоскими пластинами

Вычисление электрического поля от множества точечных зарядов, о котором говорилось в предыдущем разделе, в общем случае представляет собой довольно сложную задачу сложения векторов (глава 4). Чтобы облегчить себе жизнь, физики используют модели простых полей. Рассмотрим модель простого поля в плоском конденсаторе. Вообще говоря, *конденсатором* (не обязательно плоским) называется объект, способный сохранять заряд: положительный и отрицательный заряды хранятся отдельно, чтобы они притягивались друг к другу, но не могли самостоятельно соединиться.

На рис. 16.7 показан пример конденсатора с двумя плоскими пластинами: на одной пластине равномерно распределен заряд $+q$, а на другой — заряд $-q$. Все компоненты напряженностей полей, созданных точечными зарядами, на этих пластинах взаимно компенсируют друг друга, за исключением тех компонент, которые направлены перпендикулярно пластинам. Другими словами, между параллельными пластинами конденсатора создаются постоянные электрические поля, работать с которыми легче, чем с полями точечных зарядов.

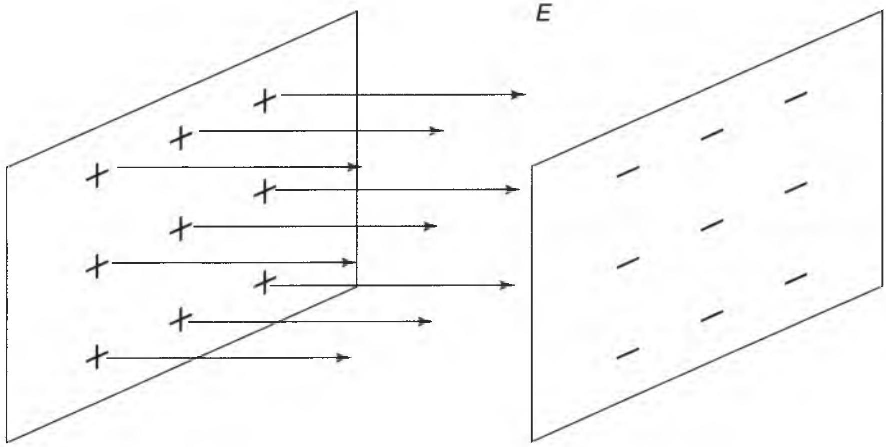


Рис. 16.7. Плоский конденсатор создает равномерное электрическое поле

В результате достаточно долгих вычислений можно сделать вывод, что электрическое поле между пластинами постоянно (если пластины находятся друг от друга достаточно близко), а его напряженность равна:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A},$$

где ε_0 — это электрическая постоянная, равная $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2·Н$^{-1}$·м$^{-2}$ (см. один из предыдущих разделов этой главы), q — общий заряд на каждой из пластин (на одной и на другой из них заряд соответственно равен $+q$ и $-q$), A — это площадь каждой пластины. Формулу еще можно записать с помощью плотности заряда σ на каждой пластине, где $\sigma = q/A$ (заряд, приходящийся на единицу площади). Тогда формула будет выглядеть таким образом:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Модель плоского конденсатора значительно облегчает жизнь физика потому, что напряженность электрического поля постоянна и имеет постоянное направление (с положительной пластины на отрицательную), поэтому для вычисления напряженности поля не важно, в каком месте между пластинами измеряется напряженность поля.

Повышаем напряжение: электрический потенциал

Электрические поля (см. предыдущий раздел) — это еще не все, что относится к электричеству. Для изучения электричества придется использовать и другие понятия. Например, для работы с электрическими силами удобно использовать понятие ***потенциальной энергии***, или энергии, "запасенной" в теле или в системе тел. В механике вполне естественно связывают работу силы и потенциальную энергию: например, подъем груза в поле силы тяжести связывается с увеличением ***потенциальной энергии*** ΔW, т.е. энергии, накапливаемой в теле благодаря его новому положению:

$$\Delta W = mgh_1 - mgh_0,$$

где m означает массу, g — ускорение свободного падения в поле силы тяжести, h_1 и h_2 — соответственно конечную и начальную высоту. Так как в электрическом поле на заряды действует сила, то можно говорить о потенциальной энергии и в электрических полях. Такой энергией является *потенциальная энергия* электрического поля, а ее изменение создает новую величину, которая называется *напряжением* и является движущей силой электрического тока.

Вычисляем потенциальную энергию электрического поля

Потенциальная энергия электрического поля — это потенциальная энергия, "запасенная" в электрическом поле. При знакомстве с понятием энергии в главе 8 мы также познакомились с понятием работы. Предположим, что положительный заряд перемещается по направлению к положительно заряженной пластине, как показано на рис. 16.8. Как они будут взаимодействовать друг с другом? Линии поля идут от положительных зарядов к отрицательным, а показанный на рисунке одиночный положительный заряд взаимодействует с положительно заряженной пластиной. Поскольку этот заряд имеет положительный знак, то действующая на него сила будет отталкивать его от положительно заряженной пластины, то есть вправо в плоскости рисунка. Кроме того, одиночный заряд будет притягиваться отрицательно заряженной пластиной справа от него.

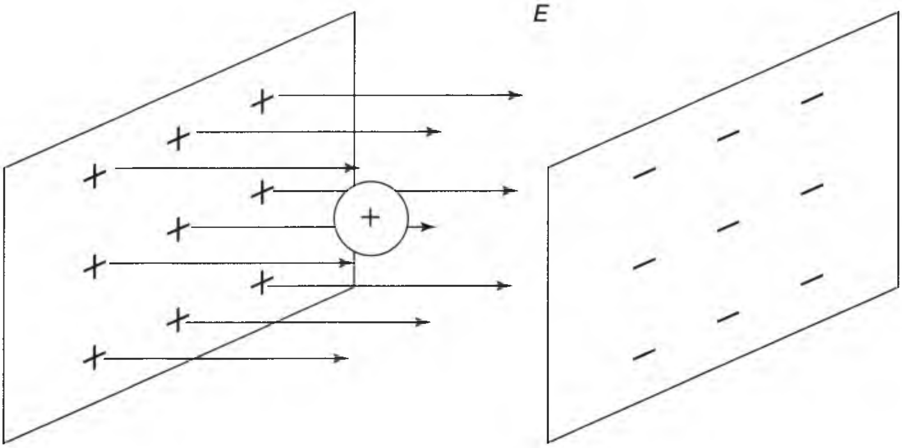


Рис. 16.8. Положительный заряд между пластинами плоского конденсатора

Итак, каким будет изменение потенциальной энергии положительного заряда при перемещении его между пластинами справа налево против силы, направленной в обратную сторону? Работа A по перемещению заряда должна равняться увеличению его потенциальной энергии. Формула такой работы имеет следующий вид:

$$A = Fs,$$

где F и s означают соответственно силу и перемещение. Сила, приложенная к положительному заряду, равна qE, где q — это величина заряда, а E — напряженность электрического поля, в котором он находится. В результате получаем для формулы работы следующее выражение:

$$A = qEs.$$

Эта величина работы равна увеличению потенциальной энергии заряда ΔW. Если электрическое поле постоянно по направлению к модулю напряженности, то можно сказать, что изменение потенциальной энергии:

$$\Delta W = qEs.$$

Для характеристики электрического поля физики придумали понятие *напряженность* электрического поля, которая определяется, как сила, действующая со стороны поля на точечный объект с зарядом 1 Кл (см. один из предыдущих разделов этой главы о действии на расстоянии с помощью электрического поля). Аналогично, для характеристики изменения потенциальной энергии электрического поля между точками А и Б физики ввели понятие электрическое *напряжение*.

Потенциалы и напряжение

На языке физики *напряжение* — это *разность электрических потенциалов* (т.е. потенциальной энергии электрического поля, приходящейся на единицу заряда), или просто *разность потенциалов*. Эта величина определяется как отношение работы электрического поля при переносе пробного заряда из точки А в точку Б к величине пробного заряда. Единицей измерения напряжения в системе СИ является вольт (В), 1 В = 1 Дж/1 Кл. Напряжение обозначается символом U.

Электрический *потенциал* U в определенной точке представляет собой электрическую потенциальную энергию W пробного заряда, деленную на величину этого заряда q:

$$U = W/q.$$

Таким образом, напряжение — это изменение потенциальной энергии заряда в один кулон. Работа A по перемещению в плоском конденсаторе *положительного* заряда q с отрицательной пластины на расстояние s по направлению к положительной пластине (см. выше) равна:

$$A = qEs.$$

Эта работа равна изменению потенциальной энергии заряда при перемещении на расстояние s от отрицательной пластины, поэтому потенциал в месте нахождения заряда вычисляется по следующей формуле:

$$U = W/q = Es.$$

Предположим, что ваше внимание привлекла машина, стоящая на обочине дороги с открытым капотом. На вопрос: “В чем дело?” водитель отвечает: “Машина не едет”.

Желая помочь бедняге, вы достаете свой вольтметр и пытаетесь протестировать аккумулятор машины. Вольтметр показывает 12 В и, похоже, проблема совсем не в этом, но поскольку вы увлечены самим процессом изучения электричества, то вас уже не остановить.

Если 12 В — это изменение потенциальной энергии при перемещении заряда в один кулон от одной клеммы аккумулятора к другой, то какую работу нужно выполнить для перемещения между этими клеммами одного электрона? Как известно:

$$U = W/q,$$

поэтому

$$W = qU.$$

Попавший в затруднение водитель с интересом наблюдает за этими манипуляциями. Поскольку величина заряда электрона равна $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл (см. выше первый раздел в этой главе о заряде электрона и протона), то, подставляя в эту формулу численные значения, получим:

$$W = qU = (1{,}6 \cdot 10^{-19})(12) = 1{,}92 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}.$$

Спустя несколько мгновений вы гордо заявляете: "На перемещение одного электрона между клеммами аккумулятора требуется $1{,}92 \cdot 10^{-18}$ джоулей".

У водителя пропадает всякая надежда, и не удивительно, что после ваших слов он смотрит на вас со странным выражением лица...

Оказывается, энергия сохраняется даже в электрическом поле

Как известно, при переходе системы объектов из состояния 1 с полной энергией E_1 в состояние 2 с полной энергией E_2 (где полная энергия является суммой кинетической K и потенциальной W энергии, см. главу 8) полная энергия сохраняется:

$$E_1 = W_1 + K_1 = W_2 + K_2 = E_2.$$

Оказывается, что полная энергия системы объектов сохраняется и в электрическом поле. Допустим, что пылинка с массой $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ кг столкнулась с отрицательно заряженной пластиной плоского конденсатора и получила заряд $-1{,}0 \cdot 10^{-5}$ Кл. Очевидно, что отрицательно заряженная пылинка будет притягиваться положительной пластиной и начнет движение к ней.

Разность потенциалов между пластинами составляет 30 В. Какова будет скорость пылинки, когда она столкнется с положительной пластиной (если не учитывать сопротивление воздуха)? Так как полная энергия сохраняется, то потенциальная энергия пылинки на отрицательной пластине к моменту ее столкновения с положительной пластиной уменьшится на величину возрастания кинетической энергии ($\Delta K = ½mv^2$). Величину уменьшения потенциальной энергии пылинки можно найти с помощью формулы:

$$\Delta W = qU.$$

Подставляя в нее численные значения, получим:

$$\Delta W = qU = (1{,}0 \cdot 10^{-5})(30) = 3{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Это уменьшение потенциальной энергии превращается в увеличение кинетической энергии:

$$\Delta K = ½mv^2 = 3{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\Delta K = ½(1{,}0 \cdot 10^{-5})v^2 = 3{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

В результате несложных вычислений получим:

$$v = 7{,}75 \text{ м/с}.$$

Иными словами, пылинка столкнется с положительной пластинкой на скорости, примерно равной 7,75 м/с, или 27,9 км/ч.

Электрический потенциал точечных зарядов

Разность потенциалов, или напряжение U (см. предыдущий раздел), между пластинами конденсатора зависит от расстояния s между положительно и отрицательно заряженными пластинами (подробнее о конденсаторах рассказывается выше в этой главе):

$$U = Es.$$

Сложнее определить потенциал точечного объекта с зарядом Q, ведь его электрическое поле совсем не такое постоянное, как между пластинами конденсатора. Как вычислить потенциал на произвольном расстоянии от точечного заряда? Сила, действующая на пробный заряд q, вычисляется по формуле:

$$F = kQq/r^2,$$

где k означает константу, равную $8{,}99 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², а r — расстояние между точечным объектом с зарядом Q и пробным зарядом q.

Напомним, что напряженность E в любой точке вокруг точечного заряда Q выражается формулой:

$$E = kQ/r^2.$$

Итак, чему равен электрический потенциал точечного заряда? На бесконечности он равен нулю.

Если перенести пробный заряд на более близкое расстояние r от точечного заряда, то изменение его потенциала U будет равно выполненной работе A, деленной на величину пробного заряда q:

$$U = \frac{A}{q} = kQ/r.$$

Это потенциал в вольтах, полученный для любой точки на расстоянии r от точечного заряда Q и равный нулю на расстоянии $r = \infty$. Сказанное имеет смысл, если не забывать, что потенциал — это работа по переносу пробного заряда в определенное место, деленная на величину пробного заряда. Возьмем, например, протон $Q = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, расположенный в центре атома водорода. На расстоянии $5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м от протона по свой обычной орбите движется электрон. Какой потенциал будет на таком расстоянии от протона? Вам известно, что:

$$U = kQ/r.$$

Подставив в формулу числа, получаем:

$$U = \frac{kQ}{r} = \frac{(8{,}99 \cdot 10^9)(1{,}6 \cdot 10^{-19})}{5{,}29 \cdot 10^{-11}} = 27{,}2 \text{ В}.$$

Итак, электрический потенциал на указанном расстоянии от протона равен 27,2 В. А это немало для столь крошечного (почти точечного) заряда.

Как и электрические поля, электрический потенциал можно представить графически (только не в виде линий поля, а в виде *эквипотенциальных поверхностей*). Эквипотенциальными называются поверхности с одинаковым потенциалом. Так как, например, потенциал точечного заряда зависит от расстояния (или радиуса сферы), то эквипотенциальными поверхностями точечного заряда являются сферы, расположенные вокруг этого заряда (рис. 16.9).

А как насчет эквипотенциальных поверхностей между пластинами плоского конденсатора? Как вам известно, при перемещении положительного заряда с отрицательно заряженной пластины на расстояние s по направлению к положительно заряженной пластине разность потенциалов имеет вид:

$$U = Es.$$

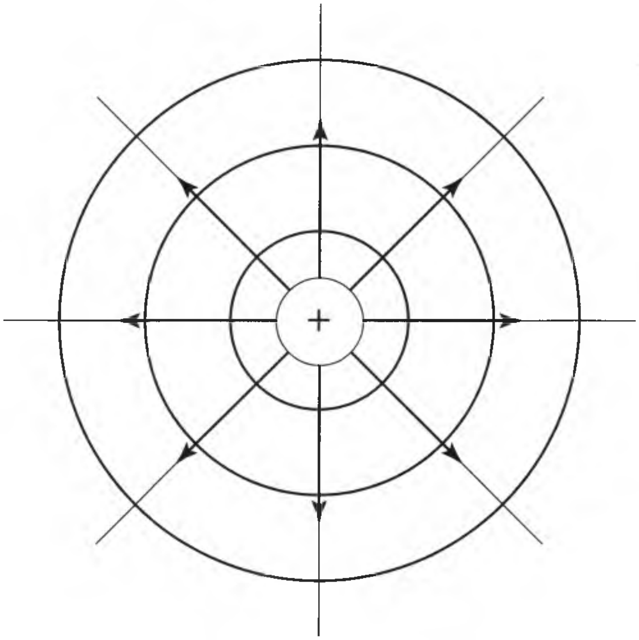


Рис. 16.9. Эквипотенциальные поверхности в виде сфер вокруг точечного заряда

Иначе говоря, потенциал на эквипотенциальной поверхности зависит только от расстояния до пластин. Например, на рис. 16.10 две эквипотенциальные поверхности показаны между пластинами конденсатора.

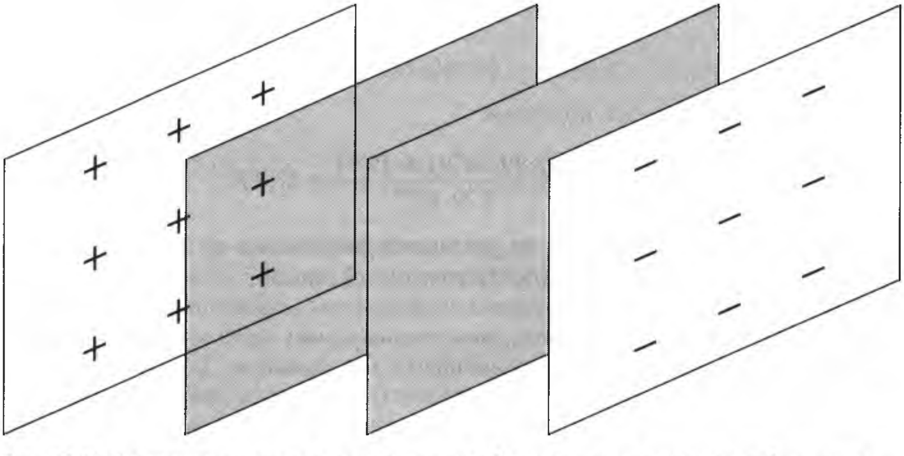


Рис. 16.10. Эквипотенциальные поверхности между пластинами плоского конденсатора

Сохраняем заряд с помощью емкости

Конденсатор способен хранить противоположные электрические заряды. Они удерживаются отдельно так, чтобы они притягивались друг к другу, но не могли самостоятельно соединиться, например перейти с одной пластины на другую в плоском конденсаторе.

Каков заряд конденсатора? Он зависит от *емкости* C конденсатора. Заряды на обеих пластинах конденсатора равны друг другу (только противоположны по знаку) и связаны с напряжением U между пластинами и емкостью C конденсатора следующей формулой:

$$q = CU,$$

где q и C — это соответственно заряд и емкость. В плоском конденсаторе напряженность E электрического поля определяется следующей формулой:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A},$$

где ε_0 — электрическая постоянная, а A — площадь пластины. Для связи напряжения U между пластинами, расположенными на расстоянии s друг от друга, и напряженности E электрического поля используется следующая формула:

$$U = Es.$$

Поэтому:

$$U = \frac{qs}{\varepsilon_0 A}.$$

Так как $q = CU$, то из предыдущей формулы получим:

$$C = q/U = \varepsilon_0 A/s.$$

ПОМНИ!

В системе СИ единицей измерения емкости является *фарада* (Ф), 1 Ф = 1 Кл/1 В.

Неплохо, но это еще не все. В большинстве конденсаторов между пластинами находится не воздух, а специальный наполнитель — диэлектрик. *Диэлектрик* — это материал, который плохо проводит электрический ток и увеличивает емкость конденсатора пропорционально своей диэлектрической проницаемости ε. Итак, если пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε, то емкость увеличивается в соответствии с формулой:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon A/s.$$

Например, диэлектрическая проницаемость слюды (минерала, широко используемого в конденсаторах) примерно равна 5,4, таким образом делая емкость конденсатора примерно в 5,4 раза большей, чем у того же конденсатора с вакуумом между пластинами, потому что диэлектрическая константа вакуума равна 1.

Конденсатор содержит заряды, расположенные отдельно друг от друга, но способные соединиться, и потому обладает связанной с этим потенциальной энергией. Ведь, чтобы разделить эти заряды, нужно затратить определенную работу. Чему равна энергия конденсатора? Путем несложных вычислений можно определить, что энергия конденсатора W_c равна:

$$W_c = ½CU^2.$$

Пусть имеется две незаряженные пластины конденсатора с разностью потенциалов U. Чтобы перенести часть заряда dq с одной пластины на другой (и таким образом создать заряд $+dq$ на одной пластине и $-dq$ на другой), нужно совершить работу $A = dq \cdot U$. Поскольку $q = CU$, то работа $A = q \cdot dq/C$ и для определения полной работы по перенесению заряда Q нужно вычислить интеграл:

$$A = \int_0^Q \frac{q \cdot dq}{C} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Теперь по формуле $W_c = ½CU^2$ можно вычислять энергию, хранящуюся в плоском конденсаторе, и выражать ее в джоулях (Дж).

Глава 17

Летим вслед за электронами по проводам

В этой главе…

- Исследуем движение электронов и электрический ток
- Вычисляем напряжение и сопротивление по закону Ома
- Оцениваем мощность электрического тока
- Разбираемся с параллельными и последовательными цепями
- Знакомимся с правилами Кирхгофа

Статическое электричество возникает при избытке либо недостатке электронов, т.е. когда имеются отрицательно или положительно заряженные тела. А в привычном электричестве, т.е. в текущем по проводам электрическом токе, избыточного заряда нет, и, следовательно, нет и общего заряда. Есть лишь напряжение, подобное тому, которое создается батарейкой или настенной розеткой. Оно создается в проводах электрическим полем, в ответ на которое возникает движение электронов — электрический ток. (Более подробно о напряжении рассказывается в главе 16.)

Эта глава посвящена электронам, т.е. заряженным частицам, движущимся в электрических контурах, с которыми вы уже знакомы. В главе 16 рассказывается о статическом, а в этой — только о динамическом проявлении электричества. Здесь описываются сходства и различия между ними, носители и источники электрического тока, закон Ома, мощности электрического тока и, наконец, электрические контуры и их элементы.

Марширующие электроны: ток

Электрический ток возникает при направленном движении электронов. Но как заставить их двигаться именно так, чтобы получился электрический ток? Ответ: нужно создать и поддерживать *электродвижущую силу*, или э.д.с. Э.д.с. обеспечивает разность потенциалов (напряжение), благодаря которой электроны чувствуют силовое воздействие.

Итак, чем именно создается э.д.с.? Батарейкой? Или настенной розеткой? *Э.д.с.* — это то, что дает напряжение, ведь напряжение — это все, что нужно для создания электрического поля в проводе, которое заставляет электроны двигаться. (В главе 16 говорится, что электрическое поле характеризуется своей напряженностью E, которая равна отношению силы F и заряда q: $E = F/q$.)

ПОМНИ!

В физике величина электрического тока (сила тока) обозначается буквой I и измеряется в амперах (А).

Знакомимся с силой тока

Как правильно определить *силу тока*? Это величина заряда, проходящего через некоторую часть контура за некоторое время. А вот то же самое определение, но в виде формулы:

$$I = q/t,$$

где q и t — это соответственно электрический заряд и время. Если за 1 с через контур проходит заряд в 1 Кл, то величина электрического тока равна 1 А.

Вычисляем силу тока, идущего через батарейку

Зная величину заряда в контуре с батарейкой и время, можно вычислить силу тока, идущего через батарейку: $I = q/t$. Посмотрите на рис. 17.1; две вертикальные черты, расположенные сверху, означают батарейку. (Эти линии напоминают о разных металлических пластинах в первых батарейках, которые подвергались воздействию химических веществ и соединялись вместе.)

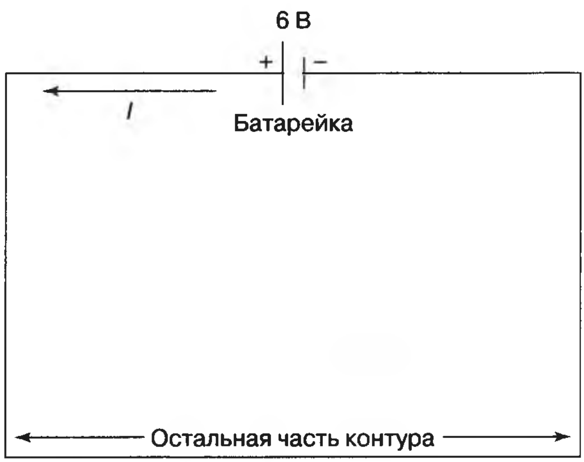


Рис. 17.1. Схема работы батарейки

Батарейка обеспечивает электродвижущую силу величиной 6 В, которая гонит ток по контуру. Если за 30 с по контуру проходит заряд 19 Кл, то чему равна сила тока?

$$I = q/t = 19/30 = 0{,}633 \text{ А}.$$

ПОМНИ! В данном случае по контуру течет 0,633 ампера. Обратите внимание, что ток идет от положительной части батарейки, обозначаемой на значке батарейки более длинной чертой, к отрицательной части, обозначаемой на значке батарейки более короткой линией.

СОВЕТ Полезно считать, что в цепи батарейка является ступенькой напряжения. Иначе говоря, батарейка как бы "поднимает" ток, поступающий в ее отрицательную часть (в случае рис. 17.1 на уровень 6 В), а затем электрический ток снова "спускается" и течет по контуру.

Хотя ток всегда изображается движущимся по контуру от положительного к отрицательному знаку батарейки, но в действительности электроны движутся в противоположном направлении. Почему возникло такое различие? Причина здесь историческая: первые исследователи думали, что по контуру текут именно положительные заряды, но на самом деле все происходит наоборот. Впрочем, это не проблема, если вы будете придерживаться единообразия и всегда считать, что ток выходит с положительного конца батарейки.

Оцениваем сопротивление: закон Ома

Сопротивление — это величина, которая связывает приложенное напряжение с созданной им силой тока. Вот как выглядит формула, которая связывает напряжение, силу тока и сопротивление:

$$U = IR,$$

где U, I и R — это соответственно напряжение, сила тока и сопротивление. Сопротивление измеряется в омах (Ом), 1 Ом = 1 В/1 А. Таким образом, прикладывая напряжение U на участке цепи с некоторым сопротивлением R, получим силу тока I. Это и есть *закон Ома*, названный так по фамилии своего открывателя Георга Симона Ома (сделавшего свое открытие в XIX веке).

Вычисляем силу тока

С помощью закона Ома можно найти силу тока, идущего от положительной к отрицательной клемме батарейки. Посмотрите на цепь, показанную на рис. 17.2, где батарейка с напряжением 6 В создает электрический ток, идущий через резистор R с сопротивлением 2 Ом.

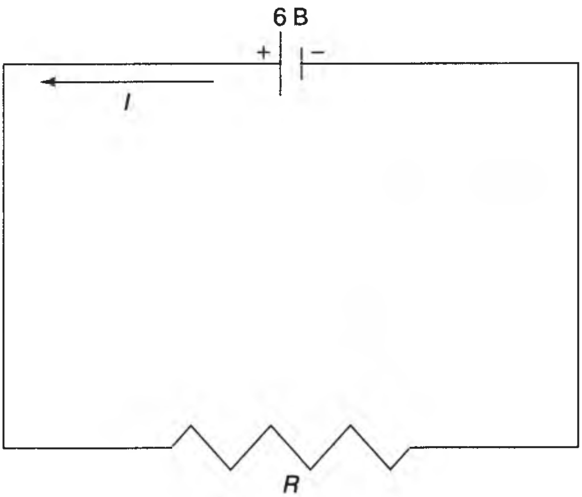


Рис. 17.2. Батарейка, которая создает ток, идущий через резистор

Из закона Ома следует, что:

$$I = V/R.$$

Подстановка числовых значений дает:

$$I = 6/2 = 3 \text{ А}.$$

Итак, ток силой 3 А течет по контуру против часовой стрелки.

Проверка удельного сопротивления

При изучении электричества часто приходится иметь дело с величиной ρ называемой *удельным сопротивлением*, т.е. сопротивлением на единицу длины и площади, и измеряемой в Ом·м. Зная силу тока через определенный материал, можно с помощью удельного сопротивления материала узнать его сопротивление. Физики вычислили значения удельного сопротивления многих распространенных материалов; некоторые из этих значений перечислены в табл. 17.1.

ПОМНИ!

Сопротивление материала R можно найти, умножив его удельное сопротивление ρ на его длину L (чем она больше, тем большее сопротивление вызывает) и поделив на площадь A поперечного сечения этого материала (чем больше площадь, которую должен пересекать ток, тем сопротивление меньше):

$$R = \rho L/A.$$

Таблица 17.1. Значения удельного сопротивления распространенных материалов

Материал	Удельное сопротивление (Ом·м)
Медь	$1{,}72 \cdot 10^{-8}$
Резина	$1{,}0 \cdot 10^{15}$
Алюминий	$2{,}82 \cdot 10^{-8}$
Золото	$2{,}44 \cdot 10^{-8}$
Древесина	$3{,}0 \cdot 10^{10}$
Графит	$3{,}5 \cdot 10^{-5}$

Измеряем мощность: ватт

Некоторые предметы домашнего обихода, например, лампочки накаливания или сушилки для волос, используют электроэнергию. Мощность таких электроприборов измеряется в *ваттах* (*Вт*). Как определить ее величину? Работа по перемещению заряда q по цепи равна qU, где U — это электродвижущая сила. Если поделить эту работу на время ее выполнения, получится мощность:

$$P = W/t = qU/t.$$

Впрочем, заряд q, деленный на время t, равняется силе тока I, таким образом:

$$P = W/t = qU/t = IU.$$

ПОМНИ!

Мощность, которая обеспечивается в цепи источником э.д.с., в частности батарейкой, вычисляется по формуле $P = IU$. Например, батарейка при 10 В создает в лампочке накаливания силу тока 0,5 А. Какова мощность этой лампочки? $P = IU$, т.е. мощность равна $0{,}5 \cdot 10 = 5$ Вт. Впрочем, $I = U/R$, поэтому мощность, обеспечиваемую в цепи определенным напряжением, можно вычислять несколькими способами:

$$P = IU = U^2/R = I^2 R.$$

От одного к другому: последовательные цепи

В предыдущих разделах этой главы говорилось о токе, идущем через один резистор; впрочем, как показано на рис. 17.3, в цепи может быть и два резистора.

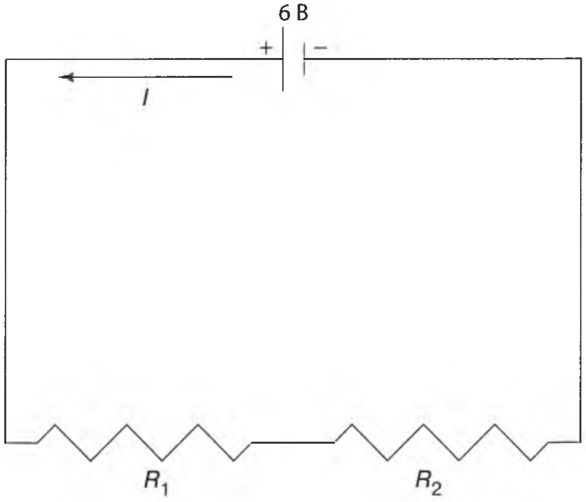


Рис. 17.3. Ток, последовательно идущий через два резистора

Два резистора могут быть подключены *последовательно*, когда, перед тем как вернуться к источнику электродвижущей силы (см. первый раздел этой главы), ток в цепи течет сначала через один из них, а затем — через другой. Рассмотрим последовательное подключение двух резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2, когда один и тот же ток, перед тем как вернуться к батарейке, должен пройти через *оба* резистора. Тогда общее сопротивление R должно равняться сумме этих двух сопротивлений:

$$R = R_1 + R_2.$$

Итак, чтобы получить общее сопротивление двух последовательно соединенных резисторов, надо сложить их сопротивления R_1 и R_2. Например, если $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 20$ Ом, батарейка создает напряжение 6 В, то ток какой силы будет проходить через цепь? Общее сопротивление должно равняться 30 Ом, тогда:

$$I = U/R = 6/30 = 0{,}2 \text{ А}.$$

Разделение тока: параллельные цепи

Если в одной и той же цепи имеется множество резисторов, то совсем не обязательно, чтобы у них было только последовательное соединение (см. предыдущий раздел), когда ток идет от одного резистора к другому. Два резистора R_1 и R_2 можно соединить таким образом, чтобы ток разветвлялся, как на рис. 17.4. Какая-то часть тока идет через первый резистор, а другая — через второй.

Резисторы на рис. 17.4 являются ***параллельными***, т.е. на концах каждого из них одно и то же напряжение, но ток, идущий через эти резисторы, не обязательно одинаковый.

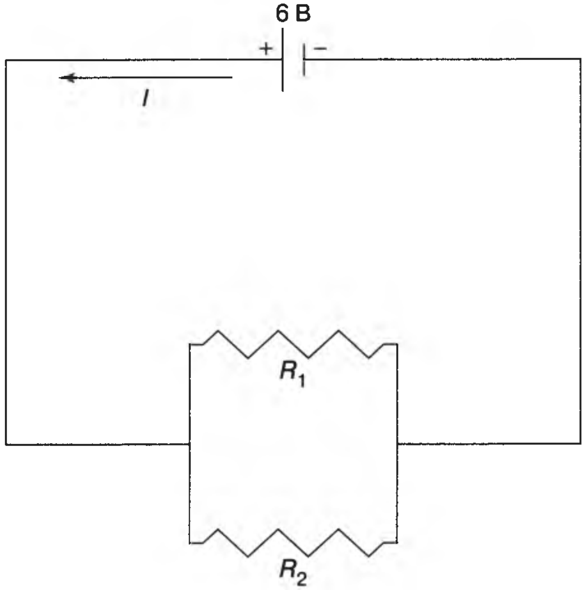


Рис. 17.4. Резисторы в параллельной цепи разветвляют ток

Напряжение на концах каждого из параллельных резисторов одинаково и равно 6 В, т.е. напряжению, создаваемому батарейкой. Этим и отличаются последовательно и параллельно соединенные резисторы. Через последовательно соединенные резисторы идет один и тот же ток. А когда резисторы соединены параллельно, на концах каждого из них одинаковое напряжение.

Итак, чему равно общее сопротивление резисторов R_1 и R_2, соединенных параллельно? Общая сила тока I — это сила тока, идущего через два резистора:

$$I = I_1 + I_2.$$

И поскольку $I = U/R$ (см. выше раздел о законе Ома), то можно записать:

$$I = I_1 + I_2 = U_1/R_1 + U_2/R_2.$$

Дело в том, что при параллельном соединении $U_1=U_2$, поэтому если обозначить это общее напряжение как U, то можно сказать, что:

$$I_{об} = I_1 + I_2 = U_1/R_1 + U_2/R_2 = U(1/R_1 + 1/R_2)$$

Это равенство еще записывается как $I = U/R$, и в итоге мы получаем:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2.$$

Эта формула показывает, как надо вычислять общее сопротивление двух параллельно соединенных резисторов. Если говорить о произвольном количестве резисторов, то получится такой способ вычисления общего сопротивления:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4 \ldots$$

Например, если на рис. 17.4 $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 30$ Ом, а напряжение батарейки составляет 6 В, то ток какой силы идет через эту цепь? Величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна

$$1/R = 1/10 + 1/30 = 4/30 \text{ Ом}.$$

Чтобы найти общее сопротивление при параллельном соединении, надо сложить величины, обратные значениям сопротивления, а затем взять величину, обратную полученному результату. Таким образом, общее сопротивление равно 30/4 Ом, т.е. сила тока равна 6/(30/4) = 0,8 А.

Создаем электрические цепи по правилам Кирхгофа

К сожалению, электрические цепи не всегда можно разбить на последовательные и параллельные составляющие, поэтому важную роль играют *правила Кирхгофа*, названные так в честь своего открывателя, Густава Кирхгофа. Эти два простых правила позволяют анализировать цепи самой разной сложности, поскольку представляют собой неизменные соотношения целостности, которые выполняются между токами и напряжениями на участках любой электрической цепи. (Для корректной формулировки этих правил в цепи выделяются *узлы*, т.е. точки соединения трех и более проводников, и *контуры*, т.е. замкнутые пути из проводников. — *Примеч. ред.*)

- ✓ **Правило соединения.** Общий ток, притекающий в любой узел цепи, должен равняться общему току, вытекающему из него.
- ✓ **Правило контуров.** В любом замкнутом контуре сети сумма увеличений потенциала (например, от батарейки) должна равняться сумме падений потенциала (например, от резистора). (Иначе говоря, суммарная э.д.с. равна суммарному напряжению. — *Примеч. ред.*)

Правило соединения достаточно легко понять: сила тока, входящего в любой узел, должна равняться силе тока, выходящего из этого узла. Ну а как насчет правила контуров, которое гласит, что в любом замкнутом контуре суммарное увеличение и суммарное падение потенциала должны быть равны? Правило контуров означает, что насколько движущиеся по контуру электроны "спускаются", настолько они и "поднимаются", и приходят туда, откуда пришли. Например, увеличение потенциала выполняется батарейками: когда электроны входят в ее отрицательную часть и выходят из положительной, напряжение батарейки возрастает. С другой стороны, когда электрон входит в резистор, требуется определенное усилие для того, чтобы провести его через этот резистор (вот почему резистор еще называют сопротивлением), отсюда и понижение потенциала при выходе из него электрона.

Используем правило контуров

На рис. 17.5 показан пример использования правила контуров для цепи из двух резисторов и двух батареек. Ток какой силы идет по этой цепи?

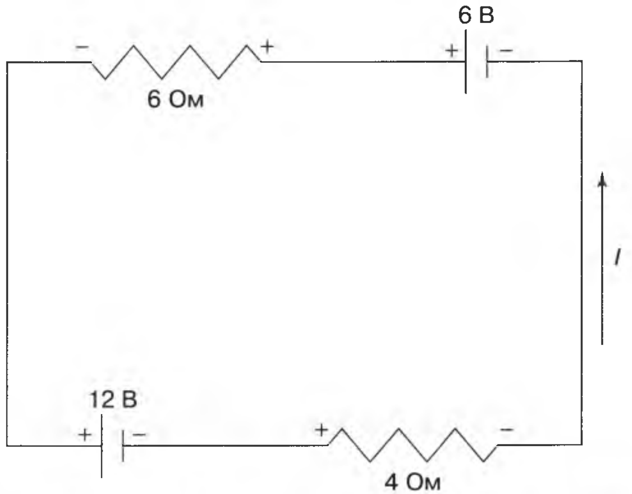


Рис. 17.5. Контур с двумя резисторами и двумя батарейками

Правило контуров гласит, что вдоль всего контура:

$$\sum U = 0,$$

где $\sum U$ — это сумма напряжений вдоль всего контура. Как можно использовать это правило?

СОВЕТ

Чтобы решить эту задачу, выберите направление тока, начертив стрелку, как показано на рис. 17.5. В действительности ток может идти в противоположном направлении, но здесь нет ничего плохого, ведь тогда полученная отрицательная сила тока будет показывать, что ток идет не в том направлении, которое было выбрано. Выбор направления тока — в данном примере против часовой стрелки — помогает начертить знаки + и – там, где ток соответственно заходит в резистор и выходит из него (эти действия в правило Кирхгофа не входят; я просто использую приемы, которые считаю полезными).

Известно, что вдоль всего контура $\sum U = 0$ и что в резисторе падение потенциала $U = IR$. Остается только двигаться вдоль контура в одном направлении (не имеет значения, по часовой или против часовой стрелки), и когда встретится знак "+" или "–" (на резисторе или батарейке), нужно записать этот знак, а за ним — соответствующее ему падение или возрастание потенциала. Если, к примеру, начать с батарейки с э.д.с. 6 В и идти по часовой стрелке, то в соответствии с правилом контуров получим следующее равенство:

$$+6 - 4I - 12 - 6I = 0.$$

Сгруппировав его члены, получим:

$$6 - 12 = -6$$

и

$$-4I + -6I = -10I.$$

Таким образом:

$$-6 - 10I = 0$$

или

$$I = -6\ \text{А}/10.$$

Итак, сила тока равна –0,6 А.

Из того, что сила тока имеет отрицательную величину, следует, что на самом деле ток идет в направлении, противоположном тому, которое выбрано сначала и показано на рис. 17.4.

Исследуем многоконтурные цепи

Если вам кажется, что правила Кирхгофа исчерпали все свои возможности уже на одноконтурных цепях, то попробуйте решить новую задачу, показанную на рис. 17.6.

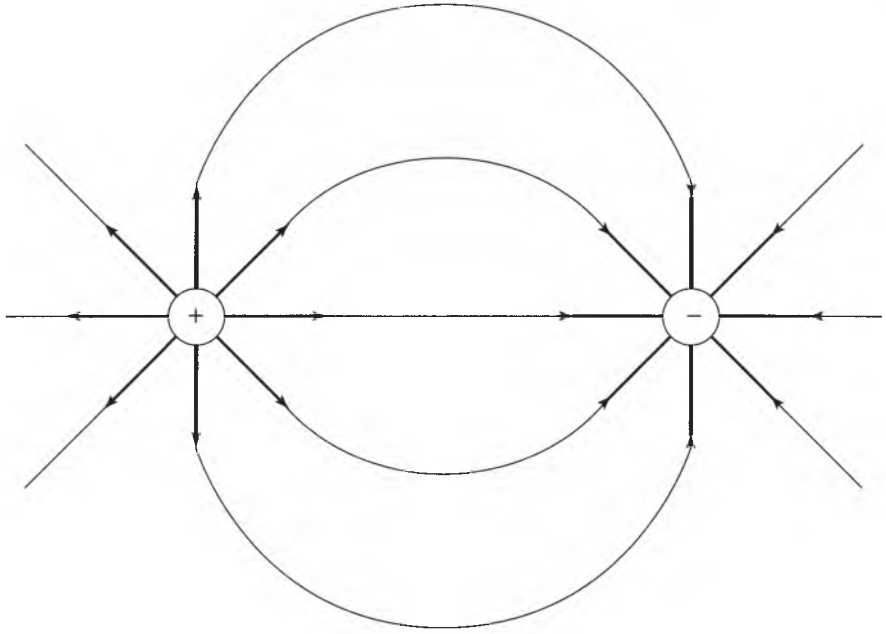


Рис. 17.6. У параллельных резисторов общее напряжение

На рисунке показаны три ответвления цепи и три разных тока. Найдите соответствующие значения сил тока I_1, I_2 и I_3 с применением обоих правил Кирхгофа. Правило соединения гласит, что в любом узле $\sum I = 0$, где $\sum I$ — это сумма всех сил токов (втекающих и вытекающих). Рассмотрим точку А, которая находится в левой части рис. 17.6. Токи, соответствующие значениям I_1 и I_2, в нее втекают, а ток, соответствующий значению I_3, из нее вытекает, поэтому:

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

Теперь обратимся к правилу контуров, которое гласит, что $\sum I = 0$. В нашем примере три контура: два внутренних и один внешний, т.е. огибающий контур. Так как неизвестных у нас три (это значения силы тока I_1, I_2 и I_3), то все, что нам нужно, — это три уравнения. Согласно правилу $\sum I = 0$, одно из них у нас уже есть. Поэтому, чтобы получить два оставшихся уравнения, надо разобраться с двумя внутренними контурами. Верхний контур дает:

$$+6 - 2I_3 - 4I_2 = 0.$$

А из нижнего контура получается:

$$+12 - 6 + 4I_2 - 6I_1 = 0.$$

Итак, получено три уравнения с тремя неизвестными:

$$I_1 + I_2 = I_3,$$

$$+6 - 2I_3 - 4I_2 = 0,$$

$$+12 - 6 + 4I_2 - 6I_1 = 0.$$

Если значение I_3, полученное из первого уравнения, подставить во второе, тогда можно получить:

$$+6 - 2(I_1 + I_2) - 4I_2 = 0$$

и

$$+12 - 6 + 4I_2 - 6I_1 = 0$$

или

$$+6 - 2I_1 - 6I_2 = 0$$

и

$$+12 - 6 + 4\,I_2 - 6I_1 = 0.$$

Используя первое из этих уравнений, можно I_1 выразить через I_2:

$$I_1 = 3 - 3I_2.$$

Подставив это значение I_1 во второе уравнение, получим:

$$+12 - 6 + 4I_2 - 6(3 - 3I_2) = 0$$

или

$$-12 + 22I_2.$$

Таким образом:

$$I_2 = {}^{12}\!/_{22} = {}^{6}\!/_{11}\ \text{А}.$$

Теперь у нас есть одно из значений силы тока: $I_2 = 6/11$ А. Эту дробь можно вставить в уравнение:

$$+6 - 2I_3 - 4I_2 = 0,$$

чтобы получить:

$$+6 - 2I_3 - 4({}^{6}\!/_{11}) = 0.$$

После деления на 2 получим:

$$+3 - I_3 - {}^{12}\!/_{11} = 0.$$

Тогда:

$$I_3 = {}^{21}\!/_{11}\ \text{А}.$$

Теперь нам известны два значения сил токов I_2 и I_3. А как насчет I_1? Так как:

$$I_1 + I_2 = I_3,$$

то:

$$I_1 = I_3 - I_2.$$

Отсюда легко получить, что:

$$I_1 = {}^{21}\!/_{11} - {}^{6}\!/_{11} = {}^{15}\!/_{11}\ \text{А}.$$

Итак, благодаря правилам Кирхгофа, теперь нам известны все значения силы тока: $I_1 = 15/11$ А, $I_2 = 6/11$ А и $I_3 = 21/11$ А.

В подобных задачах для поиска решения часто требуется потратить много времени и выполнить много вычислений, но, справившись с ними, можно полностью определить значения основных параметров электрических цепей.

Разбираемся с параллельно и последовательно соединенными конденсаторами

Параллельные и последовательные цепи можно создавать не только из резисторов, но и из *конденсаторов*. Как известно (подробнее см. главу 16), конденсатор — это физическая система, способная сохранять электрический заряд. Чтобы найти общую емкость конденсаторов, используемых в параллельной цепи, надо просто сложить их емкости:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Конденсаторы в параллельных цепях

Когда конденсаторы подключены параллельно, то напряжение, создаваемое батарейкой, будет одинаковым для всех этих конденсаторов. Посмотрите на рис. 17.7, где показаны два конденсатора, подключенные в параллельную цепь.

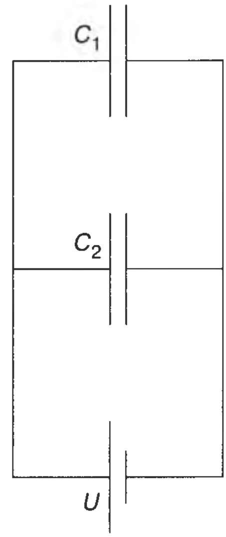


Рис. 17.7. Как определить суммарную емкость двух конденсаторов, соединенных параллельно?

Что же делать в подобной ситуации? Найдите общий заряд Q, хранящийся на обоих конденсаторах C_1 и C_2; он равен сумме зарядов, хранящихся на каждом из них:

$$Q = C_1U + C_2U.$$

Так как батарейка подает на концы каждого конденсатора одно и то же напряжение U, оно у конденсаторов одинаково, поэтому предыдущее равенство можно переписать как бы для одного конденсатора с емкостью $C_1 + C_2$:

$$Q = (C_1 + C_2)U.$$

Иначе говоря, если заменить два конденсатора C_1 и C_2 одним C, имеющим емкость $C_1 + C_2$, то значение Q не изменится:

$$Q = (C_1 + C_2)U = CU.$$

Конденсаторы в последовательных цепях

Когда конденсаторы включены параллельно, батарейка поддерживает одинаково напряжение на концах обоих конденсаторов.

На рис. 17.8 показаны два конденсатора в последовательной цепи. Что же делать в такой ситуации?

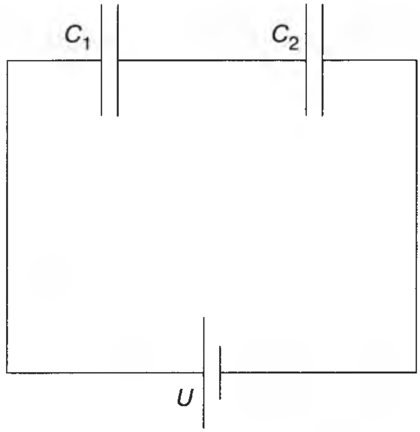


Рис. 17.8. У последовательно соединенных конденсаторов заряд одинаковый

Как видно на рис. 17.8, самая правая пластина конденсатора C_1 и самая левая пластина конденсатора C_2 соединены друг с другом, но не с остальной цепью. Иначе говоря, две пластины от остальной цепи изолированы, и вначале они электрически нейтральны (с суммарным общим зарядом, равным нулю).

Любой отрицательный заряд $-q$, появившийся на самой правой пластине конденсатора C_1, должен быть равен по величине любому положительному заряду q, появившемуся на самой левой пластине конденсатора C_2, поскольку суммарный заряд на обеих этих пластинах должен быть равен нулю. А так как суммарный заряд на двух пластинах одного конденсатора тоже должен быть равен нулю, то заряд на самой левой пластине конденсатора C_1 и на самой правой пластине конденсатора C_2 должен быть равен соответственно q и $-q$. Поэтому *величины* зарядов (хоть отрицательных, хоть положительных) на каждой пластине одинаковы и равны q.

Итак, заряд на каждом конденсаторе одинаковый. Кроме того, известно, что общее напряжение на концах двух конденсаторов вычисляется по формуле:

$$U = q/C_1 + q/C_2.$$

Так как заряд на каждом конденсаторе один и тот же, то это равенство принимает следующий вид:

$$U = q/C_1 + q/C_2 = q(1/C_1 + 1/C_2).$$

Если вписать в равенство общую емкость C, то получится:

$$U = q/C_1 + q/C_2 = q(1/C_1 + 1/C_2) = q/C.$$

Иначе говоря, последовательно подключенные емкости складываются так же, как и параллельно подключенные резисторы (см. выше раздел о параллельно подключенных резисторах): складываются обратные значения и берется значение ,обратное результату:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2.$$

Если конденсаторов больше двух, то сложение для них надо делать следующим образом:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 \ldots$$

Соединяем резисторы с конденсаторами: RC-цепи

В предыдущих разделах этой главы речь шла о работающих отдельно друг от друга резисторах (электронных компонентах, затрудняющих движение тока в электрической цепи) и конденсаторах (телах, которые хранят заряд, держа его положительные и отрицательные компоненты отдельно, чтобы те притягивали друг друга, но при этом не могли самостоятельно соединиться). Теперь настало время собрать воедино резисторы и конденсаторы. Посмотрите на резистор и конденсатор, показанные на рис. 17.9. Допустим, что конденсатор в исходном состоянии имел напряжение U_0. Посмотрим, что произойдет после замыкания цепи с помощью выключателя. Может в цепи появится постоянный ток?

Но на самом деле ток ведет себя иначе: так, как показано на графике (рис. 17.10). Исходное значение силы тока равно (как и положено) U_0/R (где R означает сопротивление), но затем сила тока уменьшается. Что же происходит?

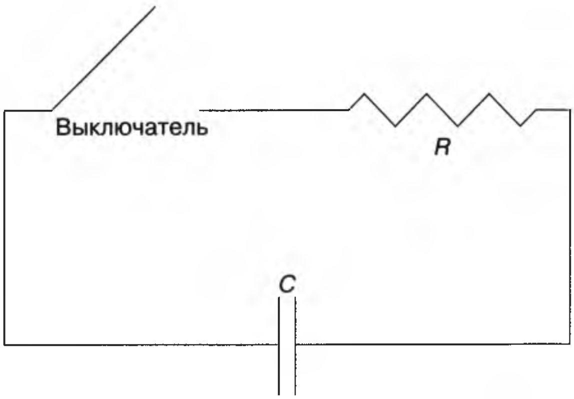


Рис. 17.9. Резистор и конденсатор последовательно подключены в схему с выключателем

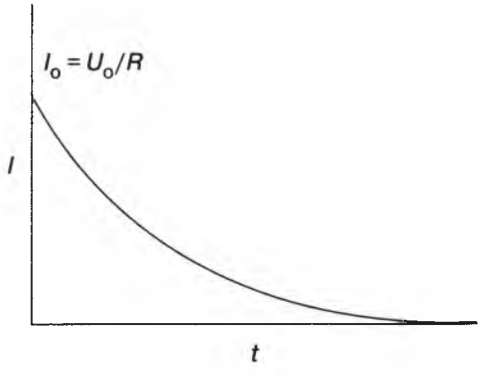


Рис. 17.10. Разрядка конденсатора

Дело в том, что с течением времени заряд конденсатора уменьшается и соответственно уменьшается ток. Конденсатор не является батарейкой и может подавать ток только тогда, когда на нем остается хоть какой-то заряд. Начальное значение силы тока равно U_0/R, так как у конденсатора напряжение равно U_0, а ток идет через резистор R. Но со временем ток слабеет по следующей формуле:

$$I = I_0 e^{-t/RC} = (U_0 e^{-t/RC})/R.$$

Здесь I — сила тока, e — основание натуральных логарифмов, равное 2,71828 (клавишу для вычисления значения функции e^x всегда можно найти на инженерном калькуляторе), t — время, R — сопротивление и C — это емкость. Подобно кривой, показанной на рис. 17.10, ведет себя и заряд конденсатора:

$$q = q_0 e^{-t/RC}.$$

Глава 18

Намагничиваемся: притягиваемся и отталкиваемся

В этой главе...

- Движемся сквозь магнитное поле
- Ловим движущиеся заряды
- Определяем силы, вызванные магнитными полями
- Изучаем поведение заряженных частиц в магнитном поле
- Путешествуем вместе с током в магнитных полях
- Создаем однородное магнитное поле с помощью соленоидов

Сильная связь между электричеством и магнетизмом наблюдается как при движении зарядов, создающих магнитное поле (как в электромагнитах и электродвигателях), так и при движении магнитов, создающих электрическое поле (как в электрических генераторах). Даже электроны, мчась по своим орбитам в атомах физического тела, генерируют магнитные поля. Эта глава посвящена магнетизму и его свойствам. Она начинается с описания свойств постоянных магнитов, затем продолжается рассказом о силах, возникающих под влиянием магнитного поля, и о том, что происходит с зарядами в этом поле.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОДРОБНОСТИ

Управление спутниками, которым нужна постоянная ориентация на звезды, Луну или на земные объекты, часто выполняется с помощью магнитной стрелки, которая управляется не реактивными двигателями, а магнитным полем Земли. Магнетизм и в космосе — сила!

Ищем источник магнетизма

Если вы когда-то держали в руке два магнита, то знаете, что между ними могут возникнуть силы притяжения или отталкивания. Эти силы являются результатом действия магнитных полей, созданных на микроскопическом уровне.

В физических телах атомы генерируют крошечные магнитные поля, которые имеют беспорядочную ориентацию. Поэтому все эти поля нейтрализуют друг друга. Однако в некоторых веществах, таких как железо, атомы можно ориентировать таким образом, чтобы значительная часть их крохотных магнитных полей указывала в одном и том же направлении. В результате железо способно создать большое (макроскопическое) магнитное поле. Если тело способно создавать магнитное поле без внешнего воздействия, то оно называется *постоянным магнитом*. Два таких магнита показаны на рис. 18.1. Как видите, каждое из них создает силу, действующую на другой магнит.

Рис. 18.1. Силы, созданные постоянными магнитами

Магнетизм похож на электричество тем, что характеризуется положительными и отрицательными признаками в виде *магнитных полюсов*. Подобно тому, как линии электрических полей идут от положительных зарядов к отрицательным, так и линии магнитных полей идут от одного полюса к другому. В магнетизме полюса разного знака называются *северным* и *южным*.

Имена полюсов возникли в связи с использованием постоянных магнитов в компасах, где северный полюс ориентирован в северном направлении магнитного поля Земли.

Линии магнитного поля идут от северного полюса к южному, как показано на рис. 18.2 на примере постоянного магнита.

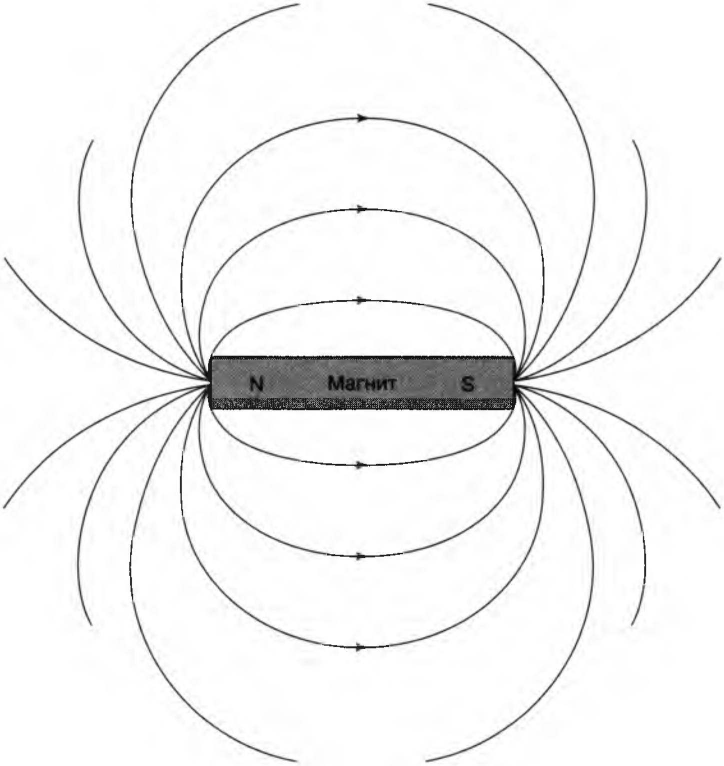


Рис. 18.2. Линии магнитного поля постоянного магнита, идущие от северного полюса к южному

Воздействуем на движущийся заряд

Магниты влияют на электрический ток: они создают силу, которая действует на движущиеся в нем электрические заряды. Однако электрические заряды должны двигаться, иначе не будет силы, действующей на них со стороны магнитного поля.

Как это происходит, показано на рис. 18.3, где на заряд, движущийся со скоростью **v**, через магнитное поле, показанное на рисунке вектором магнитной индукции **B**, действует сила со стороны этого магнитного поля. (Подробнее о векторах можно узнать в главе 4.)

(Магнитное поле в точке пространства определяется такой векторной величиной, как *магнитная индукция* **B** в этой точке. Она играет ту же роль в магнетизме, что и напряженность электрического поля **E** в электростатике. Направление поля в точке — это направление в ней вектора магнитной индукции, указываемое стрелкой компаса в этой точке. Линии магнитного поля — это линии, проведенные так, что касательные к ним в каждой точке указывают направление магнитной индукции в этой точке. — *Примеч. ред.*)

Магнитное поле создает силу, которая действует на движущийся заряд. Куда же направлена эта сила? Ответ можно увидеть на рис. 18.3, как и правило правой руки, с помощью которого вы сможете самостоятельно отвечать на этот вопрос.

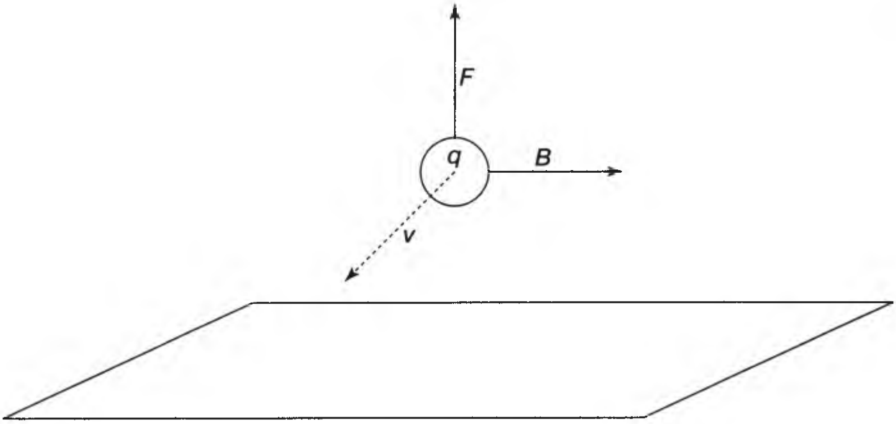


Рис. 18.3. Сила, которая действует на движущийся положительный заряд

СОВЕТ

Правило правой руки относится к движущимся зарядам; ниже перечислены два его варианта — выбирайте из них тот, какой вам покажется более легким.

Вариант 1. Если все пальцы правой руки, кроме большого, поместить вдоль магнитного поля (на рис. 18.3 оно показано вектором **B**), а большой палец этой руки — в направлении скорости **v** заряда, то сила, действующая на положительный заряд, должна выходить из ладони. Если заряд отрицательный, то сила направлена в противоположную сторону.

Вариант 2. Пальцы правой руки, кроме большого, поместите в направлении скорости **v** заряда, а затем сближайте их с ладонью, поворачивая на минимально возможный угол (меньший, чем 180°), пока они не будут указывать в направлении магнитного поля **B**. Тогда большой палец правой руки будет указывать в направлении действия силы.

Эти правила, возможно, напомнят вам сведения о моменте силы (его иногда называют вращающим моментом) (глава 10). Дело в том, что вектор силы выходит из плоскости, образованной векторами **v** и **B**.

(В русскоязычной литературе принято использовать правило левой руки: если положить левую руку на проводник так, чтобы четыре пальца указывали направление тока, а линии магнитной индукции входили в ладонь, то отогнутый большой палец укажет направление силы, действующей на проводник. — *Примеч. ред.*)

Пользуясь любым из этих правил, вы сможете найти направление, в котором сила действует на движущийся заряд. Но насколько *велика* эта сила?

Вычисляем величину магнитной силы

Количественную величину магнитной силы полезно знать при работе с магнитами, например, для определения силы (в ньютонах), которая действует на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле.

Дело в том, что эта сила пропорциональна как величине заряда, так и величине магнитной индукции. Кроме того, эта сила пропорциональна компоненту скорости, *перпендикулярному* вектору магнитной индукции. Другими словами, на заряд, движущийся вдоль направления магнитной индукции (или, как еще говорят, вдоль магнитного поля), никакая сила не действует. А на заряд, движущийся под прямым углом к магнитному полю, действует максимальная сила. Сведя эту информацию воедино, становится понятен смысл следующей формулы для величины силы, которая действует со стороны магнитного поля **B** на заряд q, движущийся со скоростью **v** под углом θ между векторами **v** и **B**:

$$F = qvB\sin\theta.$$

На самом деле в физике определяется не сила магнитного поля через магнитную индукцию, а магнитная индукция посредством той силы, с которой она действует на положительный пробный заряд, то есть:

$$B = F/(qv\sin\theta).$$

В системе СИ (см. главу 2) единицей магнитной индукции является тесла (Тл). А в системе СГС (см. также главу 2) такой единицей является гаусс (Гс). Они связаны друг с другом следующим образом: 1 Гс = 10^{-4} Тл.

Рассмотрим электрон в магнитном поле с индукцией в 12 Тс (громадная величина, учитывая, что индукция магнитного поля Земли на ее поверхности примерно равна 0,6 гаусса, или $6{,}0\cdot10^{-5}$ Тс). Какая сила действует на электрон, если он несется со скоростью $1{,}0\cdot10^{6}$ м/с в направлении, перпендикулярном полю? Величина этой силы выражается формулой:

$$F = qvB\sin\theta.$$

и нам остается только подставить в нее числа:

$$F = qvB\sin\theta = (1{,}6\cdot10^{-19})(1{,}0\cdot10^{6})(12)\sin90^\circ = 1{,}92\cdot10^{-12}\ \text{Н}.$$

Сила, действующая на этот электрон, равна $1{,}92\cdot10^{-12}$ Н и выглядит не такой уж большой. Однако следует напомнить, что электрон имеет слишком малую массу $9{,}11\cdot10^{-31}$ кг. Каким будет ускорение этого электрона? Используя известную формулу второго закона Ньютона (согласно которой ускорение объекта равно отношению действующей на него силы и массы), получим:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}92\cdot10^{-12}}{9{,}11\cdot10^{-31}} = 2{,}11\cdot10^{18}\ \text{м/с}^2.$$

Получается просто колоссальная даже для электрона величина, примерно равная 215 000 000 000 000 000g, где g — это ускорение свободного падения в поле силы тяжести на поверхности Земли. С другой стороны, если бы этот электрон двигался *вдоль* магнитного поля, то никакие магнитные силы на него не действовали бы.

Движение по орбитам: заряженные частицы в магнитных полях

Положительный заряд, помещенный в электрическое поле плоского конденсатора (см. главу 17), будет двигаться в направлении, противоположном направлению линий поля. Дело в том, что эти линии выходят из зарядов, которые расположены на положительной пластине, отталкивающей положительный заряд. Впрочем, когда речь идет о магнитном поле, то здесь все иначе из-за того, что магнитное поле не действует на параллельно движущиеся заряды. На рис. 18.4 показан путь положительного заряда, движущегося перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля.

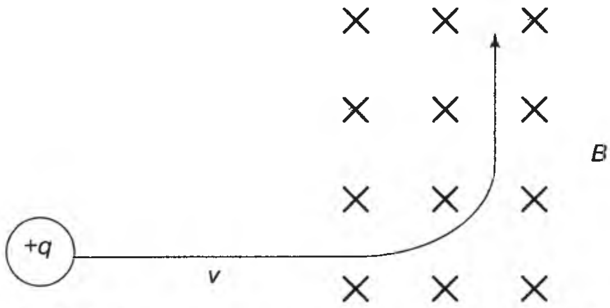


Рис. 18.4. Так искривляется путь положительного заряда в магнитном поле

Заметили на рисунке крестики? Так в физике принято обозначать направление линий магнитного поля, когда они направлены от читателя и входят в страницу вдоль перпендикуляра к ней. Подразумевается, что крестики обозначают концы воображаемых векторных стрелок, которые именно так выглядят сзади. Положительный заряд движется по прямой, пока не войдет в магнитное поле и не начнет подвергаться силовому воздействию. Как можно проверить с помощью правила правой (или левой) руки, сила магнитного поля будет направлена вверх и, как показано на рисунке, будет делать путь заряженной частицы изогнутым.

Магнитные поля не выполняют работу...

Как известно, на заряженную частицу в магнитном поле действует сила, но *какую* работу проделывает магнитное поле над этим зарядом? Да, хороший вопрос.

Когда заряд движется в электрическом поле, оно выполняет с ним работу, благодаря которой и вводится понятие разности потенциалов, т.е. проделанной над зарядом работы W, деленной на величину этого заряда q (иными словами, работы, проделанной над одним кулоном):

$$U = W/q.$$

А какую работу проделывает над зарядом магнитное поле? Ее можно вычислить таким образом (как показано в главе 6):

$$W = Fs\cos\theta,$$

где s — это расстояние. Так... Вы уже заметили? Здесь θ — это угол между силой и направлением, вдоль которого она действует. Но, согласно правилу правой руки, для зарядов в магнитном поле угол θ всегда равен 90°, а $\cos 90° = 0$, т.е. работа, которая выполняется магнитным полем над движущимся зарядом, равна нулю.

ПОМНИ!

Эта особенность является еще одним важным отличием электрического и магнитного полей. Электрическое поле всегда выполняет работу над движущимся зарядом, а магнитное поле — никогда, и потому оно не может изменить его кинетическую энергию.

...но влияют на движущиеся заряженные частицы

Несмотря на нежелание работать с движущейся заряженной частицей, магнитное поле может изменить *направление* движения этой частицы (что оно и делает). На самом деле, если направление движения заряда можно свободно менять, то магнитное поле будет всегда это делать, так как сила, действующая на заряд, всегда направлена перпендикулярно его движению.

Не припомните какой-то другой вид движения, направление которого всегда перпендикулярно приложенной силе? Ну конечно, это вращательное движение, о котором говорилось в главе 7. Такое движение заряда можно увидеть на рис. 18.4, когда он проходит через магнитное поле. Так как магнитные поля действуют на заряд перпендикулярно направлению его движения, то движение зарядов, не выходящих за пределы магнитного поля, будет вращательным.

Посмотрите на рис. 18.5, где положительный заряд движется в магнитном поле влево. Поле **B** направлено вверх от плоскости страницы к читателю. Откуда это известно? Видите все эти точки внутри кружочков? Так же, как крестик обозначает стрелку вектора, направленную от читателя, так и точка внутри кружочка обозначает стрелку, направленную к читателю. Поэтому сейчас поле **B** направлено вверх, т.е. от страницы к читателю.

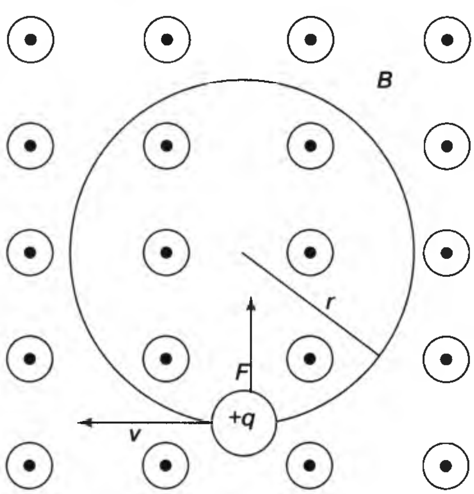


Рис. 18.5. Вращательное движение положительного заряда

Итак, поле **B** направлено от страницы к читателю, а положительный заряд движется влево. Используя правило правой (или левой) руки, можно сказать, что результирующая сила направлена вверх (подробнее о правиле правой руки рассказывается выше в этой главе). Под действием силы, направленной вверх, заряд также движется вверх. Но так как благодаря действию магнитного поля сила всегда перпендикулярна направлению движения, то она также меняет свое направление. Вот формула величины силы:

$$F = qvB\sin\theta.$$

Так как в данном случае вектор скорости **v** перпендикулярен вектору магнитной индукции **B**, то θ=90°, или $\sin\theta$=1, а это означает, что:

$$F = qvB.$$

Так как сила всегда перпендикулярна направлению движения, то таким образом возникает движение по кругу. Другими словами, она является ничем иным, как центростремительной силой, нужной для обеспечения вращательного движения (глава 7).

$$F = mv^2/r,$$

где m — это масса частицы, а r — радиус орбиты вращательного движения. Таким образом, получаем:

$$qvB = mv^2/r.$$

Отсюда легко найти радиус орбиты вращательного движения:

$$r = mv/qB.$$

Таким образом, можно вычислить радиус орбиты вращательного движения заряда q массой m, движущегося со скоростью **v** в магнитном поле с индукцией **B**. Чем магнитная индукция сильнее, тем радиус меньше. А чем быстрее движется заряд и чем больше его масса, тем радиус больше.

Тяни-толкай на основе электрических токов

Информация, полученная в этой главе до сих пор, просто удивительна, но как часто нам приходится иметь дело с движущимися зарядами? Возможно, кому-то и приходится работать с электронами, движущимися в вакууме, но большинство из нас сталкивается практически ежедневно не с одиночными движущимися зарядами, а с их группами, т.е. с электрическим током.

Сила, действующая на ток

Посмотрите на формулу силы, действующей на движущийся заряд:

$$F = qvB\sin\theta.$$

где q — заряд, v — скорость, а B — значение магнитной индукции. Обладая полученными выше сведениями, нетрудно преобразовать эту формулу, одновременно поделив и умножив ее на t так, чтобы сама формула не изменилась:

$$F = (q/t)(vt)B\sin\theta.$$

Обратите внимание, что q/t — это заряд, проходящий через определенную точку за единицу времени, т.е. величина, известная под другим именем — электрический ток. Ну а vt — это всего лишь путь, который заряды проходят за время t, поэтому прежнюю формулу можно переписать так:

$$F = ILB\sin\theta.$$

Это сила, действующая на провод длины L, через который проходит ток силой I в магнитном поле с индукцией **B** и расположенный к этому полю под углом θ.

На рис. 18.6 показан провод, несущий ток силой I в магнитном поле с индукцией **B** и расположенный к этому полю под углом 90°. Поскольку в физике за направление тока принято направление движения положительного заряда, то легко найти силу, действующую на провод. Пусть $I = 2{,}0$ А и $B = 10$ Тл. Какая сила будет действовать на провод длиной 1 м? Так как провод перпендикулярен к магнитному полю, то:

$$F = ILB.$$

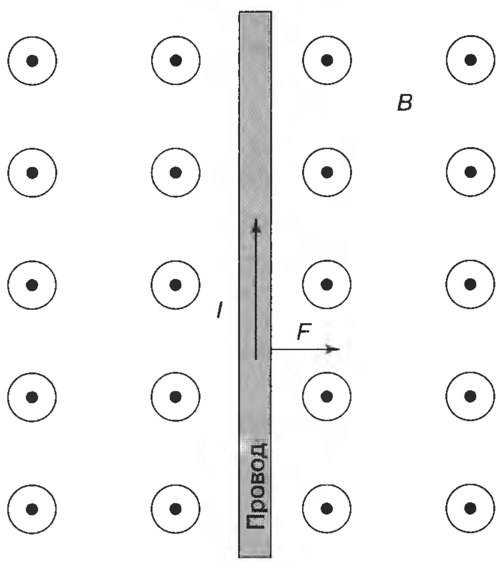


Рис. 18.6. Сила, действующая в магнитном поле на провод с током

Силу, действующую на единицу длины, можно найти по формуле:

$$F/L = IB.$$

Подставляя в нее численные значения, получим:

$$F/L = IB = (2{,}0)(10) = 20 \text{ Н/м}.$$

Двадцать ньютонов на метр длины — это довольно заметная величина.

Момент силы, действующий на проводник с током

В электромоторах обычно используются постоянные магниты, а поля, создаваемые этими магнитами, пронизывают электрические катушки. Эти катушки могут вращаться благодаря тому, что приложенная к ним сила создает вращающий момент силы (см. главу 10). Как происходит это вращение, можно увидеть на рис. 18.7.

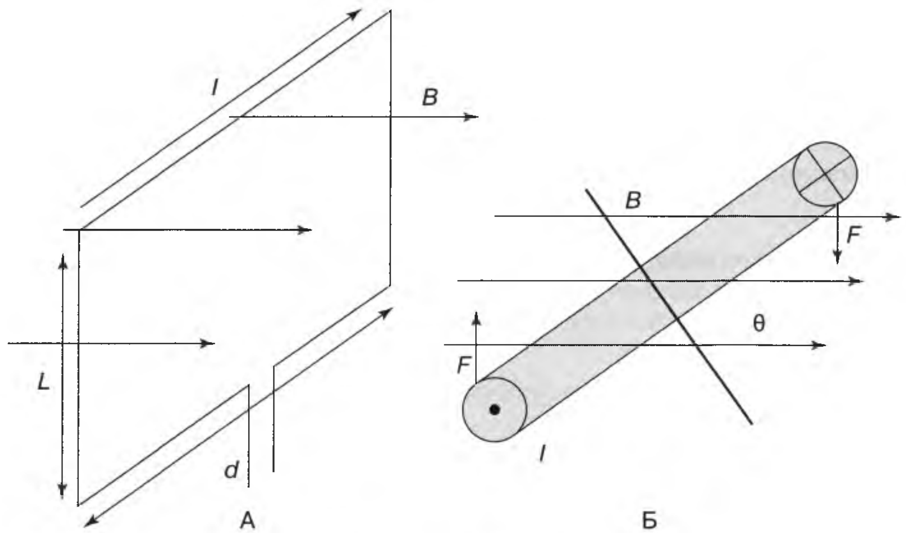


Рис. 18.7. Вращающий момент силы на контуре с током

На схеме А показан контур с током в магнитном поле, которое создает действующие на контур силы, подробно показанные на схеме Б того же рисунка. Эти силы создают вокруг центральной оси два момента силы. Как показано на указанной схеме Б, плечо силы (см. главу 11) каждого момента силы выражается следующей формулой:

$$\text{плечо силы} = \tfrac{1}{2} d \sin\theta,$$

где d — это ширина контура. Каждый момент силы — это сила F, умноженная на плечо силы, а сама сила F равна произведению силы тока I на длину контура L и на величину магнитной индукции B. Так как имеется два момента силы, соответствующие двум сторонам контура, то получится общий момент сил M:

$$M = ILB(\tfrac{1}{2} d \sin\theta + \tfrac{1}{2} d \sin\theta) = ILBd \sin\theta.$$

Получается интересный результат, так как произведение dL равно *площади* контура. Таким образом, для контура с площадью поперечного сечения A и углом θ, показанным на схеме Б, получим следующую формулу вращающего момента силы:

$$M = IAB \sin\theta.$$

Впрочем, как правило, катушки содержат большое количество витков провода, т.е. контуров. Например, если катушка состоит из N витков провода, то для получения общего вращающего момента силы надо вращающий момент силы в одном витке (контуре) умножить на их количество N:

$$M = NIAB\sin\theta.$$

Теперь можно найти общий вращающий момент силы проволочной катушки, состоящей из N витков, через каждый из которых проходит ток силой I, имеет площадь A поперечного сечения и расположен к магнитному полю с индукцией $\mathbf{B}$ под углом θ. Ну наконец-то!

Рассмотрим следующую физическую задачу: найти максимально возможный вращающий момент силы, который будет испытывать в магнитном поле катушка из N витков. Чтобы найти этот момент, нужно выяснить, когда принимает максимальное значение множитель $\sin\theta$. Это возможно в случае, когда $\theta = 90°$, т.е. $\sin\theta = 1$. Итак, получаем формулу максимального вращающего момента силы:

$$M = NIAB.$$

Например, каков максимальный вращающий момент силы для катушки, состоящей из 2000 витков, через которую проходит ток силой 5 А, имеющей площадь поперечного сечения 1,0 м^2 и находящейся в магнитном поле с индукцией в 10 Тл? Ответ получить довольно легко:

$$M = NIAB = (2000)(5)(1{,}0)(10) = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Итак, максимальный вращающий момент силы равен $1{,}0 \cdot 10^5$ Н·м. Он имеет такое большое значение, потому что используется катушка с большим количеством витков. А если ограничиться одним-единственным витком, то максимальный вращающий момент силы будет равен всего 50 Н·м. Вот почему вращающиеся части электромоторов имеют так много витков провода.

Определяем магнитное поле провода с током

Движущиеся электрические заряды не только реагируют на воздействие магнитных полей (например, меняют направление движения; см. раздел о движении заряженных частиц в магнитных полях), но и сами *создают* магнитные поля. Токи состоят из движущихся частиц с электрическим зарядом и поэтому являются удобным средством для создания магнитных полей.

Попробуем определить магнитное поле, генерируемое с помощью одиночного провода с электрическим током (рис. 18.8). Обладая навыками определения магнитного поля от провода с током, можно определять магнитное поле, генерируемое сложной конфигурацией проводов с током. Для этого надо будет всего лишь разбить их на "отдельные" провода, а затем вычислить векторную сумму магнитных полей всех проводов.

Из опыта известно, что чем больше расстояние от провода, тем слабее создаваемое им магнитное поле. Оно уменьшается обратно пропорционально расстоянию r от центра провода:

$$B \propto 1/r.$$

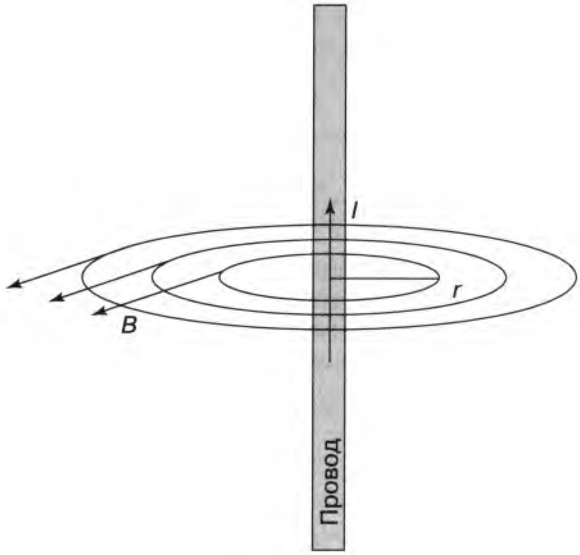


Рис. 18.8. Магнитное поле, генерируемое одиночным проводом

Забавное происшествие с гаечным ключом, ставшее исследованием магнитного поля

Еще будучи студентом, я проводил научные исследования в Национальной магнитной лаборатории Массачусетского технологического института, вблизи очень толстых кабелей, по которым проходил ток с очень большой силой, более 1000 А. Однажды я споткнулся об один из таких кабелей и уронил рядом с ним гаечный ключ. Поднимая этот ключ, я почувствовал мощное магнитное поле, генерируемое кабелем. Перемещая гаечный ключ вокруг кабеля на разных расстояниях от него, я убедился, что магнитное поле действительно уменьшается обратно пропорционально расстоянию от центра провода и является круговым, как меня учили. "Вот это да!" — подумал я тогда. Впрочем, профессор, с которым я работал, сказал, чтобы я прекратил заниматься ерундой и принимался за работу.

Кроме того, известно, что магнитное поле пропорционально силе тока I: если она удваивается, то магнитная индукция тоже удваивается. Таким образом:

$$B \propto I/r.$$

Исторически сложилось, что константа пропорциональности в этой формуле имеет вид $\mu_0/2\pi$, т.е. итоговая формула магнитной индукции провода с электрическим током имеет вид:

$$B = \mu_0 I/(2\pi r),$$

где I — это сила тока, текущего по проводу, r — расстояние от центра провода, а μ_0 — *магнитная постоянная*, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ N·A^{-2}.

СОВЕТ

В какую сторону направлен вектор магнитной индукции для магнитного поля, созданного проводником с током? Чтобы это узнать, надо воспользоваться еще одним правилом правой руки. Если расположить большой палец этой руки по направлению тока, то остальные сжатые в кулак пальцы будут указывать круговое направление вектора магнитной индукции (см. рис. 18.8).

Пусть в проводе протекает ток силой 1000 А, а вы находитесь в 2 см от центра этого провода. Насколько большим будет магнитная индукция в этом месте? Как известно:

$$B = \mu_0 I/(2\pi r).$$

Тогда, подставив в эту формулу численные значения, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(1000)}{2\pi(0{,}02)} = 0{,}01\ \text{Тл} = 100\ \text{Гс}.$$

Еще один пример. Пусть два параллельных провода расположены друг от друга на расстоянии r и по ним идет одинаковый ток силой I. С какой силой на провод 1 действует провод 2? Как известно, сила, с которой магнитное поле с индукцией B действует на провод 1 с током силой I, вычисляется по формуле:

$$F = ILB.$$

Чему равно значение B? На проводе 1 индуцируется магнитное поле проводом 2, которое вычисляется по формуле:

$$B = \mu_0 I/(2\pi r).$$

Поэтому:

$$F = \mu_0 I^2 L/(2\pi r).$$

Используя правило правой руки, можно убедиться, что если ток по проводам идет в одну сторону, то силы от них направлены навстречу друг другу, т.е. они притягиваются. И наоборот, если ток по проводам идет в разные стороны, то их силы взаимодействия направлены в противоположные стороны, т.е. провода отталкиваются.

Вычисляем магнитное поле в центре контура

Представьте себе, что на совещании группы разработчиков потребовалась ваша помощь. Взгляните на странное устройство, показанное на рис. 18.9. Вы видели что-либо подобное раньше?

"Конечно, — скажете вы. — Это ведь обычный контур с током."

"Отлично, — ответят ваши коллеги. — Нам нужно вычислить магнитную индукцию в самом центре контура."

"В самом центре?"

"Вот именно."

"А мне заплатят?"

"Конечно."

"Ладно, — скажете вы. — Магнитная индукция в самом центре контура с током определяется следующей формулой:

$$B = (N\mu_0 I)/(2R),$$

где N — количество витков контура, I — сила тока в нем, а R — радиус контура."

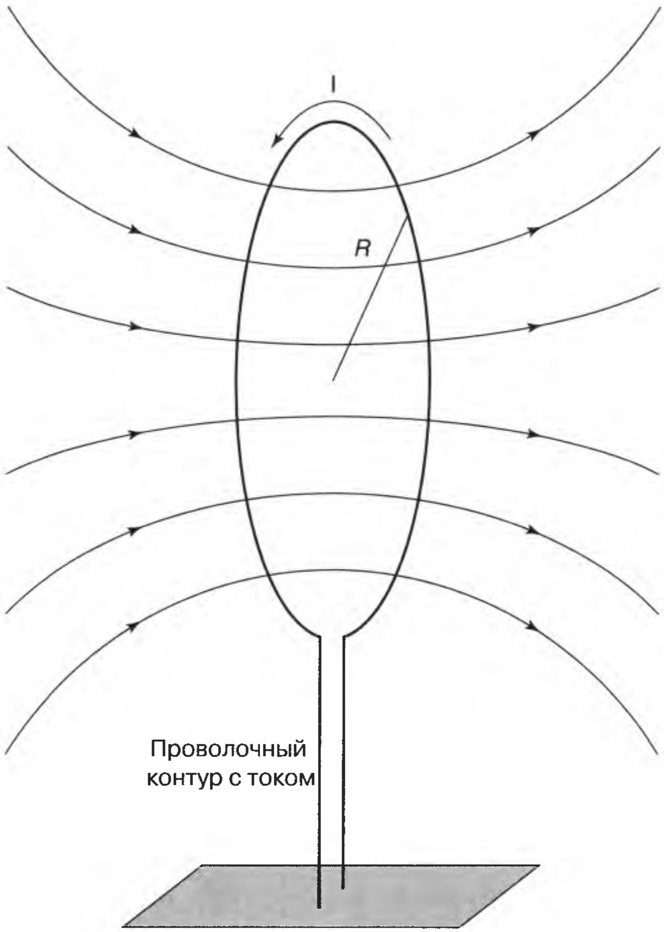


Рис. 18.9. Магнитное поле от проволочного контура

А куда направлено магнитное поле? И на этот вопрос мы уже готовы дать ответ. Пусть все пальцы правой руки, кроме большого, сжимаются в кулак по направлению тока, тогда большой палец укажет направление вектора магнитной индукции **B** для магнитного поля, генерируемого контуром с током.

Пусть контур содержит не один виток, а 2000 витков, ток в нем равен 10 А, а радиус контура равен 10 см. Какова величина магнитной индукции в центре контура? Достаточно просто подставить численные значения в известную формулу:

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2R} = \frac{(2000)(4\pi \cdot 10^{-7})(10)}{2(0,1)} = 0,13 \text{ Тл}.$$

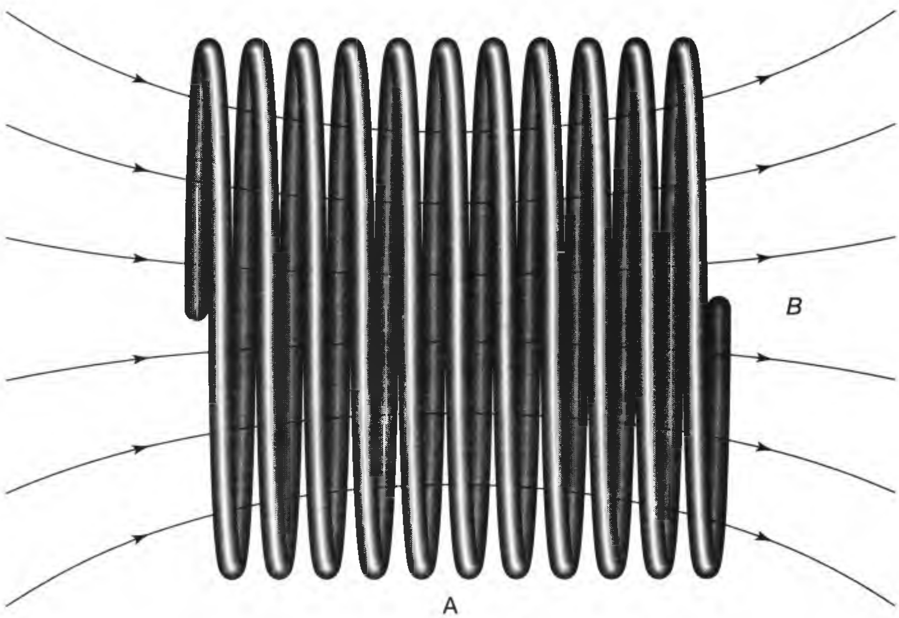
Итак, контур из 2000 витков создает магнитное поле с магнитной индукцией 0,13 Тл.

Создаем однородное магнитное поле с помощью соленоида

Как создать однородное магнитное поле, т.е. такое же, как однородное электрическое поле, образуемое плоскими конденсаторами (см. главу 16)? Для этого нужно соединить друг с другом множество контуров тока, как показано на рис. 18.10.

Если расположить множество контуров друг за другом (как показано на схеме А), то внутри тоннеля, получившегося из этих контуров, образуется однородное магнитное поле (как показано на схеме Б).

Эта новая конструкция, создающая однородное магнитное поле, называется соленоидом. Итак, *соленоид* — это просто множество контуров, расположенных рядом друг с другом, благодаря чему и получается однородное магнитное поле.



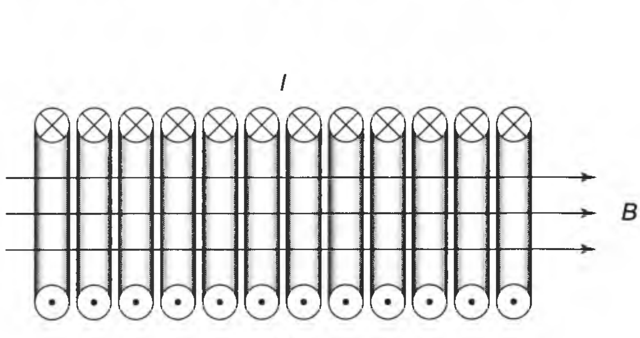


Рис. 18.10. Магнитное поле соленоида

Предположим, что для выполнения эксперимента надо создать однородное магнитное поле с индукцией в 1 Тл, используя соленоид с 100 тыс. витков на метр. Какой должна быть сила тока? Просто подставьте числа:

Какова же величина магнитной индукции поля, генерируемого соленоидом? Если длина соленоида гораздо больше его радиуса, то магнитная индукция поля, генерируемого соленоидом, вычисляется по следующей формуле:

$$B = \mu_0 n I,$$

где n — количество витков на единицу длины соленоида, I — сила тока в каждом витке. Чтобы определить направление вектора магнитной индукции поля, генерируемого соленоидом, следует использовать правило правой руки для контура с током (см. предыдущий раздел).

$$I = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{1}{(4\pi \cdot 10^{-7})(10^5)} = 8 \text{ А}.$$

Итак, для получения нужного магнитного поля потребуется ток силой примерно 8 А.

Глава 19

Усмиряем колебания тока и напряжения

В этой главе...

- Генерируем электрический ток, перемещая проводник
- Ловим магнитный поток
- Определяем направление магнитной индукции по правилу Ленца
- Учитываем индуктивность и емкость при переменном токе
- Вычисляем сопротивление колебательного контура

В этой главе мы приступаем к изучению переменного тока, т.е. электрического тока с переменным напряжением и силой тока. Этот ток обладает необычным сопротивлением, которое зависит от частоты, и называется электрическим импедансом. Но импеданс — это всего лишь один из многих "деликатесов" этой главы. В ней также рассказывается об индуктивном и емкостном сопротивлениях, создаваемых конденсаторами и катушками индуктивности, а также о других свойства электрических цепей с переменным током.

Индуцируем электродвижущую силу

Если попробовать изменить магнитный поток (см. главу 18) через поверхность, ограниченную проводящим контуром, то в нем возникнет электродвижущая сила (э.д.с.), которая пропорциональна скорости изменения магнитного потока. Электрический ток, вызванный этой ЭДС, называется *индукционным током*, а само явление — *электромагнитной индукцией*.

Магнитный поток можно представить, как некое количество линий магнитного поля, проходящих перпендикулярно поверхности.

Попробуем найти э.д.с. электромагнитной индукции проводящего контура со стержнем, движущимся в магнитном поле (рис. 19.1). Напряжение (э.д.с. электромагнитной индукции) индуцируется в стержне именно благодаря движению стержня в магнитном поле. Как результат, в замкнутом проводящем контуре возникнет электрический ток. Пусть металлический стержень имеет длину 1 м и движется со скоростью 100 км/ч (примерно 28 м/с) в магнитном поле 1 Тл. Какое напряжение будет на краях стержня, если он движется под прямым углом к магнитному полю? Надо только подставить значения в следующую формулу:

$$U = vBL = (28)(1)(1) = 28 \text{ В}.$$

Под прямым углом на краях стержня будет напряжение около 28 В. Как получена эта формула?

Создаем напряжение, двигая проводник в магнитном поле

На рис. 19.1 металлический стержень-проводник движется со скоростью v вправо по металлическим направляющим и находится в магнитном поле, направленном от читателя перпендикулярно к плоскости страницы. Что происходит с точки зрения физики?

Электрический заряд q внутри металлического стержня движется в магнитном поле со скоростью v, поэтому на него действует сила:

$$F = qvB,$$

где q— электрический заряд и B — магнитная индукция.

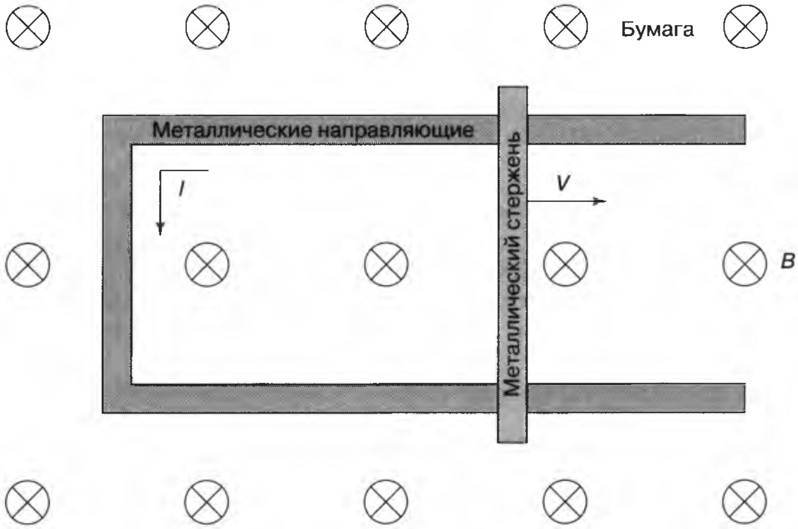


Рис. 19.1. Создание э.д.с. электромагнитной индукции

Именно эта сила индуцирует электрический ток. Ей соответствует напряженность электрического поля E, которая вычисляется по следующей формуле:

$$E = \frac{F}{q}.$$

Работа A по перемещению заряда q на расстояние L в таком электрическом поле определяется формулой:

$$A = FL = qvBL.$$

Откуда получаем формулу для напряжения (см. определение напряжения в главе 16):

$$U = \frac{A}{q} = \frac{qvBL}{q} = vBL.$$

Выражаем напряжение через изменение площади контура

Посмотрим, как меняется площадь контура в примере на рис. 19.1. Пусть за время Δt металлический стержень проходит через магнитное поле расстояние Δx. Можно сказать, что $v = \Delta x/\Delta t$, в результате чего:

$$U = vBL = (\Delta x/\Delta t)BL.$$

Теперь посмотрим, что собой представляет произведение ΔxL. Это расстояние, которое стержень проходит за некоторое время, умноженное на длину этого стержня. Взглянув на рис. 19.2, вы увидите, что ΔxL равно площади ΔS, покрываемой стержнем за время движения (эта площадь заштрихована).

Итак, если стержень за время Δt проходит расстояние Δx, то изменение площади замкнутой области равно $\Delta S = \Delta xL/\Delta t$. Тогда формулу э.д.с. электромагнитной индукции можно записать таким образом:

$$U = B(\Delta S/\Delta t).$$

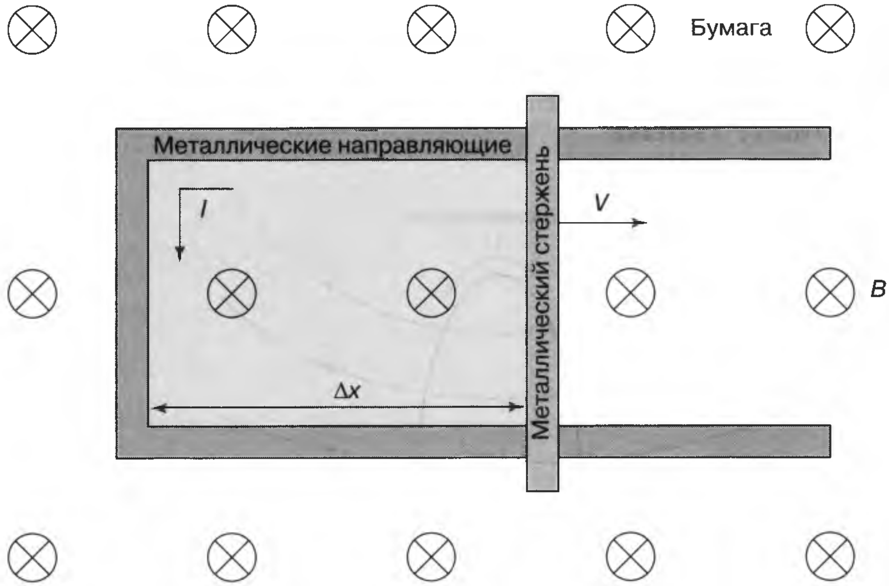


Рис. 19.2. Изменение площади контура, находящегося в магнитном поле, из-за движения стержня

Вычисляем электромагнитную индукцию с помощью закона Фарадея

В предыдущей формуле для вычисления э.д.с. электромагнитной индукции:

$$U = B(\Delta S/\Delta t)$$

величина $B\Delta S$ называется магнитным потоком. *Магнитный поток* — это мера того, какой поток вектора магнитной индукции проходит через некоторую поверхность. Например, при увеличении вдвое магнитной индукции, ее поток также удвоится. Единицей измерения магнитного потока в системе СИ является вебер (Вб), 1 Вб = Тл·м^2, а обозначается магнитный поток греческой буквой **Ф**. (В системе СГС единицей магнитного потока является максвелл (Мкс); 1 Вб = 10^8 Мкс.)

Таким образом, формула э.д.с. индукции:

$$U = B(\Delta S/\Delta t)$$

преобразуется в:

$$U = \Delta\Phi/\Delta t,$$

где изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Delta S/\Delta t$.

Из последней формулы следует, что создаваемая э.д.с. электромагнитной индукции — это скорость изменения магнитного потока. Впрочем, это еще не окончательная формула. Ее обычно пишут со знаком "минус" (об этом знаке, который появляется благодаря правилу Ленца, более подробно говорится в следующем разделе):

$$U = -\Delta\Phi/\Delta t.$$

Знак "минус" означает, что создаваемая э.д.с. электромагнитной индукции в свою очередь создает ток, который будет сопротивляться изменению магнитного потока. Эта формула называется *законом Фарадея*. Обычно в формулировке этого закона используется магнитный поток, проходящий через катушку с N витками.

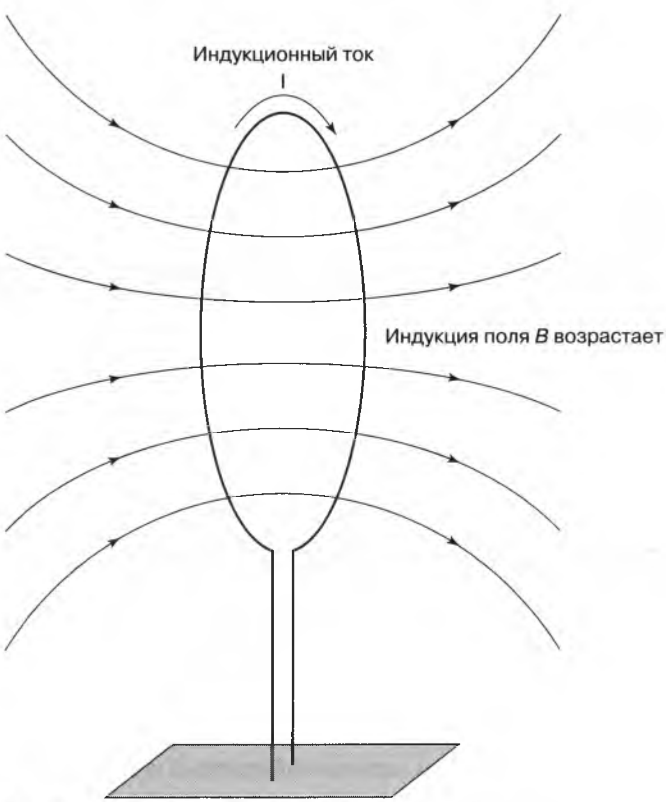


Рис. 19.3. Катушка в неоднородном магнитном поле

Если имеется катушка с N витками и проходящий через нее магнитный поток изменяется, то по закону Фарадея создаваемая в этой катушке э.д.с. электромагнитной индукции вычисляется по формуле:

$$U = -N(\Delta\Phi/\Delta t).$$

Каким образом в катушке меняется магнитный поток, если ее размеры не меняются? Это происходит благодаря изменению либо величины магнитного поля, либо площади поверхности, которую пронизывает магнитное поле. На рис. 19.4 показан вид сверху на катушки, расположенную под углом к вектору магнитной индукции. Таким образом, при изменении угла θ меняется и поток, проходящий через катушку:

$$\Phi = \Phi_{\text{макс}} \cos\theta.$$

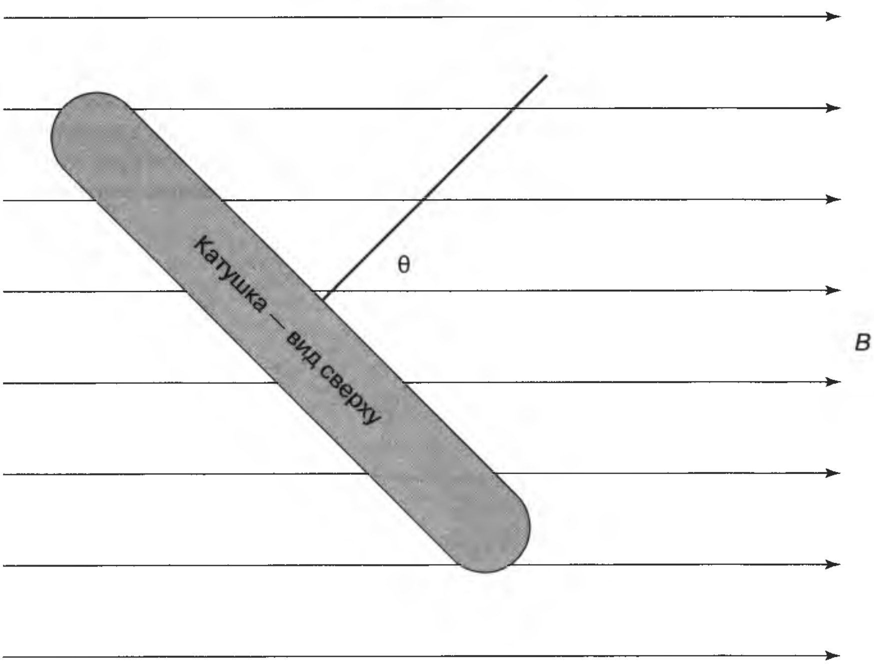


Рис. 19.4. Вид сверху катушки в магнитном поле

ПОМНИ!

Как видите, э.д.с. электромагнитной индукции может создаваться в катушке двумя способами: при изменении величины магнитного поля или при изменении угла между катушкой и линиями магнитной индукции, т.е. площади контура, а значит, и магнитного потока, который пронизывает контур.

Определяем знак с помощью правила Ленца

Когда магнитное поле пронизывает контур, в нем генерируется э.д.с. электромагнитной индукции, т.е. тратится определенная энергия на создание электрического поля. А после его создания вся эта система противится любым изменениям.

Если создать громадное магнитное поле, пронизывающее проволочный контур, а потом внезапно выключить источник магнитного поля, то можно заметить, что проходящее через контур магнитное поле исчезает не сразу, а постепенно. Почему это происходит? Дело в том, что появившаяся э.д.с. электромагнитной индукции заставляет ток течь таким образом, чтобы он сохранял достигнутое стабильное состояние, т.е. сохранял магнитное поле неизменным.

В этом и состоит суть *правила Ленца*: э.д.с. электромагнитной индукции будет действовать так, чтобы полученный в результате ток создавал индуцированное магнитное поле, противодействующее изменению потока.

Пусть пронизывающее контур магнитное поле меняется с течением времени, как показано на рис. 19.5. Тогда э.д.с. электромагнитной индукции будет действовать так, чтобы сохранить существующее положение, т.е. будет создавать *индуцированное магнитное поле*, которое, как показано на рис. 19.5, противодействует увеличению уже имевшегося магнитного поля.

Обратите внимание на направление индукционного тока в контуре. Если направить пальцы правой руки (кроме большого, отставленного в сторону) вдоль витков катушки по ходу движения тока, то большой палец этой руки будет указывать в направлении индуцированного магнитного поля (подробнее о правиле правой и левой руки можно узнать в главе 18). Именно это поле будет противодействовать увеличению магнитного поля, уже приложенного к катушке.

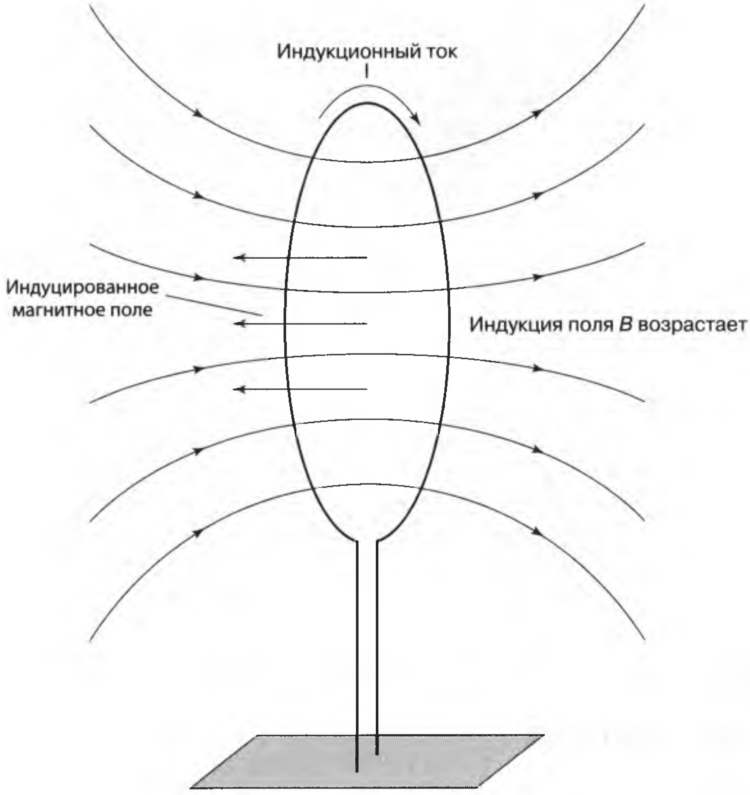


Рис. 19.5. Индуцированное магнитное поле, которое противодействует увеличению имеющегося магнитного поля

Зная правило Ленца, всегда можно определить направление индукционного тока — он направлен так, чтобы сохранить существующее положение. Если магнитный поток увеличивается, то индукционный ток создает индуцированное магнитное поле, которое старается не дать потоку увеличиться. А если магнитный поток уменьшается, то индукционный ток направлен так, чтобы, наоборот, увеличить поток.

Попробуйте проверить только что полученные знания с помощью рис. 19.5. Куда направлен ток, если внешний магнитный поток, пронизывающий контур, увеличивается с течением времени?

Вычисляем индуктивность

Насколько сильно контур может противодействовать изменению идущего через нее магнитного потока? Эта способность к противодействию определяется ее *индуктивностью*. Что это такое?

Если в проводящем контуре течет ток силой I, создающий магнитное поле, то величина магнитного потока Φ, пронизывающего контур, связана с величиной тока следующим образом:

$$\Phi = LI.$$

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью (или, строго говоря, коэффициентом самоиндукции контура. — *Примеч. ред.*). Индуктивность зависит от размеров и формы контура, а также от магнитной проницаемости окружающей среды.

Известный закон Фарадея (см. выше), согласно которому э.д.с. электромагнитной индукции пропорциональна изменению потока через катушку с N контурами-витками

$$U = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

перепишем в несколько другой форме. Изменим эту формулу, введя в нее индуктивность:

$$U = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L_{\text{кат}}\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где $L_{\text{кат}}$ — индуктивность всей катушки с N контурами-витками.

Здесь все N витков катушки пронизывает суммарный магнитный поток $N\Phi$, который пропорционален силе тока I, идущего через катушку, с коэффициентом пропорциональности $L_{\text{кат}}$, т.е. $N\Phi = L_{\text{кат}}I$.

В системе СИ индуктивность измеряется в генри (Гн), 1 Гн = 1 Вб/1 А.

Величина L — это не просто коэффициент пропорциональности, а коэффициент самоиндукции контура. Он показывает, как сильно контур может реагировать на изменение потока. При изменении силы тока, идущего через него, получаем изменение магнитного потока, и чем больше L, тем лучше контур противодействует изменению тока, создавая свой собственный ток. Это значит, что контур может противодействовать внезапным изменениям идущего через него тока, так как его индуктивность старается противодействовать любому изменению потока. По этой причине катушки, используемые в электрических цепях, называются *катушками индуктивности*.

В главе 16 описываются некоторые элементы цепи, работающие с электрическими полями, а именно резисторы и конденсаторы. Теперь к ним добавился еще один тип элемента цепи, а именно катушки индуктивности, которые обладают очень полезным качеством для применения их в электрических цепях. В конденсаторе заряд меняется не мгновенно, а постепенно, что позволяет плавно изменять напряжение в электрических цепях. Аналогично, сила тока, идущего через катушку индуктивности, также меняется не мгновенно, а постепенно, что позволяет плавно изменять ее в электрических цепях.

Изучаем цепи переменного тока и напряжения

Уникальное поведение конденсаторов и резисторов в электрических цепях становится по-настоящему полезным, когда сила тока и напряжение меняются с течением времени — другими словами, когда приходится иметь дело с *переменными токами* и *переменными напряжениями*. Например, электрическое питание из домашней розетки характеризуется переменностью тока и напряжения. В переменном токе направление тока и знак напряжения периодически меняются на противоположные. На рис. 19.6 приведен пример электрической цепи переменного тока (внизу) и график зависимости напряжения от времени (вверху).

Внизу кружок с извилистой линией обозначает источник переменного тока, создаваемое им напряжение показано в верхней части рис. 19.6.

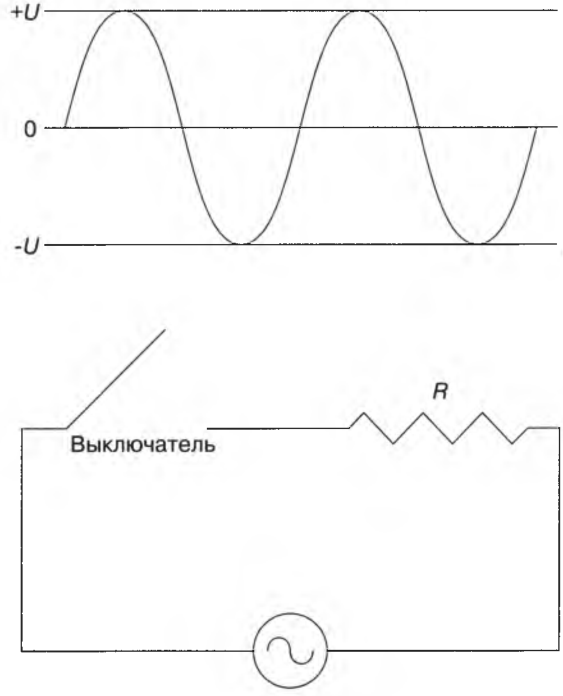


Рис. 19.6. Цепь переменного тока (внизу); в ней направление тока и знак напряжения периодически меняются на противоположные (вверху)

Оцениваем среднюю величину переменного напряжения

На что похоже переменное напряжение? Имеется много способов изменения напряжения с помощью электрических цепей, но самый распространенный способ генерирует синусоидальные колебания, показанные на рис. 19.6, как колебания переменного напряжения из домашней розетки.

Заимствуя кое-какие понятия вращательного движения (см. главу 7), напряжение можно выразить математически:

$$U = U_0 \sin(2\pi f t),$$

где U_0 — максимальное напряжение, f — частота колебаний напряжения (например, 50 Гц для тока из домашней розетки в странах СНГ), а t — время. Что собой представляет ток, создаваемый таким напряжением, если замкнуть выключатель? В цепи, показанной на рис. 19.6, единственным элементом (кроме выключателя, который можно считать простым проводником) является резистор (см. главу 17). Резистор не реагирует на изменение напряжения и силы тока, как это делают конденсаторы и катушки индуктивности. Для резистора не имеет значения, как меняется напряжение. Его сопротивление R остается постоянным и не зависит от скорости изменения напряжения и силы тока. Напряжение U и сила тока I на нем всегда связаны известным законом:

$$U = IR.$$

Поэтому сила тока выражается следующей формулой:

$$I = (U_0/R)\sin(2\pi f t).$$

А как насчет мощности, рассеиваемой в цепи, т.е. мощности, которую резистор рассеивает в виде тепла? Из главы 17 известно, что мощность $P = IU$, но так как напряжение и сила тока меняются с течением времени, то нельзя сказать, что $P = I_0 U_0$. На самом деле *мгновенная мощность* переменного тока $P_{мгн}$ определяется формулой:

$$P_{мгн} = IU = I_0 \sin(2\pi f t) \cdot U_0 \sin(2\pi f t) = I_0 U_0 \sin^2(2\pi f t) =$$
$$= \frac{I_0 U_0}{2} + \frac{I_0 U_0}{2}\cos(2 \cdot 2\pi f t).$$

Поскольку при усреднении за период последнее слагаемое становится равным нулю, то *средняя мощность* переменного тока $P_{средняя}$ равна:

$$P_{средняя} = \frac{I_0 U_0}{2}.$$

Часто эта формула записывается следующим образом:

$$P_{средняя} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = I_{эфф} U_{эфф}.$$

Величины $I_{эфф}$ и $U_{эфф}$ называются *эффективным* (или *действующим*) *значением силы тока* и *эффективным* (или *действующим*) *значением напряжения*.

Нахождение действующих значений тока и напряжения

С помощью действующих значений тока и напряжения можно получить мощность, рассеиваемую в резисторе из электрической цепи, используя для этого одно из следующих выражений (в которых рассеиваемая мощность вычисляется теми же способами, что и для постоянных токов и напряжений):

$$P = I_{эфф}U_{эфф} = I^2_{эфф}R = U^2_{эфф}/R.$$

Резистор имеет дело с переменным током, для которого всегда верна формула $U = IR$, если только U — это напряжение на концах резистора, а I — сила тока, идущего через него. Поэтому если формулой напряжения на концах резистора является:

$$U = U_0\sin(2\pi ft),$$

то идущий через резистор ток вычисляется по формуле:

$$I = (U_0/R)\sin(2\pi ft).$$

Таким образом, если в верхней части рис. 19.7 показано напряжение на концах резистора, тогда в нижней части этого рисунка показана сила тока, идущего через резистор.

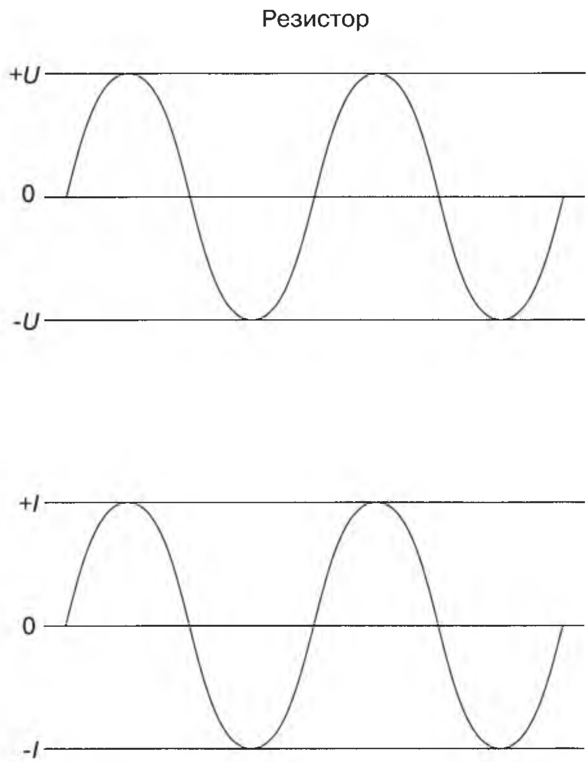


Рис. 19.7. Напряжение и сила тока в резисторе

Это достаточно просто, но как изменение напряжения и силы тока влияет на катушки индуктивности и конденсаторы?

Опережаем напряжение с помощью конденсаторов

На рис. 19.8 показана схема с конденсатором в цепи переменного тока. Из предыдущих разделов известно, что для резисторов в цепи переменного тока $U_{эфф} = I_{эфф}R$. А как связать напряжение на концах конденсатора с идущим через него током?

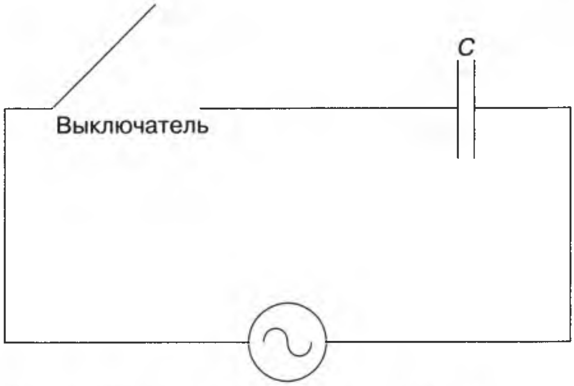


Рис. 19.8. Конденсатор в цепи переменного тока

С помощью следующей формулы:

$$U_{эфф} = I_{эфф}R_C.$$

Оно похоже на прежнюю формулу $U_{эфф} = I_{эфф}R$, но что это еще за параметр R_C? Это *емкостное сопротивление* конденсатора, которое позволяет оценить, насколько при изменении частоты конденсатор может действовать, как резистор. Емкостное сопротивление измеряется в омах, как и сопротивление резистора, а на основе измерений, проведенных во время опытов, стало известно, что:

$$R_C = 1/(2\pi fC),$$

где f и C — это соответственно частота и емкость.

Измеряем силу тока, идущего через конденсатор

Зная приложенное к конденсатору напряжение, можно вычислить силу тока, идущего через него. Пусть емкость конденсатора на рис. 19.8 равна 1 мкФ (1 микрофарада, 1 мкФ = 10^{-6} Ф; подробнее о емкости и их единицах измерения см. главу 16), а эффективное значение подаваемого напряжения равно 12 В. Каким будет ток при частоте 10 Гц и 10^4 Гц? На основе приведенных выше формул:

$$I_{эфф} = 2\pi fCU_{эфф}$$

получаем для 10 Гц:

$$I_{эфф} = 2\pi fCU_{эфф} = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 0{,}75 \cdot 10^{-3}\ А,$$

а для 10^4 Гц:

$$I_{эфф} = 2\pi fCU_{эфф} = 2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 0{,}75\ А.$$

Разница немалая, и все благодаря изменению частоты. Как видите, при работе с конденсаторами (в отличие от резисторов) надо всерьез учитывать частоту.

Смотрим на мгновенные значения

С помощью усредненных (действующих) значений можно эффективно работать с параметрами, мгновенные значения которых меняются с течением времени. Конденсатор попеременно заряжается и разряжается, не тратя энергию на тепло, т.е. в цепи переменного тока конденсатор в итоге не рассеивает попусту энергию (в отличие от резистора). Поскольку ток и напряжение меняются с течением времени, то хорошим показателем того, что происходит, является действующее значение (которое представляет собой среднее значение за период колебания). Именно действующее значение напряжение 220 В указывается на обычной домашней розетке.

Рассмотрим теперь не *эффективное*, т.е. усредненное за какое-то время, значение, а реальное *мгновенное*, т.е. зависящее от времени, значение. На рис. 19.9 показан график напряжения от источника с рис. 19.8. Каким тогда будет график силы тока?

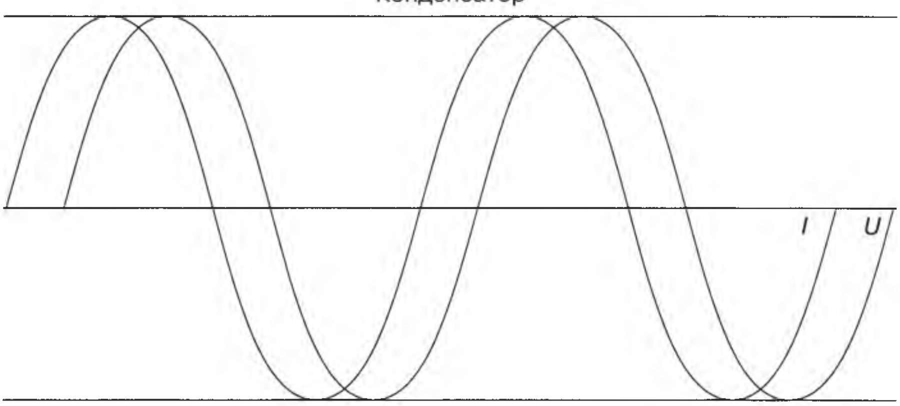


Рис. 19.9. Напряжение и сила тока в цепи с конденсатором

Как видно на рисунке, график силы тока имеет ту же форму, что и график напряжения, но немного сдвинут влево. Так как горизонтальная ось координат обозначает время, то видно, что сила тока достигает пика перед напряжением, или, как говорят физики, *опережает* напряжение. В действительности пиковые значения силы тока находятся на четверть периода впереди напряжения, следовательно, сила тока достигает определенной "высоты", т.е. пикового значения, перед тем как это сделает напряжение. Итак, если:

$$U = U_0 \sin(\omega t)$$

(обратите внимание — вместо $2\pi f$ стоит ω, как в главе 7, когда речь шла об угловом движении), то:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2).$$

СОВЕТ

Вот как можно прокомментировать эти выражения. Пусть сила тока достигла пика и начинает снижаться. Однако пройдя свой пик и уменьшаясь по величине, она пока еще остается положительной, т.е. продолжает накапливать заряд на конденсаторе. А так как напряжение конденсатора $U = Q/C$, где Q и C — это соответственно заряд и емкость, то напряжение продолжает расти, пока сила тока положительная. Только когда сила тока становится отрицательной (после пересечения горизонтальной оси), заряд начинает с конденсатора уходить, и тогда напряжение начинает уменьшаться.

То, что сила тока опережает напряжение, на языке физики звучит так: сила тока и напряжение смещены по *фазе*. В резисторе, где $U = IR$ и нет зависимости от времени, напряжение и сила тока всегда имеют одинаковую фазу. А в конденсаторе, где сила тока опережает напряжение на четверть периода, которая составляет $\pi/2$, сила тока и напряжение смещены по фазе на $\pi/2$. Это явление, наблюдаемое в конденсаторе, можно описать по-другому: сила тока опережает напряжение на $\pi/2$, или напряжение на $\pi/2$ *отстает* от силы тока.

Амплитуды напряжения и силы тока в конденсаторе могут принимать разные значения. На рис. 19.8 эти величины показаны с одинаковой амплитудой, чтобы можно было ясно видеть разность фаз.

Теперь перейдем к математике. Если напряжение, подаваемое на конденсатор, выражается формулой:

$$U = U_0 \sin(\omega t),$$

то, как известно:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2).$$

В тригонометрии $\sin(\omega t + \pi/2) = \cos(\omega t)$, поэтому:

$$I = I_0 \cos(\omega t).$$

Это равенство делает очень наглядной разность фаз в конденсаторе между напряжением и силой тока: эти величины меняются, как соответственно синус и косинус угла ωt, а синус и косинус смещены по фазе на 90°, т.е. на $\pi/2$.

Это равенство можно переписать с использованием U_0, например, так: $I = (U_0/R_C)\cos(\omega t)$.

Отстаем от напряжения с помощью катушек индуктивности

На рис. 19.10 показана волнистая штуковина, похожая на пружину. Так на электрических схемах обозначается катушка индуктивности, которая, подобно конденсаторам, реагирует на переменное напряжение.

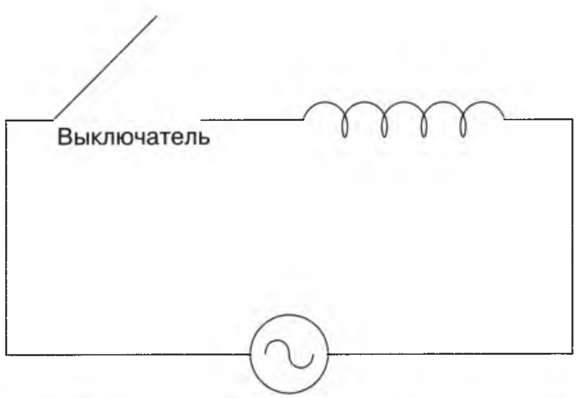


Рис. 19.10. Катушка индуктивности в цепи переменного тока

Как реагирует катушка индуктивности на переменное напряжение? Так же, как и конденсатор:

$$U_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}} R_{\text{C}},$$

но формула, связывающая эффективные значения напряжения и силы тока для катушки индуктивности, имеет такой вид:

$$U_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}} R_{\text{L}}.$$

Что такое R_{L}? Это *индуктивное сопротивление* катушки, которое показывает (во многом так же, как и сопротивление резистора), как сильно будет катушка сопротивляться изменению напряжения. Оно измеряется в омах и, как известно, равно:

$$R_{\text{L}} = 2\pi f L,$$

где L — это индуктивность катушки, измеренная в генри (Гн). Индуктивное сопротивление прямо пропорционально индуктивности, а емкостное сопротивление обратно пропорционально емкости:

$$R_{\text{L}} \propto L,$$

$$R_{\text{C}} \propto 1/C.$$

Как и конденсатор, катушка индуктивности попеременно накапливает электрический заряд и освобождается от него, не рассеивая на тепло никакой энергии в цепи переменного тока. Если напряжение, подаваемое от источника, зависит от времени по формуле:

$$U = U_0 \sin(\omega t),$$

то как себя ведет ток, проходящий через катушку индуктивности? Ответ можно увидеть на рис. 19.11. На этот раз сила тока *отстает* от напряжения, а напряжение, наоборот, *опережает* силу тока, т.е. имеем ситуацию, прямо противоположную той, что наблюдается с конденсатором.

Почему сила тока и напряжение смещены по фазе, причем в направлении, противоположном смещению по фазе у конденсаторов? Посмотрите на график, показанный на рис. 19.11. Когда сила тока достигает своих максимальных и минимальных значений, ее изменение в этих точках равны нулю. Следовательно, напряжение электромагнитной ин-

Рис. 19.11. В катушке индуктивности напряжение опережает силу тока

дукции, которое учитывает все изменения магнитного потока в катушке, в этих точках также равно нулю. Поэтому сила тока и напряжение не совпадают по фазе. Если приложенное к катушке напряжение вычисляется по формуле:

$$U = U_0\sin(\omega t),$$

то из-за отставания силы тока от напряжения ее формула будет такой:

$$I = I_0\sin(\omega t - \pi/2).$$

В катушке индуктивности сила тока *отстает* от напряжения на четверть периода, а это значит, что сила тока достигает определенной высоты, например, своего пикового значения, уже *после* того, как это произойдет с напряжением.

Последнюю формулу еще можно записать таким способом:

$$I = -I_0\cos(\omega t).$$

Это равенство делает очень наглядной разность фаз в катушке индуктивности между силой тока и напряжением: эти величины меняются, как соответственно косинус со знаком "минус" и синус угла ωt, а косинус со знаком "минус" и синус смещены по фазе на 90°, т.е. на $\pi/2$.

Это равенство можно переписать с использованием U_0, например, так: $I = -(U_0/X_L)\cos(\omega t)$.

Боремся с тройным сопротивлением: колебательный контур

На рис. 19.12 показана типичная схема колебательного контура с "тройной угрозой" в одной электрической цепи: резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.

Как оценить общее сопротивление подобной цепи? Теперь в ней нужно учесть сопротивление резистора (см. главу 17), а также емкостное и индуктивное сопротивления (см. предыдущие разделы в этой главе). Верна ли в таком случае формула:

$$U_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}}(R + R_C + R_L).$$

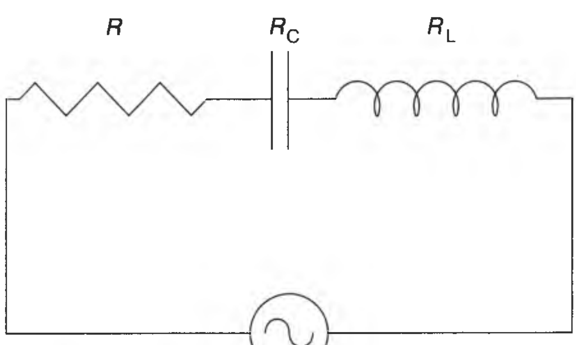


Рис. 19.12. Колебательный контур

Нет, к сожалению, не верна, так как с течением времени напряжение в резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности меняются по-разному и их отдельные напряжения суммировать нельзя. Вместо этого придется ввести новую величину — *импеданс Z* (ее часто называют *комплексным сопротивлением цепи*):

$$U_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}}Z.$$

Чему равен импеданс Z? Он вычисляется с помощью следующей формулы:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}.$$

Пусть $R_L = 16$ Ом, $R_C = 12$ Ом, $R = 3$ Ом, а $U_{\text{эфф}} = 10$ В. Чему равно эффективное значение тока? Сначала находим импеданс Z по формуле:

$$Z = \sqrt{3^2 + (16 - 12)^2} = 5\ \text{Ом}.$$

Затем, используя равенство $U_{\text{действ}} = I_{\text{действ}}Z$, получаем:

$$I_{\text{эфф}} = U_{\text{эфф}}/Z = 10/5 = 2{,}0\ \text{А}.$$

Действующее значение тока равно 2 А.

Кроме того, разность фаз тока и напряжения (т.е. отстает сила тока от напряжения или опережает его) можно определить по следующей формуле тангенса сдвига фазы δ между силой тока и напряжением:

$$\text{tg}\,\delta = (X_L - X_C)/R.$$

Глава 20

Немного света на зеркала и линзы

В этой главе...

- Знакомимся с основами оптики
- Наблюдаем за искривлением света
- Изучаем поведение плоских, вогнутых и выпуклых зеркал
- Смотрим сквозь собирающие и рассеивающие линзы

Эта глава "просветит" читателя, т.е. в ней он познакомится с основами оптики и узнает о том, что происходит со светом в различных условиях и при прохождении разных материалов. Свет искривляется при прохождении границы между воздухом и водой, что можно легко заметить на рыбалке. При прохождении линзы свет либо собирается (что можно заметить при поджигании бумаги с помощью солнечных лучей), либо рассеивается (как в очках для близоруких людей). Здесь также описывается поведение света при отражении от зеркал.

Все о зеркалах

Как известно, свет отражается от зеркал, и законы физики могут многое сказать о том, как это происходит. Рассмотрим типичный случай, показанный на рис. 20.1. Свет падает на зеркало слева и отражается от зеркала вправо. Как видите, свет падает на зеркало под определенным углом к нормали (***нормаль*** — это прямая, проведенная перпендикулярно к поверхности зеркала). Такой угол между линией падения и нормалью называется ***углом падения*** и обозначается $\theta_п$. А угол, под которым свет отражается (т.е. между линией отражения и нормалью), называется ***углом отражения*** и обозначается $\theta_о$.

ПОМНИ!

Согласно *закону отражения*, угол падения равен углу отражения: $\theta_п = \theta_о$.

Иначе говоря, если свет падает на зеркало под углом 30°, то и отражается он под тем же углом 30°.

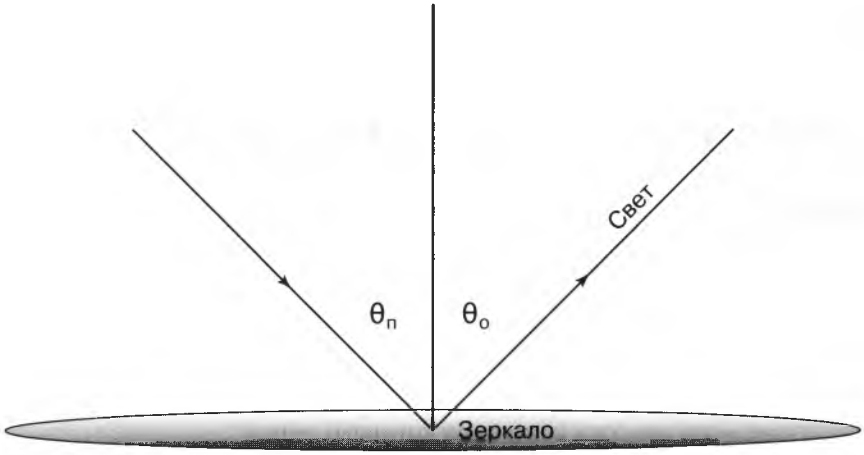


Рис. 20.1. Свет падает и отражается от зеркала под одинаковыми углами

Изучаем преломление света

Рассмотрим случай, показанный на рис. 20.2. Свет падает на стеклянную пластинку под определенным углом θ_1 к нормали (см. предыдущий раздел), а входит в стекло уже под углом θ_2 к нормали.

Преломление света по закону Снелла

Как с точки зрения физики правильно рассчитать такое изменение направления распространения света в стеклянной пластинке? Физикам известно, что углы θ_1 и θ_2 связаны следующей формулой:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_1.$$

Что такое n_1 и n_2? Это так называемые *показатели преломления*. Изменение направления распространения света при пересечении границы между разными веществами называется *преломлением* света. Разные материалы могут обладать разными показателями преломления.

Закон физики, который описывает изменение направления распространения света при пересечении границы между разными веществами, называется *законом Снелла преломления света*. (Он был открыт в начале XVII-го века голландским математиком Виллебрордом Снеллом, или Снеллиусом. — *Примеч. ред.*) Этот закон утверждает, что когда луч света падает под углом θ_1 между падающим на поверхность лучом и нормалью к границе раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2, то угол θ_2 между прошедшим через границу лучом и нормалью к поверхности будет таким, что $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$. Например, показатель преломления воздуха в нормальных условиях 1,0002926 приблизительно равен показателю преломления вакуума 1 (точная величина). В большинстве случаев показатель преломления стекла приблизительно равен 1,5, поэтому можно сказать, что если $\theta_1 = 45°$ для случая, показанного на рис. 20.2, то:

$$1 \cdot \sin 45° = 1{,}5 \cdot \sin\theta_1$$

или

$$\sin\theta_1 = (1\cdot\sin 45°)/1{,}5.$$

С помощью последнего равенства можно найти θ_2:

$$\theta_2 = \arcsin(1\cdot\sin 45°/1{,}5) = 28{,}1°.$$

Получается, что $\theta_2 = 28{,}1°$. Иначе говоря, свет преломляется по отношению к нормали так, как показано на рис. 20.2.

Измеряем глубину водоема на глазок

На рис. 20.2 показан рыбак, который прицелился острогой в рыбу, плавающую в воде. Луч света, отразившись от рыбы, пересекает границу между водой и воздухом и преломляется на ней. Рыбак подсознательно предполагает, что луч света от рыбы идет прямолинейно и поэтому считает, что она находится на кажущейся глубине, показанной на рисунке. Однако это не так.

Воображаемую и настоящую глубину можно связать следующим равенством:

$$\text{Кажущаяся глубина} = (\text{Настоящая глубина})\cdot(n_2/n_1).$$

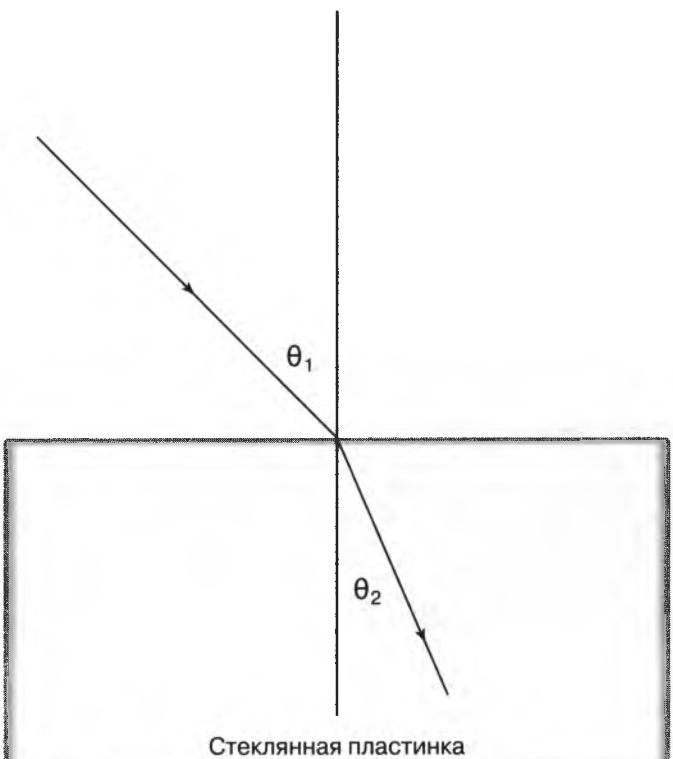


Рис. 20.2. Преломление света на границе между воздухом и стеклянной пластинкой

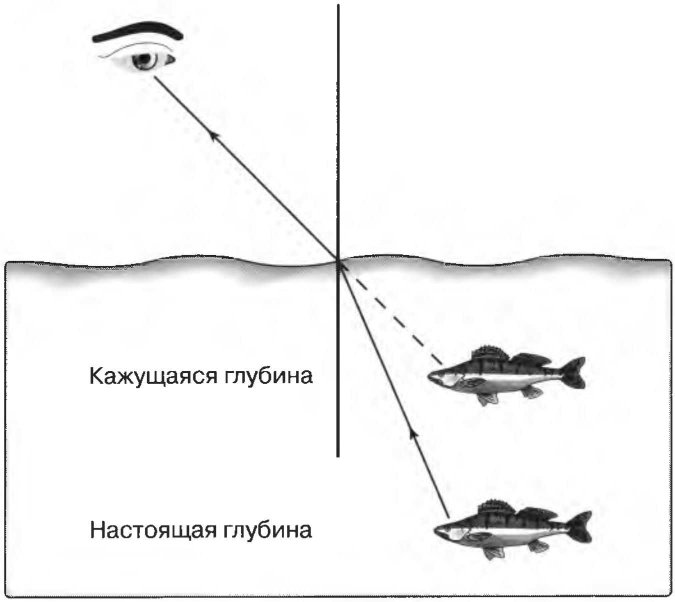


Рис. 20.3. Кажущаяся глубина — это подсознательная реконструкция вдоль преломленного луча

Не забывайте, что n_1 — это показатель преломления материала, из которого свет выходит (в данном случае это вода), а n_2 — показатель преломления материала, в который света входит (в данном случае это воздух).

Например, если рыбаку кажется, что рыба находится на глубине 2 м, а показатель преломления воды примерно равен 1,33 (у воздуха он равен 1), тогда:

$$\text{Настоящая глубина} = (\text{Кажущаяся глубина})(1{,}33/1).$$

> **Преломление и скорость света**
>
> Показатель преломления материала в действительности является отношением скорости света в вакууме, деленной на скорость света в материале:
>
> n = (скорость света в вакууме)/(скорость света в материале).
>
> Итак, когда говорят, что показатель преломления стекла равен 1,5, то подразумевают — свет "путешествует" через стекло в 1,5 раза медленнее.

Итак, подставив в формулу числа, получаем:

$$\text{Настоящая глубина} = (2)\cdot(1{,}33/1) = (2)\cdot(1{,}33) = 2{,}66\ \text{м}.$$

В действительности рыба находится на глубине 2,66 м.

Всего лишь зеркала и ничего более

В повседневной жизни зеркала окружают нас всюду. Что происходит, когда мы смотрим на них? На рис. 20.4 показан пример отражения света в плоском зеркале. Некий объект находится перед зеркалом, а свет от него, отразившись от зеркала, попадает в глаз. Впрочем, с точки зрения глаза свет пришел от объекта, расположенного *за зеркалом*, причем на том же расстоянии от зеркала, что и настоящий объект, находящийся перед зеркалом. Однако на самом деле никакого объекта за зеркалом нет, поэтому изображение в зеркале называют *мнимым* изображением действительного объекта.

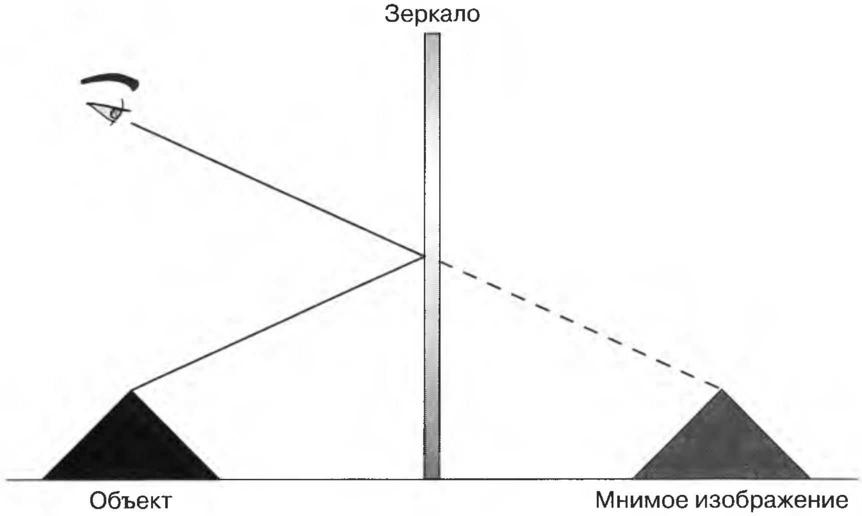


Рис. 20.4. Плоское зеркало создает мнимое изображение для глаза

С плоским зеркалом все легко и просто. Но что происходит в случае отражения света в искривленном зеркале?

Увеличиваем объект с помощью вогнутого зеркала

Для анализа отражения света от искривленного зеркала придется приложить гораздо больше усилий. Обратите внимание на зеркало, показанное на рис. 20.5. Оно имеет *вогнутую* форму, т.е. похоже на часть внутренней стороны сферы.

СОВЕТ

Вогнутое зеркало легко представить, если вспомнить внутреннюю форму обыкновенной чашки, подобную “вогнутому” зеркалу.

Итак, что же происходит, если поместить объект рядом с вогнутым зеркалом?

Для вогнутых зеркал особую важность представляют две точки: центр кривизны и фокус, обозначаемые соответственно как C и F. Точка C располагается на горизонтальной оси CF на расстоянии, равном радиусу кривизны R сферической поверхности, частью которой является зеркало.

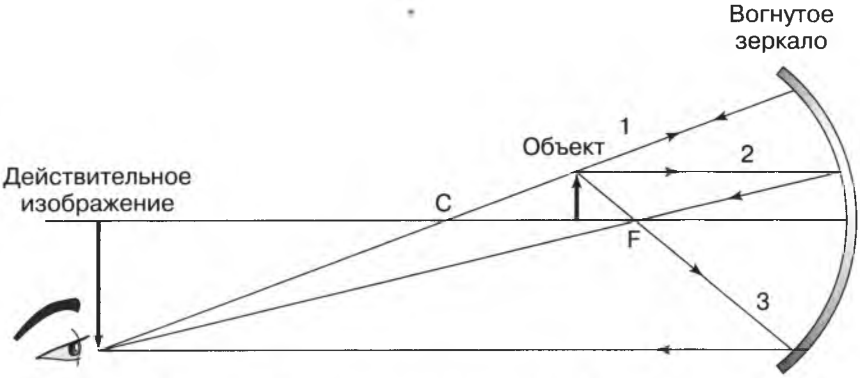


Рис. 20.5. Вогнутое зеркало с объектом, расположенным между центром кривизны и фокусом

В точке F фокусируются (т.е. собираются) лучи света, падающие в зеркало параллельно горизонтальной оси CF (на небольшом расстоянии от нее). Для вогнутого зеркала $f = R/2$, где f — это расстояние от зеркала до точки F по горизонтальной оси CF. На рис. 20.5 объект показан между центром кривизны сферической поверхности и фокусом зеркала. Где появится изображение объекта в этом случае? Для этого потребуются дополнительные сведения, т.е. физические формулы.

Строим схемы хода лучей света

Чтобы найти изображение объекта, размещенного между центром кривизны и фокусом, используем три луча света, показанные на рис. 20.5 и обозначенные цифрами 1, 2 и 3. Эти три луча света выходят из объекта, отражаются от зеркала и пересекаются на изображении объекта. Вот как проходят эти лучи от объекта до его изображения в зеркале:

- ✓ **луч 1** выходит из объекта, отражается от зеркала и проходит через центр кривизны;
- ✓ **луч 2** выходит из объекта горизонтально по направлению к зеркалу, отражается от него и проходит через фокус;
- ✓ **луч 3** идет из объекта через фокус, отражается от зеркала и идет параллельно горизонтальной оси.

Точка пересечения трех лучей и является местом, где находится изображение. На рис. 20.5 можно видеть, что изображение находится за центром кривизны; по сравнению с самим объектом оно является обратным (перевернутым) и увеличенным. Так как изображение находится по ту же сторону от зеркала, что и объект, оно называется *действительным изображением*. В месте появления действительного изображения можно поместить экран, на котором будет фокусироваться лучи света от объекта, создавая, таким образом, его изображение.

Теперь рассмотрим противоположный случай — когда объект находится далеко от центра кривизны (рис. 20.6). Где изображение окажется на этот раз? Воспользуемся теми же тремя лучами, как показано на рис. 20.6. Сейчас изображение располагается между центром кривизны и фокусом; оно прямое (не перевернутое), имеет уменьшенные размеры и тоже является действительным изображением.

Есть ли еще другие варианты размещения объекта? Да, объект может находиться еще ближе к зеркалу — между фокусом и самим зеркалом (как показано на рис. 20.7). Если проанализировать ход тех же трех лучей, то можно обнаружить, что они пересекаются не перед зеркалом, а, как видно на рисунке, за ним. Дело в том, что это изображение является *мнимым*: в действительности для его создания лучи света не пересекаются. На самом деле лучи, отражающиеся от зеркала, кажутся идущими от мнимого изображения, расположенного за зеркалом.

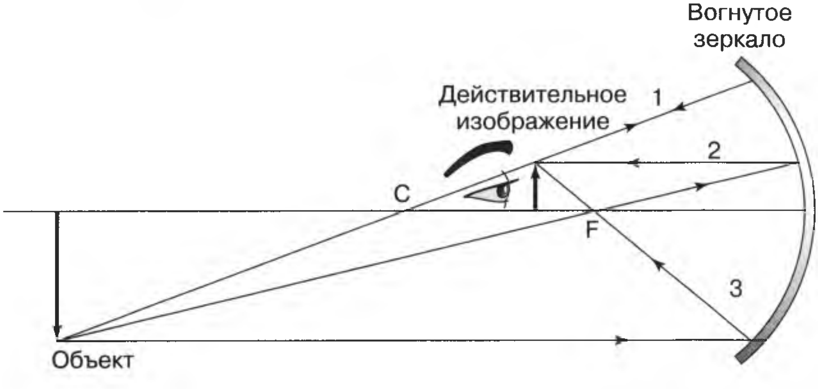


Рис. 20.6. Вогнутое зеркало с объектом, расположенным за центром кривизны

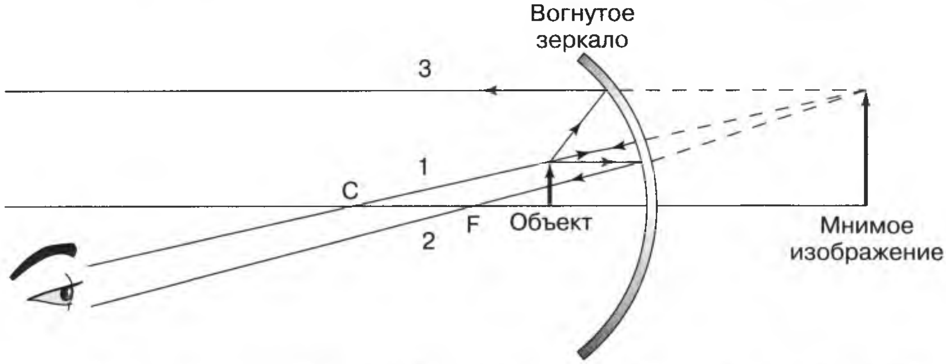


Рис. 20.7. Вогнутое зеркало с объектом, расположенным между самим зеркалом и фокусом

Анализируем ход лучей

При наличии формул можно легко вычислить место, где появится изображение объекта, полученное с помощью вогнутого зеркала. На рис. 20.8 показаны две схемы отражения объекта в зеркале.

Введем следующие обозначения для некоторых наиболее важных величин:

- ✓ $h_о$ — высота объекта;
- ✓ $h_и$ — высота изображения;
- ✓ $d_о$ — расстояние до объекта;
- ✓ $d_и$ — расстояние до изображения.

Составим формулу, связывающую все эти величины, обращая внимание на то, что все треугольники, показанные на схеме А (рис. 20.8), являются подобными, и что все треугольники, показанные на схеме Б того же рисунка, также являются подобными. Как известно, у подобных треугольников одинаковые углы, а соотношения длин сторон сохраняются.

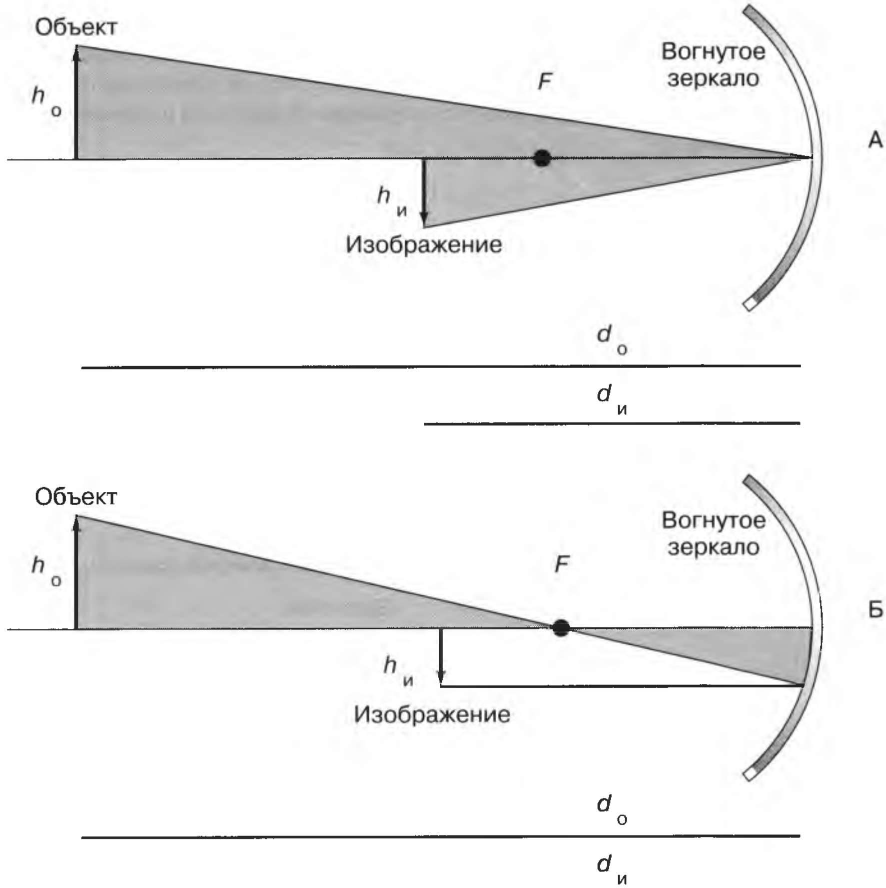


Рис. 20.8. Схемы определения формулы отражения света в зеркале

Из схемы А, согласно закону отражения (угол падения равен углу отражения), можно вывести следующее соотношение:

$$h_\text{о}/h_\text{и} = d_\text{о}/d_\text{и}.$$

Аналогично, из схемы Б получаем, что:

$$h_\text{о}/h_\text{и} = (d_\text{о} - f)/f.$$

Приравняв правые части этих равенств, получаем:

$$d_\text{о}/d_\text{и} = (d_\text{о} - f)/f.$$

Иначе говоря, имеем:

$$1/d_\text{о} + 1/d_\text{и} = 1/f.$$

Эта так называемая *формула сферического зеркала*; она связывает расстояние от предмета до зеркала и фокусное расстояние с расстоянием между зеркалом и образуемым изображением. Если изображение мнимое (образуется за пределами зеркала), то значение $d_\text{и}$ будет отрицательным.

Допустим, что представители косметической компании предлагают создать зеркало для ванной, в котором люди выглядели бы больше, чем на самом деле, но чтобы полученное изображение не было обратным.

Попробуем решить эту задачу с помощью рис. 20.7. Если расположить лицо между зеркалом и фокусом, то в зеркале можно будет наблюдать увеличенное мнимое изображение. Допустим, что лицо находится на расстоянии 12 см от зеркала, зеркало имеет радиус кривизны 40 см, т.е. имеет фокусное расстояние 20 см. Где же появится мнимое изображение? Воспользуемся уже известной нам формулой:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f.$$

Подставив в нее числа, получим:

$$1/12 + 1/d_и = 1/20.$$

Решением полученного уравнения будет $d_и = -30$ см.

Теперь смело можно сказать представителям косметической компании, что при использовании зеркала с радиусом кривизны 40 см изображение появится на расстоянии –30 см.

Предположим, что, выслушав вас, они переглянутся и спросят: "Ну а как насчет *увеличения*?" Хороший вопрос.

Вычисляем увеличение вогнутого зеркала

Увеличение m зеркала — это отношение высоты изображения и высоты объекта, т.е. $h_и/h_о$. Именно этот параметр зеркала больше всего интересует представителей косметической компании.

Поскольку

$$h_о/h_и = d_о/d_и,$$

то, таким образом, получим:

$$m = d_и/d_о.$$

Следует отметить, что если увеличение положительное, то изображение *прямое*, а если отрицательное, то — *обратное*. Итак, каким будет увеличение косметического зеркала, разработанного в предыдущем разделе? Итак, изображение появляется на расстоянии –30 см, когда высота объекта равна 12 см, поэтому:

$$m = 30/12 = 2{,}5.$$

Итак, если лицо находится на расстоянии 12 см от зеркала, то увеличение зеркала равно 2,5.

Уменьшаем объект с помощью выпуклого зеркала

Выпуклое зеркало похоже на часть наружной поверхности зеркальной сферы (рис. 20.9). Как описать его свойства с точки зрения физики?

Никаких проблем. Опять, как и в случае вогнутого зеркала в предыдущем разделе, следует использовать три луча. Разница лишь в том, что в выпуклом зеркале изображение всегда мнимое, а фокус и центр кривизны зеркала всегда располагаются по ту сторону зеркала, где нет объекта.

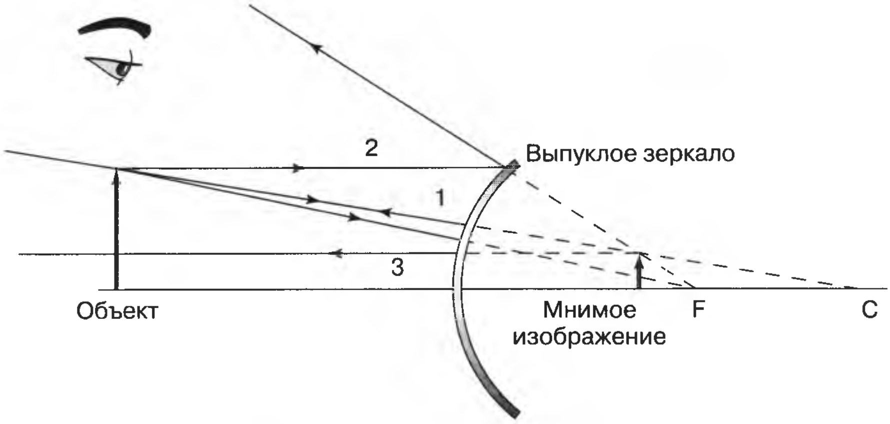


Рис. 20.9. Получение формулы выпуклого зеркала

На рис. 20.9 показано, что полученное изображение является мнимым (находится за зеркалом), прямым и уменьшенным. Это утверждение легко проверить с помощью любой выпуклой блестящей поверхности, например с помощью металлической салатницы. Посмотрите на свое отражение в салатнице (с ее наружной стороны), и вы увидите свое уменьшенное (и немного искаженное) изображение.

Для выпуклых зеркал можно использовать ту же формулу зеркала, которая была получена ранее для вогнутых зеркал. Не забывайте только вот о чем: поскольку фокус располагается за зеркалом, то величина f является отрицательной. Допустим, что имеется выпуклое зеркало с фокусным расстоянием –20 см, а объект находится перед зеркалом на расстоянии 35 см. Где появится изображение? Достаточно в формулу зеркала:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f$$

подставить значения:

$$1/35 + 1/d_и = 1/(-20).$$

Решением полученного уравнения будет:

$$d_и = -12{,}7 \text{ см}.$$

Изображение появится по другую сторону зеркала на расстоянии 12,7 см. А увеличение? Из предыдущего раздела известно, что:

$$m = d_и/d_о = -12{,}7/35.$$

Таким образом, получим:

$$m = -0{,}36.$$

Мнимое изображение будет прямым, уменьшенным с коэффициентом 0,36 и расположенным по другую сторону от зеркала на расстоянии 12,7 см. Итак, мы овладели некоторыми секретами зеркал, но чтобы постичь оптику и стать настоящим "хозяином" ее законов, нужно познакомиться еще со многими другими явлениями.

Смотрим сквозь линзы

Кроме зеркал, другими оптическими элементами, с которыми вы сталкиваетесь каждый день, являются линзы. *Линзы* специально делаются для того, чтобы искривлять проходящий через них свет, фокусируя его и создавая изображения. И подобно зеркалам, линзы могут создавать действительные и мнимые изображения. Здесь мы рассмотрим линзы двух видов: собирающие и рассеивающие.

Увеличиваем объект с помощью собирающих линз

Собирающая линза отклоняет лучи света по направлению к горизонтальной оси. Луч света от объекта, расположенного по одну сторону линзы, фокусируется в действительное изображение, расположенное по другую ее сторону. Наверняка вам приходилось рассматривать мелкие объекты, например насекомых, используя увеличительное стекло? Это увеличительное стекло и является собирающей линзой.

Строим схему хода лучей в линзе

Схемы лучей применяются к линзам во многом так же, как и к зеркалам. На рис. 20.10 показана типичная схема хода лучей в собирающей линзе.

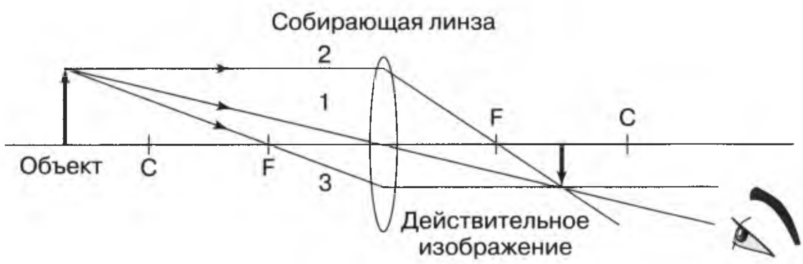


Рис. 20.10. Собирающая линза с объектом, расположенным за центром кривизны

Чтобы найти изображение объекта, размещенного дальше радиуса кривизны, снова используем три луча света, которые пронумерованы на рис. 20.10 цифрами 1, 2 и 3. Эти три луча света выходят из объекта, проходят сквозь линзу и пересекаются на изображении объекта. Вот как проходят эти лучи от объекта до его изображения в линзе:

- ✓ **луч 1** выходит из объекта и проходит через центр линзы;
- ✓ **луч 2** выходит из объекта горизонтально по направлению к линзе, а затем проходит через фокус;
- ✓ **луч 3** идет из объекта через фокус, затем проходит через линзу и идет параллельно горизонтальной оси.

Пользуясь этими сведениями, теперь можно создать схему хода лучей для случая, показанного на рис. 20.10, когда объект находится дальше радиуса кривизны. Как известно, радиус кривизны $R = 2f$, где f — это фокусное расстояние. В этом случае получается уменьшенное действительное обратное изображение. Поскольку в реальных линзах часто используется несферическая поверхность, то радиус кривизны в них лишь приблизительно равен $2f$, но для малых линз эти два значения достаточно близки.

Допустим, что объект находится между центром кривизны C и фокусом F, как показано на рис. 20.11. Каким будет изображение объекта? Чтобы найти его, снова используем три луча света: в результате получится увеличенное действительное обратное изображение.

Рассмотрим последний случай, когда объект находится к линзе ближе, чем фокусное расстояние, как показано на рис. 20.12. В таком случае с помощью лучей 1 и 2, показанных на том же рисунке, можно определить, что получится мнимое прямое и увеличенное изображение (именно так и работают увеличительные стекла). На всех схемах хода лучей видно, что все три луча сходятся вместе, создавая изображение.

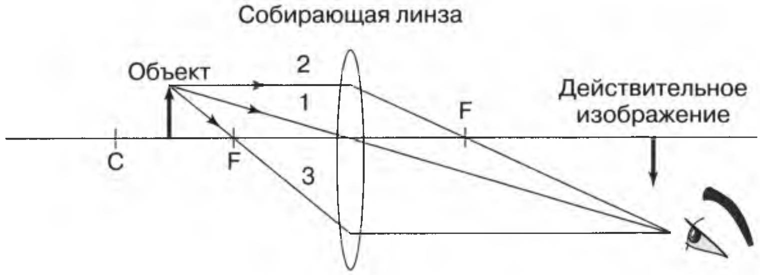


Рис. 20.11. Собирающая линза с объектом, расположенным в пределах радиуса кривизны, но дальше фокусного расстояния

Рис. 20.12. Собирающая линза с объектом, расположенным к ней ближе фокусного расстояния

ПОМНИ!

Мнимые изображения отличаются тем, что в том месте, где находится такое изображение, на самом деле никакие лучи света не сходятся. Если поместить там экран, то на нем нельзя будет увидеть никакого изображения. Изображение является мнимым, т.е. чтобы его увидеть, надо смотреть сквозь линзу — в ней-то и будет видно это изображение.

Выводим формулу линзы

Как рассчитать, где все-таки находится изображение объекта, рассматриваемого через линзу? Для этого используется *формула тонкой линзы*. Она похожа на формулу зеркала и может быть выведена тем же способом:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f,$$

где $d_о$ и $d_и$ — соответственно расстояния от линзы до объекта и изображения, а f — фокусное расстояние.

Это равенство соблюдается для *тонких* линз (в противном случае форма линз, которая для этой формулы предполагается сферической, приводит к так называемой *сферической аберрации*). Обратите внимание, что если изображение мнимое, то значение $d_и$ будет отрицательным.

Допустим, что нужно рассмотреть почтовую марку с помощью увеличительного стекла с собирающей линзой с фокусным расстоянием 5 см, которую удобно держать на расстоянии 3 см от марки. Где появится мнимое изображение? Все, что надо сделать: это в предыдущую формулу

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f$$

подставить значения

$$1/3 + 1/d_и = 1/5.$$

Решением полученного уравнения будет $d_и = -7{,}5$ см. Отрицательное расстояние до изображения означает, что изображение мнимое. Как показано на рис. 20.12, оно будет увеличенным и прямым.

Раз уж мы работаем с увеличительным стеклом, то попробуем найти его увеличение.

Вычисляем увеличение линзы

Найти увеличение собирающей линзы нетрудно. Как и для зеркал, его можно вычислить по следующей формуле:

$$m = d_и/d_о.$$

Если увеличение отрицательное, то действительное изображение по отношению к объекту будет обратным, а если увеличение положительное, то действительное изображение будет прямым. Для мнимых изображений все наоборот, поскольку нужно учитывать отрицательный знак координаты мнимого изображения.

Чему же равно увеличение линзы из примера в предыдущем разделе? Как известно, $d_о = 3$ см и $d_и = -7{,}5$ см, поэтому:

$$m = d_и/d_о = -7{,}5/3 = -2{,}5.$$

Увеличение для почтовой марки, расположенной в 3 см от увеличительного стекла, будет равно −2,5.

Вот еще один пример. Допустим, что надо получить действительное увеличенное изображение, чтобы спроецировать его на экран. Для этого можно использовать проектор с подсветкой слайдов, которые проецируются на экран, расположенный в 1 м от линзы проектора. В данном случае нужно использовать схему на рис. 20.11, когда объект находится в пределах радиуса кривизны (равного $2f$), но дальше фокусного расстояния (равного f).

Предположим, что слайд находится в 10 см от линзы. Каким должно быть ее фокусное расстояние? Воспользуемся известной формулой тонкой линзы:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f.$$

Подставив в эту формулу значения, получим:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/0{,}1 + 1/1 = 1/f.$$

Иначе говоря, получим:

$$10 + 1 = 11 = 1/f$$

или

$$f = 1/11 = 9\,см.$$

Таким образом, фокусное расстояние нужной вам линзы примерно равно 9 см.

Уменьшаем объект с помощью рассеивающей линзы

Собирающие линзы фокусируют световые лучи по направлению к горизонтальной оси, а *рассеивающие линзы*, наоборот, "расфокусируют" их от этой оси. На рис. 20.13 показана схема хода лучей в рассеивающей линзе, согласно которой образуется мнимое прямое уменьшенное изображение.

помни!

Рассеивающая линза всегда создает мнимое прямое уменьшенное изображение объекта.

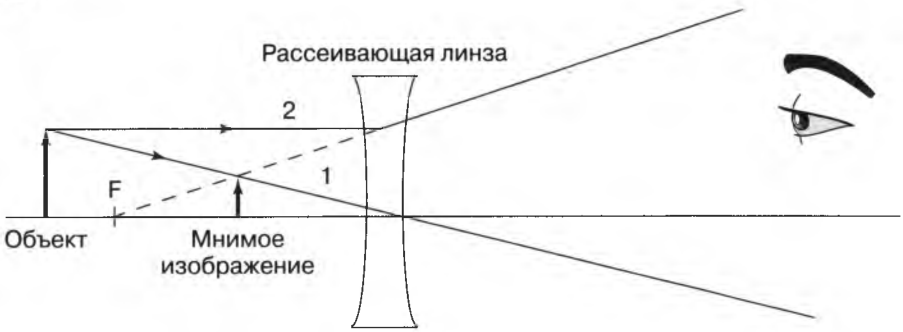


Рис. 20.13. Создание мнимого изображения с помощью рассеивающей линзы

Можно ли здесь применить известную нам формулу тонкой линзы, как для собирающих линз? Конечно можно, надо только помнить, что фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательно, как у выпуклого зеркала.

Допустим, что объект находится на расстоянии 4 см от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием –10 см. Где появится изображение? Возьмем формулу тонкой линзы:

$$1/d_о + 1/d_и = 1/f$$

и подставим в нее имеющиеся данные:

$$1/0{,}04 + 1/d_и = -1/0{,}01.$$

После несложных преобразований получим:

$$d_и = -2{,}9\,см.$$

Обратите внимание, что изображение находится к линзе ближе, чем фокус, и на отрицательном расстоянии, следовательно, изображение мнимое (рис. 20.13). Чему равно увеличение этой линзы? Воспользуемся той же формулой увеличения, которая применялась для собирающих линз (см. предыдущий раздел):

$$m = -d_и/d_о.$$

Подставив в нее числа, получим:

$$m = -2,9/4 = -0,7.$$

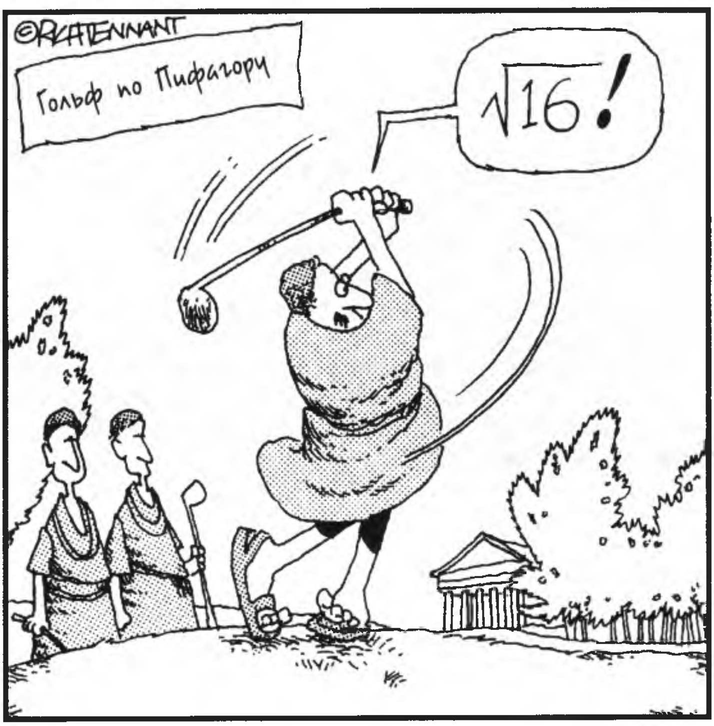
СОВЕТ

Отрицательное увеличение означает, что данное мнимое изображение по отношению к объекту является прямым. Кроме того, увеличение меньше 1, т.е. по своим размерам мнимое изображение меньше объекта.

Часть VI

Великолепные десятки

The 5th Wave Рич Теннант



В этой части...

В части VI изложение физики уже не так просто удержать в руках, ведь излагаемые факты и теории поистине невероятны. Здесь описываются 10 концепций Альберта Эйнштейна, связанных с замедлением времени, сокращением длины, формулой $E = mc^2$ и т.д. Кроме того, здесь представлены 10 замечательных физических фактов, которые можно наблюдать в совершенно неожиданных местах, начиная с Земли и заканчивая дальними уголками космоса. Они относятся к самым разным темам: от "черных дыр", "Большого взрыва" и до "червоточин" пространства.

Глава 21

Десять удивительных догадок теории относительности

В этой главе...

- Наблюдаем за поведением света на высоких скоростях
- Измеряем время и длину в пространстве
- Изучаем точку зрения Эйнштейна на вещество и энергию
- Проливаем свет на Солнце и скорость света
- Ищем связь между теориями Эйнштейна и Ньютона

В этой главе описываются 10 удивительных физических фактов, относящихся к специальной теории относительности Эйнштейна. Строго говоря, эти физические сведения, в действительности, не являются "фактами", потому что они, как и все остальные физические знания, однажды могут быть опровергнуты. Впрочем, специальная теория относительности была проверена тысячами способов и до сих пор не утратила своей ценности. С ее помощью можно сделать множество "эффектных" выводов. Например, вещество и энергия, оказывается, могут превращаться друг в друга, что описывается самой знаменитой (возможно) физической формулой:

$$E = mc^2.$$

Кроме того, оказывается, что при скорости, близкой к скорости света, время замедляется, а длина уменьшается. Обо всем этом рассказывается в данной главе. После знакомства с идеями Альберта Эйнштейна пространство и время уже трудно воспринимать как нечто неизменное.

У природы нет любимчиков

Много лет назад Эйнштейн утверждал, что в каждой инерциальной системе отсчета законы физики одинаковы. Если в инерциальной системе отсчета сумма всех сил, действующих на объект, равна нулю, то объект или остается неподвижным, или движется с постоянной скоростью. Другими словами, *инерциальной* называется система отсчета с нулевым ускорением. В ней соблюдается первый закон Ньютона: неподвижный объект продолжает быть неподвижным, а объект, движущийся равномерно, продолжает двигаться равномерно.

Неинерциальными являются вращающиеся или как-то по-другому ускоренные системы отсчета.

Попросту говоря, Эйнштейн сказал, что каждая из инерциальных систем отсчета хороша. С точки зрения физики среди систем отсчета для природы нет любимчиков. Чтобы проверить это, можно провести серию одинаковых физических экспериментов в неподвижной лаборатории и в равномерно движущемся железнодорожном вагоне (рис. 21.1).

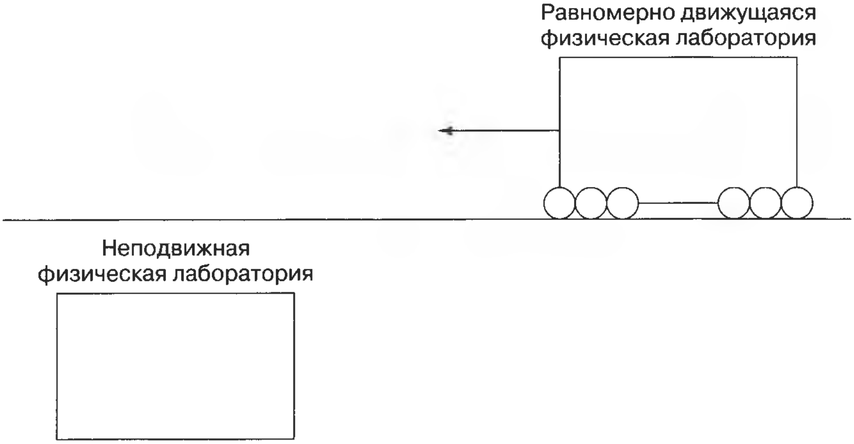


Рис. 21.1. Законы физики одинаковы, как в равномерно движущейся, так и в неподвижной физической лаборатории

Никто не увидит разницы в законах физики в обеих лабораториях. Ни один из экспериментов не даст возможность отличить две инерциальные системы отсчета, одна из которых неподвижна, а другая движется.

Скорость света постоянна и не зависит от скорости его источника

Очень тяжело сравнивать скорости машин, мчащихся по магистрали, не говоря уже о сравнении скоростей, близких к скорости света. Для большинства людей является довольно неожиданным фактом то, что скорость света постоянна, независимо от скорости движения измерительного прибора.

Предположим, что пассажир движущегося поезда, опустошив банку с напитком, бросает ее из вагона по ходу поезда и наблюдает за ней с помощью фонарика. Относительно поезда банка будет двигаться не слишком быстро, допустим, что со скоростью 10 км/ч, а свет фонарика — гораздо быстрее, а именно со скоростью, приблизительно равной 1079022156 км/ч.

Пусть поезд движется относительно неподвижного наблюдателя на перроне со скоростью 70 км/ч. Тогда банка, получив эту дополнительную скорость, пролетит мимо неподвижного наблюдателя со скоростью 80 км/ч. Ну и что? А то, что для света закон сложения скоростей имеет другой вид, и скорость света из фонарика относительно неподвижного наблюдателя будет всегда постоянной и приблизительно равной 1079022156 км/ч. Причем независимо от того, в каком направлении (по ходу или против хода поезда) пассажир светит фонариком.

Замедление времени при высоких скоростях

Представьте себе, что вы любуетесь звездным небом, а тут мимо вас “с ветерком” проносится ракета с астронавтом (рис. 21.2). Как утверждает специальная теория относительности Эйнштейна, события на космическом корабле происходят медленнее. Иначе говоря, для неподвижного наблюдателя время течет более быстро, чем время тех же событий, измеряемое астронавтом. Другими словами, наблюдателю на Земле кажется, что время замедляется, или “растягивается”.

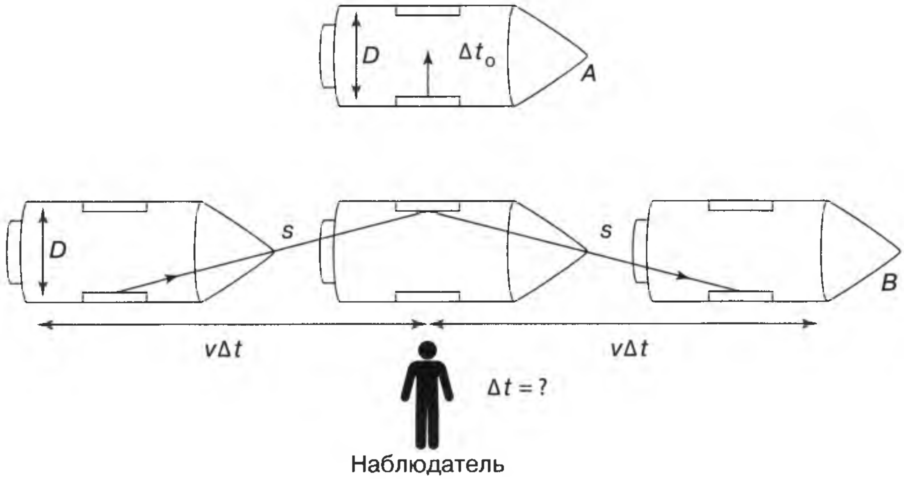


Рис. 21.2. Замедление времени для земного наблюдателя за ракетами

Чтобы понять, как это может быть, посмотрите на схему А на рис. 21.2. На ней показаны специальные часы, в которых происходит периодическое отражение луча света от двух зеркал, которые вмонтированы во внутренние стенки ракеты на расстоянии D друг от друга. Астронавт может измерять время в интервалах, за которые свет проходит от одного зеркала другому. Но с вашей точки зрения, время ведет себя по-другому. Вы видите, как ракета проносится мимо вас, поэтому свету надо преодолеть не только расстояние D — ему надо также “учесть” дополнительное расстояние, проходимое ракетой в горизонтальном направлении.

Космические путешественники стареют медленнее

Те, кто путешествуют в космосе с околосветовыми скоростями, стареют заметно медленнее тех, кто остался на Земле. Только не говорите об этом своим богатым родственницам, одержимым погоней за красотой. Понаблюдаем за астронавтом, который движется со скоростью $0{,}99c$, где c — это скорость света. Пусть для астронавта промежутки между очередными сигналами часов равны 1,00 секунде. Однако, согласно теории относительности, каждая секунда, прошедшая на ракете и измеренная астронавтом, по измерениям неподвижного наблюдателя на Земле равна 7,09 секундам.

Это явление имеет место даже при меньших скоростях. Рассмотрим реактивный самолет, который летит со скоростью 840 км/ч. Впрочем, скорость самолета настолько мала по сравнению со скоростью света, что релятивистский (т.е. относящийся к теории относительности) эффект практически незаметен, и путешествие должно продолжаться около 100000 лет, чтобы часы неподвижного наблюдателя и часы пилота стали показывать разницу в 1 секунду.

Физики провели этот эксперимент с реактивными самолетами и сверхчувствительными цезиевыми атомными часами, способными измерять время до $1{,}0 \cdot 10^{-9}$ секунд. Полученные ими результаты очень точно соответствовали предсказаниям специальной теории относительности.

Уменьшение длины при высоких скоростях

Оказывается, не только события на космических кораблях происходят медленнее (см. предыдущий раздел), но сама длина корабля меняется! Действительно, длина движущегося космического корабля, согласно измерениям на Земле, будет отличаться от его длины в состоянии покоя, согласно измерениям астронавта на корабле (рис. 21.3).

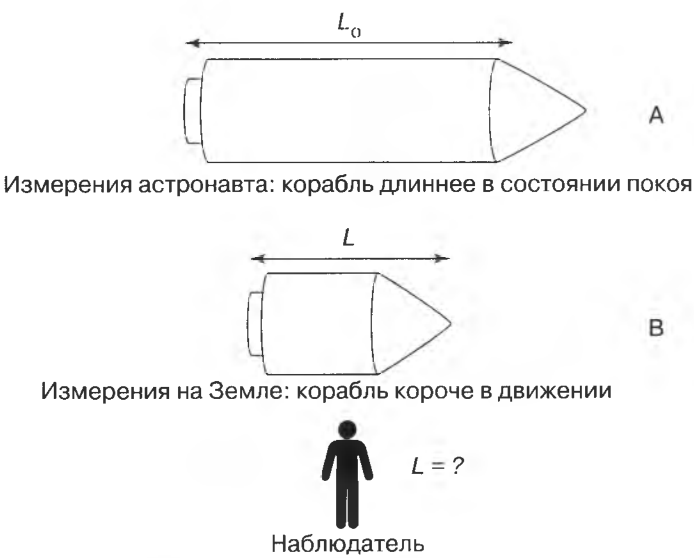


Рис. 21.3. Уменьшение длины движущегося космического корабля по сравнению с его длиной в состоянии покоя

Длина объекта, полученная наблюдателем, который покоится относительно этого объекта, будет равна L_0. А вот наблюдатель, движущийся относительно объекта со скоростью v, получит меньшую длину этого объекта, равную L. Иными словами, объект *сжимается*.

ПОМНИ!

Обратите внимание, что сжатие происходит только в направлении движения. Как видно на рис. 21.3, ракета сжимается в направлении движения именно для неподвижного наблюдателя на Земле, а не для находящегося в ней астронавта.

$E=mc^2$: эквивалентность вещества и энергии

Самая знаменитая идея Эйнштейна — это утверждение об эквивалентности вещества и энергии, т.е. о том, что потерю или возрастание массы можно также считать потерей или возрастанием энергии. (Не могу удержаться от старой физической шутки: а как быть с тем, кто сидит на диете, ведь для него потеря массы как раз приводит к увеличению энергии?) Так какой формулой выражается эта идея Эйнштейна? $E = mc^2$? На самом деле нет. Полученный им результат выражается следующей формулой:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Рассмотрим частный случай, когда преобразуемый в энергию объект покоится, т.е. $v = 0$. Тогда и только тогда действительно получаем знаменитую формулу $E = mc^2$.

СОВЕТ

Что означает знаменитая формула Эйнштейна? В некотором смысле можно считать, что масса — это "сконденсированная" энергия с коэффициентом преобразования килограммов в джоули, равным c^2, т.е. равным скорости света в квадрате.

Вещество плюс антивещество получается взрыв

Полное превращение массы в энергию можно получить, если соединить вещество и антивещество. *Антивещество* — это почти что стандартное вещество, но как бы с обратным знаком. В атомах антивещества вместо электронов имеются положительно заряженные *позитроны*, а вместо положительно заряженных протонов — отрицательно заряженные *антипротоны*. Фанаты научной фантастики могут считать антивещество той силой, которая работает в двигателях звездолета "Энтерпрайз" из телевизионного научно-фантастического сериала *Звездный путь*.

Но странное дело — антивещество действительно *существует*. Ученые вполне могут найти его во Вселенной, и Солнце практически все время его производит. Когда друг с другом встречаются стандартный атом водорода (электрон и протон) и атом антиводорода (позитрон и антипротон), они полностью, т.е. на 100% преобразуются в энергию. Что происходит с этой энергией? Она распространяется в виде высокоэнергетических фотонов (которые, прошу обратить внимание, могут передавать тепло в виде энергии излучения).

Не рассчитывайте на кончину Солнца

Мощность излучения Солнца равна $3{,}92\cdot10^{26}$ Вт. Таким образом, за одну секунду оно излучает $3{,}92\cdot10^{26}$ Дж энергии. Это значит, что Солнце теряет *4,36 миллиардов килограмм своей массы за секунду*. Вот это да! Выходит, что каждую секунду Солнце "худеет" на 4,36 миллионов тонн вещества. Почему же молчат ученые-специалисты по Солнцу, ведь так Солнце может быстро исчезнуть? Однако не следует забывать, что масса Солнца равна около $1{,}99\cdot10^{30}$ кг. Даже если каждую секунду оно теряет $4{,}36\cdot10^{9}$ кг своей массы, то Солнца все равно хватит на весьма долгое время. А на какое именно время? При условии, что единственный действующий на Солнце физический механизм — это превращение массы в излучение, наше светило продержится $1{,}99\cdot10^{30}/4{,}36\cdot10^{9} = 4{,}56\cdot10^{20}$ с, т.е. примерно $1{,}44\cdot10^{13}$ лет, или 144 миллиарда веков.

Солнце "излучает массу"

Большинство энергии, получаемой нами от Солнца, — это результат *синтеза* одних атомных ядер в другие. Каждую секунду Солнце излучает очень много света, и по этой причине оно в процессе излучения действительно теряет массу. И хотя наше светило теряет массу, преобразуемую в энергию излучения, все равно бояться нечего: то, что еще остается на Солнце, намного превышает то, что с него ушло.

Скорость света превысить нельзя

Если не принимать в расчет сериал *Звездный путь* и другие научно-фантастические сериалы и книги, то невозможно двигаться со скоростью, большей скорости света. Она является одинаковой во всех инерциальных системах отсчета (см. первый раздел этой главы), даже если видимый свет идет из инерциальной системы отсчета, которая движется прямо на вас. Согласно специальной теории относительности, общая энергия объекта выражается следующей формулой:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Для покоящегося объекта $E_{\text{покоя}} = mc^2$. Таким образом, релятивистская формула кинетической энергии для покоящегося объекта массой m должна иметь следующий вид:

$$K = 0 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right).$$

Обратите внимание, что, когда скорость объекта возрастает, значение выражения в скобках становится все больше и больше, стремясь к бесконечности. Таким образом, если скорость объекта v бесконечно близко приближается к величине c, то кинетическая энергия объекта становится почти бесконечной. Поэтому здесь, как это ни печально, научная фантастика терпит неудачу. И хотя для космических ракет характеристика "кинетическая энергия приближается к бесконечности" звучит впечатляюще, но в действительности это означает, что такой разгон до такой скорости осуществить нельзя. А если можно, то только вопреки специальной теории относительности.

Ньютон до сих пор прав

А что же законы Ньютона после всех этих разговоров об Эйнштейне? Как насчет старых добрых формул импульса и кинетической энергии? Так вот, все эти формулы до сих пор верны, но только при малых скоростях. Посмотрите на релятивистскую формулу импульса (более подробно об импульсе можно узнать в главе 9):

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где p, m и v — это соответственно импульс, масса и скорость. Обратите внимание на такую часть формулы:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Разницу, обусловленную этим множителем, можно заметить, лишь начав приближаться к скорости света. Дело в том, что он меняет значение формулы на 1% лишь тогда, когда скорость достигает величины, примерно равной $4{,}2\cdot10^7$ м/сек, что для эпохи Ньютона являлось довольно большой величиной. А при меньших скоростях релятивистским множителем можно пренебречь, получив таким образом:

$$p = mv.$$

Ньютон был бы вполне доволен этим результатом.

А как насчет формулы кинетической энергии (см. главу 8)? Вот как эта формула выглядит в релятивистском виде:

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right),$$

где K — это кинетическая энергия. Посмотрите на эту часть формулы:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ее можно расписать в виде следующего ряда (разложение функции в ряд подробно изучается в курсе математического анализа):

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2+\ldots$$

Когда отношение $\frac{v^2}{c^2}$ значительно меньше 1, то последнее равенство можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}.$$

Подставив правую часть равенства в релятивистскую формулу кинетической энергии, вы получите — догадались что? "Старый добрый" нерелятивистский вариант этой формулы (см. главу 8):

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

Как видите, законы Ньютона не повержены в прах, даже если речь идет о теории относительности. Механика Ньютона успешно применяется до сих пор для описания движений, скорость которых значительно меньше скорости света c. (Релятивистские эффекты начинают заметно проявляться, когда скорость составляет несколько процентов от скорости света. Исаак Ньютон жил еще во времена конно-гужевого транспорта и кабриолетов и потому никогда не наблюдал релятивистских эффектов.)

Глава 22

Десятка сумасшедших физических идей

В этой главе...

- Фиксируем самое маленькое расстояние и время
- Испытываем неудобства неопределенности
- Исследуем физические явления в космосе
- Раскрываем секреты микроволновых печей
- Ищем точку опоры в физическом мире

В этой главе представлены десять выдающихся физических идей, о которых вряд ли рассказывают на уроках физики или описывают в учебниках. Впрочем, как и все остальное в физике, их нельзя считать фактами "в последней инстанции" — они просто отражают текущее состояние многих теорий. Некоторые из теорий, о которых говорится в этой главе, являются довольно необычными, поэтому не удивляйтесь, если в ближайшие годы их заменят другие теории.

Измеряем наименьшее расстояние

В современной физике господствует представление о том, что невозможно измерить положение с точностью, которая превосходит *планковскую длину* (или *длину Планка*), названную так в честь физика Макса Планка. Планковская длина равна примерно $1{,}6 \cdot 10^{-35}$ м, или примерно $1/10^{20}$ размера протона. Именно поэтому планковскую длину порой называют наименьшей длиной, которая с современной точки зрения имеет физический смысл.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОДРОБНОСТИ

Неужели планковская длина — это *действительно* наименьшее возможное расстояние?

Многие ученые утверждают, что на масштабе планковской длины само пространство прекращает свое существование и поэтому не существует никаких более мелких расстояний. Правда ли это? Попросту говоря, смысл планковской длины в том, что при работе на таком масштабе нужно учитывать квантовые эффекты. Эти эффекты невозможно точно измерять, а можно только прогнозировать с той или иной вероятностью. И все-таки планковская длина — это действительно наименьшая возможная длина или физики пытаются установить для Вселенной какие-то необычные правила всего лишь потому, что не могут описать природу на таких малых расстояниях? Иными словами, планковская длина — это наименьший пространственный масштаб, процессы на котором можно *объяснить*, или наименьший возможный масштаб, на котором может *существовать* природа? Возможно, вы сами найдете ответ на эти вопросы в ходе своих физических исследований.

Измеряем наименьшее время

Аналогично тому, что невозможно измерить положение с точностью, которая превосходит планковскую длину (см. предыдущий раздел), так же невозможно измерить время с точностью, которая превосходит *планковское время* (или *время Планка*). Такое название получил промежуток времени, требуемый свету, чтобы пройти планковскую длину, или $1{,}6 \cdot 10^{-35}$ м. Если скорость света является максимально возможной, то нетрудно доказать, что наименьшее время, которое можно измерить, — это планковская длина, деленная на скорость света. Планковская длина очень маленькая, а скорость света очень высокая, в результате чего получается очень-очень короткое планковское время:

$$1{,}6 \cdot 10^{-35}\ \text{м}/(3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}) = 5{,}3 \cdot 10^{-44}\ \text{с}.$$

Планковское время примерно равно $5{,}3 \cdot 10^{-44}$ секундам и в несколько раз меньше какого-либо реального значения — в том смысле, в каком специалисты по физике именно сейчас понимают ее законы.

Некоторые физики считают, что время делится на дискретные частички времени (кванты), которые называются *хрононами*, и длительность каждого такого хронона равна планковскому времени.

(На сегодняшний день наименьший экспериментально наблюдаемый промежуток времени приблизительно равен 10^{-18} с, что составляет около 10^{26} планковских времен. — *Примеч. ред.*)

Гейзенберг: сплошная неопределенность

Возможно, вы уже слышали о принципе неопределенности, который впервые предложил физик Вернер Гейзенберг. Этот принцип выводится из волновой природы вещества, предположение о которой сделал Луи де Бройль. Вещество состоит из элементарных частиц, подобных электронам. Интересно, что эти частицы ведут себя еще и как волны, причем во многом так же, как световые. (Но на описание этих явлений здесь нет ни времени, ни места.)

В современной физике так называют закон, который устанавливает ограничение на точность одновременного измерения некоторых характеристик состояния, например положения и импульса элементарной частицы. Чем точнее измерен импульс частицы, тем менее точно можно определить, где она находится. И наоборот, чем точнее измерено местоположение частицы, тем менее точно можно определить ее импульс.

"Черные дыры" притягивают даже свет

"Черные дыры" образуются тогда, когда особенно массивные звезды израсходуют все свое "топливо" и сжимаются (или, как еще говорят, коллапсируют), образуя сверхмассивные объекты, намного меньшие, чем первоначальные звезды. Стать в конце концов "черной дырой" могут только очень большие звезды. Звезды поменьше настолько не коллапсируют; часто их развитие заканчивается тем, что они становятся нейтронными звездами. *Нейтронная звезда* создается тогда, когда все электроны, протоны и нейтроны, прижатые друг к другу гравитацией, образуют, в сущности, сплошную массу нейтронов, обладающую плотностью атомного ядра.

“Черные дыры” идут еще дальше. Они коллапсируют до такой степени, что даже *свет* не в состоянии противодействовать их сильному гравитационному притяжению. Но как это происходит? Ведь считается, что фотоны, из которых состоит свет, не имеют никакой массы. Как же они попадают в “черную дыру”?

В действительности гравитация на фотоны действует, что предсказывала общая теория относительности Эйнштейна (она гораздо сложнее, чем специальная теория относительности (см. главу 21), и, чтобы ее завершить, Эйнштейну потребовалось целых восемь лет). Эксперименты подтвердили, что свет, проходящий рядом с тяжелыми космическими объектами, искривляется их гравитационными полями. Гравитация воздействует на фотоны, и гравитационное притяжение “черной дыры” настолько сильное, что они не могут ее покинуть.

Гравитация искривляет пространство

Исаак Ньютон предложил закон всемирного тяготения со знаменитой формулой:

$$F = Gm_1m_2/r^2,$$

где F означает силу гравитационного притяжения двух тел, G — универсальную гравитационную постоянную, m_1 — массу одного тела, m_2 — массу другого тела, r — расстояние между этими телами. Ньютон предположил, что яблоко падает под действием такой же силы, что и планеты движутся по своим орбитам. Но он не дал ответ на один вопрос: каким образом сила гравитационного притяжения может мгновенно действовать на расстоянии?

Альберт Эйнштейн, вместо того, чтобы считать силу гравитационного притяжения просто силой, предположил в своей общей теории относительности, что на самом деле эта сила *искривляет пространство*. Иначе говоря, она является одним из тех факторов, которые определяют само понятие “пространство”.

Идея Эйнштейна состоит в том, что сила гравитационного притяжения искривляет пространство (и отсюда впоследствии появилась идея о “червоточинах” в пространстве). Точнее говоря, согласно общей теории относительности, сила гравитационного притяжения искривляет пространство *и* время. С математической точки зрения время рассматривается как некое четвертое измерение в дополнение к привычным трем пространственным измерениям. Используемые в таком случае векторы (подробнее они рассматриваются в главе 4) имеют четыре компоненты: три для пространственных координат по осям X, Y, Z и одна для времени *t*.

Что же в действительности происходит, когда планеты движутся по орбитам вокруг Солнца? Солнце искривляет вокруг себя пространство-время, а планеты движутся в этом искривленном пространстве-времени.

Вещество и антивещество уничтожают друг друга

Одно из самых удивительных событий в физике высоких энергий (также называемой физикой элементарных частиц) связано с открытием антивещества. *Антивещество* (см. главу 21) — это нечто вроде вещества с обратным знаком. В нем отрицательно заряженным электронам соответствуют положительно заряженные позитроны, а положительно заряженным протонам — отрицательно заряженные антипротоны. И даже нейтронам в антивеществе соответствуют свои античастицы — антинейтроны.

Грубо говоря, на языке физики, вещество — это нечто с неким положительным, а антивещество — с неким отрицательным знаком. При соединении они уничтожают друг друга, образуя вместо себя только чистую энергию — световые волны высокой энергии, которые называются *гамма-лучами*. Как и другая энергия излучения, гамма-лучи можно считать тепловой энергией, так что если соединить полкилограмма вещества и полкилограмма антивещества, то получится довольно таки приличный взрыв.

Как уже говорилось в главе 21, этот взрыв по рецепту "полкило плюс полкило" будет намного сильнее, чем взрыв обычной атомной бомбы, где в энергию превращается только 0,7% массы взрывчатки. Но когда вещество сталкивается с антивеществом, в энергию превращаются все 100% массы.

Если антивещество — это своего рода "противоположная" сторона вещества, то должно ли во Вселенной быть столько же антивещества, сколько и вещества? Ответа на этот вопрос нет, и споры по этому поводу до сих пор не утихают. Где находится антивещество? Некоторые ученые считают, что во Вселенной имеется просто громадное количество антивещества, но ученые просто не знают об этом. Например, громадные облака антивещества могут быть рассеяны по нашей галактике. Но другие ученые полагают, что природа по-разному относится к веществу и антивеществу, причем настолько по-разному, что во Вселенной может остаться только то вещество, которое мы наблюдаем.

Сверхновые звезды — это самые мощные взрывы в природе

Какое самое "энергоемкое" действие может произойти где-либо во Вселенной? При каком событии освобождается больше всего энергии? Какой взрыв превосходит всех остальные? Ответ на эти вопросы один — вспышка *сверхновой звезды* (или просто *сверхновой*). Сверхновой называется взорвавшаяся звезда. После полного израсходования "горючего" звезды ее структура уже не может поддерживаться внутренним высвобождением энергии. С этого момента звезда коллапсирует (схлопывается) внутрь.

Например, среди 100 миллиардов звезд нашей галактики последняя известная сверхновая появилась около 400 лет назад. "Известная", потому что свету иногда нужно много времени, чтобы достичь Земли; звезда могла стать сверхновой и 100 лет назад, но если она находится достаточно далеко от Земли, то мы об этом пока еще даже не знаем. (Речь идет о сверхновой звезде в созвездии Змееносца, которую впервые наблюдали еще в 1604 году, а сверхновой Кеплера она названа потому, что немецкий астроном Иоганн Кеплер впоследствии составил ее подробное описание. — *Примеч. ред.*)

Большая часть звезды, становящейся сверхновой, взрывается со скоростью примерно 10000000 м/с, или 36000000 км/ч. Для сравнения скажем, что самая мощная на Земле взрывчатка детонирует со скоростью "всего" 1000 -10000 м/с.

Начало Вселенной — это "Большой взрыв"

Многие физики верят, что Вселенная началась с так называемого "Большого взрыва". Суть этой гипотезы в том, что весь физический мир начался 13,7 млрд. лет назад в каком-то одном месте с невообразимо громадного взрыва. Современные физики создают многочисленные теории о том, что произошло после "Большого взрыва", но не так-то легко создать теорию того, что было перед ним. На самом деле вернуться к "Большому взрыву" (даже теоретически) можно не ближе, чем на планковское время (подробнее планковское время описывается ранее в этой главе), так как при меньших промежутках времени стандартные физические теории, в том числе общая теория относительности Эйнштейна, терпят неудачу.

Микроволновая печь — это очень горячая физика

Даже в самых привычных предметах повседневного пользования, которые воспринимаются как нечто само собой разумеющееся, можно обнаружить очень много интересных физических явлений.

Например, что происходит в микроволновой печи? В ней находится специальное устройство, *магнетрон*, которое генерирует электромагнитные волны. Они относятся к той части электромагнитного спектра, которая называется микроволновой (отсюда и название печи), и обладают длиной, которая близка к размерам молекул воды.

Попадая в микроволновую печь, молекулы воды в пище *поляризуются* этими микроволнами. Электрическое поле микроволнового излучения имеет переменную напряженность, чтобы периодически заряжать молекулы воды разными знаками, заставляя эти молекулы бешено вращаться. Столкновения вращающихся молекул воды друг о друга приводят к рассеиванию тепловой энергии и нагреву пищи. (Подробнее об электрических полях можно узнать в главе 16.)

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОДРОБНОСТИ

Микроволновые печи были изобретены в результате случайного происшествия, которое произошло, когда начали использовать радары. Некий Перси Спенсер положил плитку шоколада там, где не надо — рядом с магнетроном, используемым в радаре для создания волн, — и плитка растаяла. "Ага! — подумал Перси. — Это может пригодиться." И после этого он изобрел не только микроволновую печь, но и микроволновый попкорн (я не шучу).

Вполне возможно, что абсолютных физических мер не существует

Возможно, самое глубокое физическое "открытие" состоит в том, что в природе не существует абсолютных физических мер.

Давным-давно люди рассматривали многие окружающие их предметы, как нечто абсолютное. Пространство считалось жестко закрепленным в одном месте, Солнце и звезды вращались вокруг Земли, а свет путешествовал через неподвижный эфир. Впрочем, все эти убеждения впоследствии были развенчаны новыми физическими исследованиями, спустя многие годы, отданные тщательным наблюдениям. Никакой фиксированной системы отчета, неподвижного эфира, а также фиксированной шкалы времени найти не удалось. Оказалось, что все измерения делаются относительно какой-то конкретной мерной линейки или инерциальной системы отсчета, которые определяются относительно чего-то еще.

Впрочем, отсутствие доказательства — это не доказательство отсутствия. Возможно то, что ученые не нашли ничего физически абсолютного, является самым важным вкладом, который сделала физика в наше понимание природы. В конечном итоге преподанный физикой урок может состоять в следующем: мы настолько являемся частью природы, что не нуждаемся во внешних абсолютных понятиях физики и абсолютных физических мерах, чтобы иметь "точку опоры". Для этого мы сами можем создавать собственные меры. Образно говоря, в некотором смысле мы чувствуем себя "как дома" в той Вселенной, в которой находимся.

Глоссарий

Этот небольшой словарик наиболее употребительных физических терминов, несомненно, будет полезным читателям этой книги.

Адиабатический процесс. Термодинамический процесс в макроскопической системе, при котором система не получает и не отдает тепловой энергии.

Ампер (сокращенно А). Единица измерения силы электрического тока в системе СИ. Ампер равен силе такого постоянного тока, который, проходя по двум прямым параллельным проводникам бесконечной длины и с незначительным поперечным сечением на расстоянии в 1 метр друг от друга в вакууме, создает между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ ньютон на метр длины. Назван в честь французского физика Андре Ампера.

Вектор. Направленный отрезок, который представляет собой упорядоченную пару точек, первая из которых называется его началом, а вторая — его концом. Он характеризуется величиной (длиной отрезка) и направлением.

Вес. Сила воздействия тела на опору (или другой вид крепления в случае подвешенных тел). Как правило, говорят о притяжении Земли, но весом обладают тела и на других планетах и даже в невесомости (например, при вращении корабля вокруг своей оси).

Вогнутое зеркало. Зеркало с искривленной поверхностью, подобной внутренней поверхности сферы.

Вольт (В). Единица измерения электрического напряжения в системе СИ. Вольт равен электрическому напряжению, вызывающему в электрической цепи постоянный ток силой 1 ампер при мощности 1 ватт. Названа в честь итальянского физика и физиолога Алесандро Вольта.

Выпуклое зеркало. Зеркало с искривленной поверхностью, подобной внешней поверхности сферы.

Генри (Гн). Единица измерения индуктивности в системе СИ. Цепь имеет индуктивность 1 генри, если изменение тока со скоростью 1 ампер в секунду создает электродвижущую силу, равную 1 вольт. Единица названа в честь американского ученого Джозефа Генри.

Герц (Гц). Единица измерения частоты в системе СИ.

Давление. Отношение силы, нормальной к поверхности взаимодействия между телами, к площади этой поверхности. Измеряется в паскалях (Па).

Действительное изображение. Объективно существующий в области пространства образ объекта, созданный лучами света.

Джоуль (Дж). Единица измерения работы и энергии в системе СИ. Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы, равной 1 ньютон, на расстояние 1 метр в направлении действия силы.

Емкость. См. *Электрическая емкость*.

Закон сохранения импульса. Сумма импульсов всех тел (или частиц) замкнутой системы есть величина постоянная. При движении в замкнутом пространстве импульс сохраняется во времени, а при наличии взаимодействия скорость его изменения определяется суммой приложенных сил.

Закон сохранения энергии. Фундаментальный закон природы, заключающийся в том, что энергия замкнутой системы сохраняется во времени.

Излучение. Процесс испускания и распространения энергии в виде волн и частиц.

Изобарический (изобарный) процесс. Термодинамический процесс при постоянном давлении.

Изотермический процесс. Термодинамический процесс при постоянной температуре.

Изохорический (изохорный) процесс. Термодинамический процесс при постоянном объеме.

Импульс. Векторная величина, равная произведению массы точечного объекта на его скорость. Она направлена в ту же сторону, что и скорость частицы. Единицей измерения импульса в Международной системе единиц (СИ) является килограмм-метр в секунду (кг·м/с).

Инерциальная система отсчета. Система отсчета, в которой справедлив закон инерции: любое тело, на которое не действуют внешние силы, находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

Кельвин (К). Единица измерения температуры в СИ. Кельвин по размеру совпадает с градусом Цельсия и равен 1/273,16 термодинамической температуры тройной точки воды. Начало шкалы (0 К) совпадает с абсолютным нулем.

Килограмм (кг). Единица измерения массы, одна из основных единиц СИ. Килограмм определяется как масса международного эталона килограмма, хранящегося в Международном бюро мер и весов.

Кинематика. Раздел физики, изучающий движение объекта, не вдаваясь в вызывающие его причины.

Кинетическая энергия. Энергия механической системы, зависящая от скоростей движения ее точек.

Колебания. Повторяющийся во времени процесс изменения состояний объекта.

Колебательный контур. Электрическая цепь, содержащая последовательно соединенные катушку индуктивности и конденсатор. В такой цепи могут возбуждаться колебания тока (и напряжения).

Конвекция. Явление переноса теплоты в жидкостях, газах или сыпучих средах потоками самого вещества.

Конденсатор. Система из двух и более электродов, разделенных диэлектриком. Такая система обладает взаимной емкостью и способна сохранять электрический заряд.

Коэффициент излучения. Отношение тепловой энергетической светимости черного тела к энергетической светимости черного тела при той же температуре.

Кулон. Единица измерения электрического заряда и количества электричества в системе СИ. Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с. Единица названа в честь французского физика и инженера Шарля Кулона (Кл).

Магнитное поле. Составляющая электромагнитного поля, появляющаяся при наличии изменяющегося во времени электрического поля. Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции. В СИ магнитная индукция измеряется в Тесла (Тл).

Масса. Физическая величина, характеризующая способность физических тел сохранять свое поступательное движение (инертность), а также характеризующая количество вещества.

Мнимое изображение. Создаваемое лучами света кажущееся присутствие изображаемого объекта в пространстве.

Момент импульса. Векторное произведение радиус-вектора и импульса точечного объекта. Характеризует количество вращательного движения.

Момент инерции. Скалярная величина, характеризующая распределение масс в теле. Моментом инерции механической системы относительно неподвижной оси называется сумма произведений масс всех материальных точек системы на квадраты их расстояний до этой оси.

Момент силы. Физическая величина, характеризующая вращательное действие силы на объект. Определяется как векторное произведение силы, действующей на объект и радиус-вектор объекта.

Мощность. Отношение работы, выполняемой за некоторый промежуток времени, к этому промежутку времени. Поскольку работа является мерой изменения энергии, мощность часто определяют как скорость изменения энергии системы.

Неупругое столкновение. Столкновение, при котором не сохраняется общая кинетическая энергия сталкивающихся объектов после и до столкновения.

Нормальная сила. Компонента силы, перпендикулярная поверхности контакта взаимодействующих объектов.

Нормальные условия. Стандартные физические условия, с которыми обычно соотносят свойства веществ: атмосферное давление 101325 Па = 760 мм рт. ст.; температура воздуха 273,15 K = 0°C. При нормальных условиях объем одного моля газа составляет приблизительно 22,4 л.

Ньютон (Н). Единица измерения силы. Один ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы. Названа в честь английского физика Исаака Ньютона.

Общая теория относительности. Геометрическая теория тяготения, являющаяся дальнейшим развитием специальной теории относительности. В ней предполагается, что гравитационные эффекты обусловлены не силовым взаимодействием тел и полей, находящихся в пространстве-времени, а деформацией самого пространства-времени, которая связана, в частности, с присутствием массы-энергии.

Ом (Ом). Единица измерения электрического сопротивления в СИ. Ом равен электрическому сопротивлению проводника, между концами которого возникает напряжение 1 вольт при силе постоянного тока 1 ампер. Названа в честь немецкого ученого Георга Симона Ома.

Паскаль (Па). Единица измерения давления в СИ. Паскаль равен давлению, вызываемому силой, равной 1 ньютон, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 квадратный метр. Названа в честь французского физика и математика Блеза Паскаля.

Переменное напряжение. Электрическое напряжение, меняющееся со временем.

Переменный ток. Электрический ток, меняющийся со временем.

Перемещение. Изменение положения объекта.

Период. Величина, обратная частоте.

Плотность. Отношение массы вещества к занимаемому им объему. Иногда вычисляют плотность на единицу длины (отношение массы объекта к его длине) или площади (отношение массы объекта к его площади).

Показатель преломления. Отношение фазовых скоростей света в вакууме и в среде.

Поляризация. Нарушение симметрии распределения возмущений в поперечной волне (например, напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитных волнах) относительно направления ее распространения.

Постоянная Больцмана. Физическая постоянная, определяющая связь между температурой и энергией. Названа в честь австрийского физика Людвига Больцмана. Ее экспериментальное значение в системе СИ равно $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Постоянный ток. Электрический ток, неизменный во времени по величине и направлению.

Потенциальная энергия. Часть механической энергии объекта: работа, которую необходимо совершить против действующих сил, чтобы перенести объект из некой точки отсчета в данную точку.

Преломление. Изменения пути следования светового луча, возникающее на границе раздела двух прозрачных сред.

Принцип неопределенности. Закон в квантовой физике, который устанавливает ограничение на точность одновременного измерения переменных состояния, например положения и импульса частицы.

Проводимость. См. *Электрическая проводимость.*

Работа. Скалярная величина, равная произведению проекции силы на направление движения и пути, проходимого точкой приложения силы.

Радиан (рад). Основная единица измерения плоских углов. Радиан определяется как угловая величина дуги единичной длины на единичной окружности. Таким образом, величина полного угла равна 2π радиан, а 1 рад $\approx 57°$.

Рассеивающая линза. Линза, способная рассеивать падающие на ее поверхность лучи так, что их продолжения собираются в одной точке (мнимое изображение), расположенной по ту же сторону линзы.

Результирующий вектор. Вектор, который является результатом векторной суммы нескольких векторов.

Система СГС. Система единиц измерения, которая широко использовалась до принятия международной системы единиц (СИ) и продолжает использоваться в физике и астрономии. В рамках СГС существуют три независимые единицы измерения (длина, масса и время), все остальные (дополнительные единицы измерения) сводятся к ним путем умножения, деления и возведения в степень.

Система СИ. Международная система единиц, современный вариант метрической системы. В СИ определяются основные (килограмм, метр, секунда, ампер, кельвин, моль и кандела) и производные единицы физических величин. Производные единицы получаются из основных с помощью алгебраических действий, таких как умножение и деление, причем некоторые из производных единиц имеют собственные названия.

Скаляр. Величина, каждое значение которой может быть выражено одним числом.

Скорость. Векторная величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки в пространстве относительно выбранной системы отсчета.

Собирательная линза. Линза, способная собирать падающие на ее поверхность лучи в одной точке, расположенной по другую сторону линзы.

Соленоид. Катушка провода, намотанного на цилиндрическую поверхность. При протекании тока по обмотке создается магнитное поле, которое внутри катушки направлено вдоль ее оси, однородно и по величине пропорционально силе тока.

Сопротивление. Мера способности тел препятствовать прохождению через них электрического тока. В системе СИ единицей сопротивления является Ом. Сопротивление тела является постоянной величиной для данного проводника, которую можно определить как отношение разности электрических потенциалов на концах объекта, и тока, протекающего между концами объекта под действием этой разности потенциалов.

Специальная теория относительности. Теория, заменившая механику Ньютона при описании движения тел со скоростями, близкими к скорости света. При малых скоростях различия между ее результатами и ньютоновской механикой становятся незначительными.

Схема хода лучей. План распространения световых лучей сквозь систему линз и/или зеркал.

Теплоемкость. Отношение бесконечно малого количества теплоты, полученного телом, к соответствующему приращению его температуры. Теплоемкость единицы массы данного вещества измеряется в Дж/(кг·К).

Теплопроводность. Способность вещества переносить тепловую энергию.

Теплопроводность. Способность вещества переносить тепловую энергию.

Теплота плавления. Количество теплоты, которое необходимо сообщить веществу в равновесном изобарно-изотермическом процессе, чтобы перевести его из твердого (кристаллического) состояния в жидкое (то же количество теплоты выделяется при кристаллизации вещества).

Термическое расширение. Изменение линейных размеров и формы тела при изменении его температуры.

Термодинамика. Наука, занимающаяся изучением законов передачи и преобразования энергии.

Ток. См. *Электрический ток*.

Трение покоя. Сила сопротивления, возникающая между двумя контактирующими телами, которую необходимо преодолеть, для того чтобы привести два контактирующих тела в непрерывное поступательное перемещение относительно друг друга.

Трение скольжения. Сила, возникающая при поступательном перемещении контактирущих тел относительно друг друга и действующая против направления движения.

Угловая скорость. Векторная величина, характеризующая скорость вращения тела. Вектор угловой скорости по величине равен углу поворота тела в единицу времени, а направлен по оси вращения согласно правилу буравчика, т.е. в ту сторону, в которую ввинчивался бы буравчик с правой резьбой, если бы вращался в ту же сторону.

Угловое перемещение. Угол между начальным и конечным положением объекта. Измеряется в радианах.

Угловое ускорение. Векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости твердого тела.

Удельная теплоемкость. Количество тепловой энергии, необходимой для повышения температуры одного килограмма вещества на 1 кельвин. Единицей СИ для удельной теплоемкости является Дж/(кг·К).

Упругое столкновение. Столкновение, при котором общая кинетическая энергия сталкивающихся объектов после столкновения равна общей кинетической энергии сталкивающихся объектов до столкновения.

Ускорение. Векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости тела.

Фарад (Ф). Единица измерения электрической емкости в системе СИ (ранее называлась фарада). Фарад равен электрической емкости конденсатора, при которой заряд 1 кулон создает между пластинами конденсатора напряжение 1 вольт. Единица названа в честь английского физика Майкла Фарадея.

Фотон. Элементарная частица, переносчик электромагнитного взаимодействия, квант электромагнитного поля.

Центростремительная сила. Сила, необходимая для того, чтобы удержать объект, движущийся по криволинейной траектории.

Частота. Характеристика периодического процесса, равная числу полных циклов, совершенных за единицу времени. Единицей частоты в Международной системе единиц (СИ) является герц (Гц).

Частота. Характеристика периодического процесса, равная числу полных циклов, совершенных за единицу времени.

Черное тело. Тело, поглощающее все падающее на него электромагнитное излучение во всех диапазонах и ничего не отражающее. Физическая абстракция, применяемая в термодинамике.

Число Авогадро. Количество молекул в одном моле вещества. Определяется как количество атомов в 0,012 кг чистого углерода-12 и равно $6{,}022 \cdot 10^{23}$.

ЭДС. Электродвижущая сила физическая величина, характеризующая работу сторонних сил в источниках постоянного или переменного тока. В замкнутом проводящем контуре ЭДС равна работе этих сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль контура.

Электрическая емкость. Характеристика проводника, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд. Емкость определяется как отношение величины заряда проводника к потенциалу проводника. В системе СИ емкость измеряется в фарадах, а в системе СГС — в сантиметрах.

Электрическая проводимость. Величина, обратная электрическому сопротивлению.

Электрический ток. Направленное движение электрически заряженных частиц. Характеризуется силой тока, которая в системе СИ измеряется в амперах.

Электростатический потенциал. Скалярная энергетическая характеристика электростатического поля, характеризующая потенциальную энергию поля, которой обладает единичный заряд, помещенный в данную точку поля.

Энергия. Характеристика движения и взаимодействия тел, их способности совершать изменения во внешней среде (например, совершать работу); а также количественная мера материи.

Предметный указатель

Научно-популярное издание

Стивен Хольцнер

Физика для чайников

В издании использованы карикатуры американского художника Рича Теннанта

Литературный редактор *Е.П. Перестюк*
Верстка *А.В. Плаксюк*
Художественный редактор *В.Г.Павлютин*
Корректор *Л.А. Гордиенко*

ООО "И.Д. ВИЛЬЯМС"
127055, г. Москва, ул. Лесная, д. 43, стр. 1

Подписано в печать 15.03.2012. Формат 70x100/16
Гарнитура Times. Печать офсетная
Усл. печ. л. 27,09. Уч.-изд. л. 18,11
Тираж 1000 экз. Заказ № 166

Первая Академическая типография "Наука"
199034, Санкт-Петербург, 9-я линия, 12/28

...FOR Dummies™

Физика для "чайников"™

...ДЛЯ "чайников"™

BESTSELLING BOOK SERIES

СЕРИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ КНИГ ОТ ДИАЛЕКТИКИ

Шпаргалка

Важные физические уравнения и формулы

Физика переполнена уравнениями и формулами. Ниже приводится список нескольких наиболее важных формул и уравнений из начального курса физики, которые полезно иметь под рукой. Для удобства они сгруппированы по разделам физики, а более подробное их описание можно найти в книге.

Прямолинейное движение

✓ $v = \Delta s/\Delta t$
✓ $a = \Delta v/\Delta t$
✓ $s = v_0(t_1 - t_0) + ½a(t_1 - t_0)^2$
✓ $v_1^2 - v_0^2 = 2as$

Вращательное движение

✓ $\omega = \Delta\theta/\Delta t$
✓ $\alpha = \Delta\omega/\Delta t$
✓ $\theta = \omega_0(t_1 - t_0) + ½a(t_1 - t_0)^2$
✓ $\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2a\theta$
✓ $s = r\theta$
✓ $v = r\omega$
✓ $a = r\alpha$
✓ $a_{ц} = v^2/r$
✓ $F_{ц} = mv^2/r$

Силы

✓ $\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
✓ $F_{трение} = \mu F_{н}$

Гравитация

✓ $F = Gm_1m_2/r_2$

Работа и энергия

✓ $W = Fs\cos\theta$
✓ $K = ½mv^2$
✓ $M = Fl\sin\beta$

Моменты инерции

✓ $\Sigma\mathbf{M} = I\mathbf{a}$,
✓ $I = \Sigma mr^2$
✓ $K = ½\omega^2\Sigma mr^2 = ½\omega^2 I$
✓ $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$
✓ Точечный объект, вращающийся относительно центра вращения на расстоянии r: $I = mr^2$
✓ Обруч с радиусом r, вращающийся относительно своего центра в плоскости обруча: $I = mr^2$
✓ Стержень длины r, вращающийся относительно оси, расположенной у одного из концов стержня и ориентированной перпендикулярно стержню: $I = (1/3)mr^2$
✓ Стержень длины r, вращающийся относительно оси, расположенной посередине стержня и ориентированной перпендикулярно стержню: $I = (1/12)mr^2$
✓ Прямоугольная пластина со сторонами a и b, вращающаяся относительно оси, расположенной вдоль стороны a: $I = (1/3)mb^2$
✓ Прямоугольная пластина со сторонами a и b, вращающаяся относительно оси, расположенной по центру пластины и параллельной стороне a: $I = (1/12)mb^2$
✓ Диск с радиусом r, вращающийся относительно своего центра в плоскости диска: $I = (1/2)mr^2$
✓ Полый цилиндр с радиусом r, вращающийся относительно своей оси: $I = mr^2$
✓ Сплошной цилиндр с радиусом r, вращающийся относительно своей оси: $I = (1/2)mr^2$
✓ Полая сфера с радиусом r, вращающаяся относительно своей оси: $I = (2/3)mr^2$
✓ Сплошная сфера с радиусом r, вращающаяся относительно своей оси: $I = (2/5)mr^2$

Простое гармоническое движение

✓ $x = A\cos(\omega t)$
✓ $v_x = -A\omega\sin(\omega t)$
✓ $a_x = -A\omega^2\cos(\omega t)$
✓ $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$
✓ $T = 2\pi/\omega$

Термодинамика

✓ $C = (5/9)(F - 32)$
✓ $F = (9/5)C + 32$
✓ $K = C + 273{,}15$
✓ $Q = vm\Delta T$
✓ $Q = (kA\Delta Tt)/L$
✓ $Q = e\sigma AtT^4$
✓ $PV = nRT$
✓ $KE_{сред} = (3/2)kT$

Электричество и магнетизм

✓ $F = kq_1q_2/r^2$
✓ $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$
✓ $W = qU$
✓ $C = \varepsilon_0\varepsilon A/s$
✓ $W_C = ½CU^2$
✓ $U = IR$
✓ $P = IU = U^2/R = I^2R$
✓ $F = qvB\sin\theta$
✓ $r = mv/qB$
✓ $F = ILB\sin\theta$

Магнитное поле контура с током

✓ $B = (N\mu_0 I)/(2R)$

Магнитное поле соленоида

✓ $B = \mu_0 nI$

Магнитное поле проводника с током

✓ $B = \mu_0 I/(2\pi r)$

Зеркала и линзы

✓ $1/d_о + 1/d_и = 1/f$
✓ $m = d_и/d_о$

...FOR Dummies

BESTSELLING BOOK SERIES

Физика для "чайников"™

...для "чайников"

СЕРИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ КНИГ ОТ ДИАЛЕКТИКИ

Шпаргалка

Единицы измерения в различных системах

Этот список позволит вам легко преобразовывать значения физических величин из одной системы в другую.

- ✓1 метр (м) = 100 сантиметров (см) = 1000 миллиметров (мм)
- ✓1 километр (км) = 1000 м
- ✓1 килограмм (кг) = 1000 грамм (г)
- ✓1 ньютон (Н) = 10^5 дин
- ✓1 джоуль (Дж) = 10^7 эрг
- ✓1 паскаль (Па) = 10^{-5} бар
- ✓1 тесла (Тл) = 10^4 гаусс (Гс)
- ✓1 кулон (Кл) = $2{,}9979 \cdot 10^9$ единиц СГСЭ
- ✓1 дюйм = 2,54 см
- ✓1 м = 39,37 дюйма
- ✓1 миля = 1,609 км
- ✓1 ангстрем (Å) = 10^{-10} м
- ✓1 атомная единица массы (а.е.м.) = $1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ кг
- ✓1 киловатт-час (кВт·ч) = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж
- ✓1 электронвольт (эВ) = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж
- ✓1 лошадиная сила (л.с.) = 745,7 Вт

Фундаментальные физические постоянные

Это физические величины, характеризующие физические свойства нашего мира в целом. Под словом "постоянная" подразумевается, что численное значение этой величины не меняется со временем.

- ✓Число Авогадро: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
- ✓Постоянная Больцмана: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж · К$^{-1}$
- ✓Постоянная в законе Кулона: $k \approx 8{,}99 \cdot 10^9$ Н · м^2 · Кл^2
- ✓Заряд электрона: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
- ✓Магнитная постоянная: $\mu_0 \approx 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ Н · А$^{-2}$
- ✓Электрическая постоянная: $\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2 · Н$^{-1}$ · м$^{-2}$
- ✓Масса электрона: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ кг
- ✓Масса протона: $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ кг
- ✓Скорость света в вакууме: $c = 299\,792\,458$ м · с$^{-1}$
- ✓Гравитационная постоянная: $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ м^3 · кг$^{-1}$ · с$^{-2}$
- ✓Газовая постоянная: $R = kN_A = 8{,}314$ Дж · К$^{-1}$ · моль$^{-1}$